



Ma alla fine come sono fatti e a cosa servono i modelli matematici per le epidemie?

Roberto Natalini
Istituto per le Applicazioni del Calcolo
Consiglio Nazionale delle Ricerche

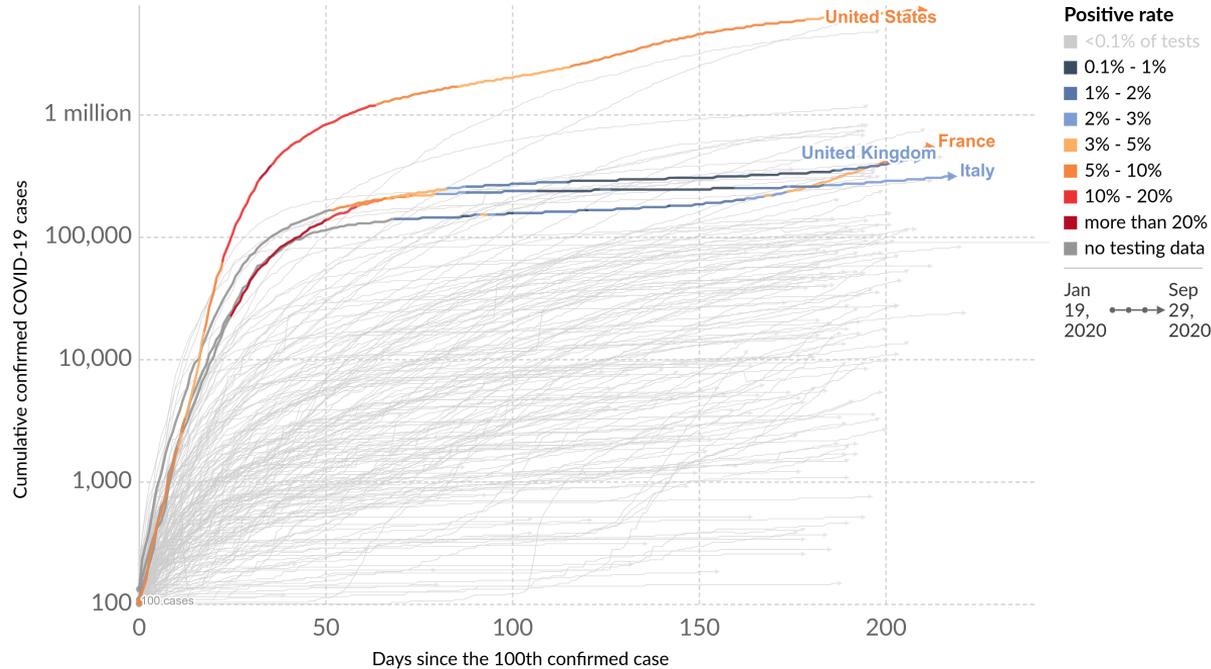
Qualche dato sul Covid-19

(fonte <https://ourworldindata.org/coronavirus-data>)

Cumulative confirmed COVID-19 cases

The number of confirmed cases is lower than the number of actual cases; the main reason for that is limited testing.

Our World
in Data



Source: European CDC - Situation Update Worldwide - Last updated 29 September, 10:05 (London time), Official data collated by Our World in Data
CC BY

1 ottobre 2020

Roberto Natalini - IAC-Cnr
Convegno Nazionale on line sui Licei Matematici

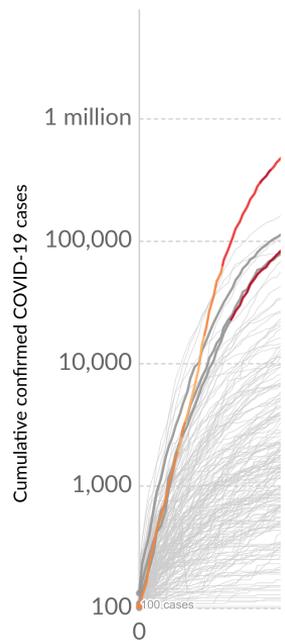


Qualche dato sul Covid-19

(fonte <https://ourworldindata.org/coronavirus-data>)

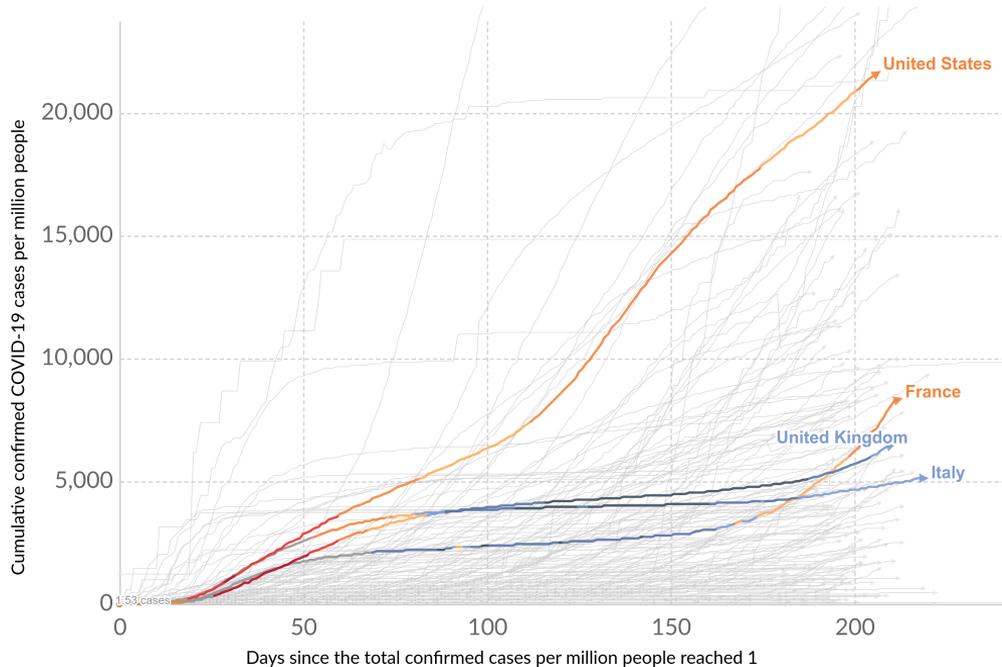
Cumulative confirmed COVID-19 cases

The number of confirmed cases is lower than the number of actual cases; the main reason for that is limited testing.



Cumulative confirmed COVID-19 cases per million people

The number of confirmed cases is lower than the number of actual cases; the main reason for that is limited testing.



Positive rate

- <0.1% of tests
- 0.1% - 1%
- 1% - 2%
- 2% - 3%
- 3% - 5%
- 5% - 10%
- 10% - 20%
- more than 20%
- no testing data

Jan 26, 2020 → Sep 29, 2020

Source: European CDC - Situation Update Worldwide - Last updated 29 September, 10:05 (London time), Official data collated by Our World in Data
CC BY

Source: European CDC - Situation Update Worldwide - Last updated 29 September, 10:05 (London time), Official data collated by Our World in Data
CC BY

1 ottobre 2020

Roberto Natalini - IAC-Cnr
Convegno Nazionale on line sui Licei Matematici



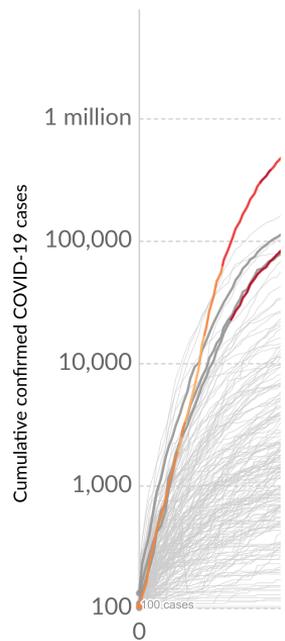
Qualche dato sul Covid-19

(fonte <https://ourworldindata.org/coronavirus-data>)



Cumulative confirmed COVID-19 cases

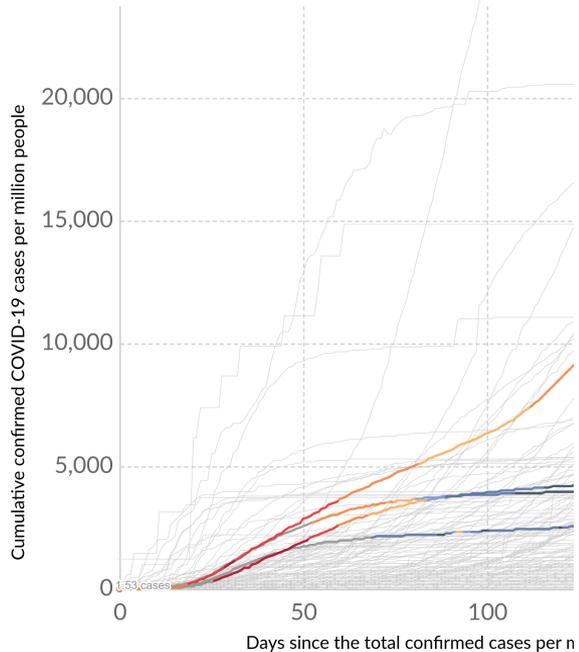
The number of confirmed cases is lower than the number of actual cases.



Source: European CDC - Situation Update Worldwide - Last updated 29 September, 10:05 (London time), Official data collated by Our World in Data
Data
CC BY

Cumulative confirmed COVID-19 cases per million people

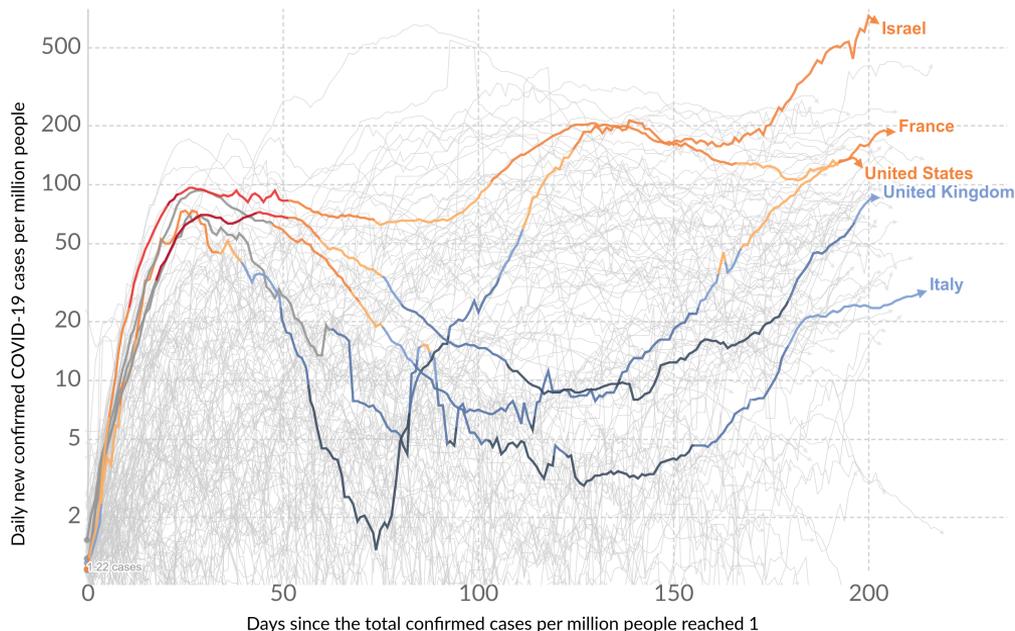
The number of confirmed cases is lower than the number of actual cases.



Source: European CDC - Situation Update Worldwide - Last updated 29 September, 10:05 (London time), Official data collated by Our World in Data
Data
CC BY

Daily new confirmed COVID-19 cases per million people

Shown is the rolling 7-day average. The number of confirmed cases is lower than the number of actual cases; the main reason for that is limited testing.



Source: European CDC - Situation Update Worldwide - Last updated 29 September, 10:05 (London time), Official data collated by Our World in Data
Data
CC BY

Positive rate

- <0.1% of tests
- 0.1% - 1%
- 1% - 2%
- 2% - 3%
- 3% - 5%
- 5% - 10%
- 10% - 20%
- no testing data

Feb 1, 2020 — Sep 29, 2020



Previsioni o divinazioni ?

È molto difficile fare previsioni,
specialmente sul futuro

(Vecchio proverbio danese, spesso
attribuito a Niels Bohr)



Previsioni o divinazioni ?

È molto difficile fare previsioni,
specialmente sul futuro

(Vecchio proverbio danese, spesso
attribuito a Niels Bohr)



Utilità delle predizioni sul Covid



Previsioni o divinazioni ?

È molto difficile fare previsioni,
specialmente sul futuro

(Vecchio proverbio danese, spesso
attribuito a Niels Bohr)



Utilità delle predizioni sul Covid

- Preparare meglio le strutture sanitarie



Previsioni o divinazioni ?

È molto difficile fare previsioni,
specialmente sul futuro

(Vecchio proverbio danese, spesso
attribuito a Niels Bohr)



Utilità delle predizioni sul Covid

- Preparare meglio le strutture sanitarie
- Valutare strategie possibili (lockdown sì o no?)



Previsioni o divinazioni ?

È molto difficile fare previsioni,
specialmente sul futuro

(Vecchio proverbio danese, spesso
attribuito a Niels Bohr)



Utilità delle predizioni sul Covid

- Preparare meglio le strutture sanitarie
- Valutare strategie possibili (lockdown sì o no?)
- Esplorare le correlazioni tra i dati (influenza dei vari fattori)

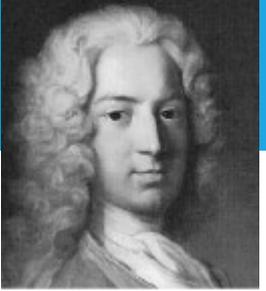


Il ruolo dei modelli matematici

Esistono molte classi di modelli di complessità varia.

- non è necessariamente vero che i modelli più complicati siano sempre migliori di quelli più semplici
- un modello non è giusto o sbagliato, dipende da
 - le domande a cui vogliamo rispondere
 - quali dati e informazioni abbiamo a disposizione
 - quanto tempo abbiamo per fornire indicazioni





Antenati illustri : il modello di Bernoulli

Daniel Bernoulli (1700-1782) e la diffusione del vaiolo

Confronti tra due gruppi:

- Uno composto da individui immuni
- Uno è composto da individui non vaccinati esposti al contagio e alla conseguente mortalità

Due compartimenti: i suscettibili (S) e gli immunizzati (R).

$$S'(t) = -mS(t) - cS(t)$$

$$R'(t) = -mR(t) + c(1 - M)S(t)$$

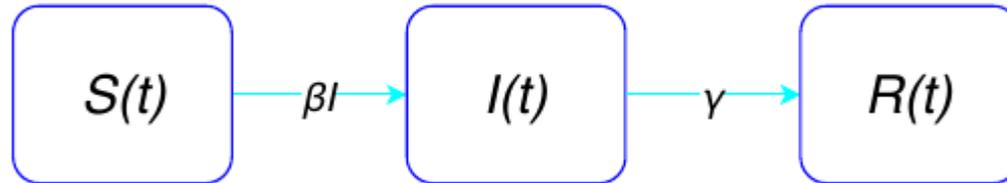
m =mortalità naturale

c =tasso di contagio

M =mortalità per la malattia



Il modello SIR (Kermack e Mc Kendrick 1927)



S: Suscettibili, sani che possono essere infettati

I: Infetti, che hanno la malattia e possono trametterla

R: Rimossi, che sono guariti oppure morti

IPOTESI:

- la popolazione è omogenea e costante nel tempo:

$$S(t) + I(t) + R(t) = N$$

- non vi è incubazione
- tutti gli individui infetti sono ugualmente contagiosi



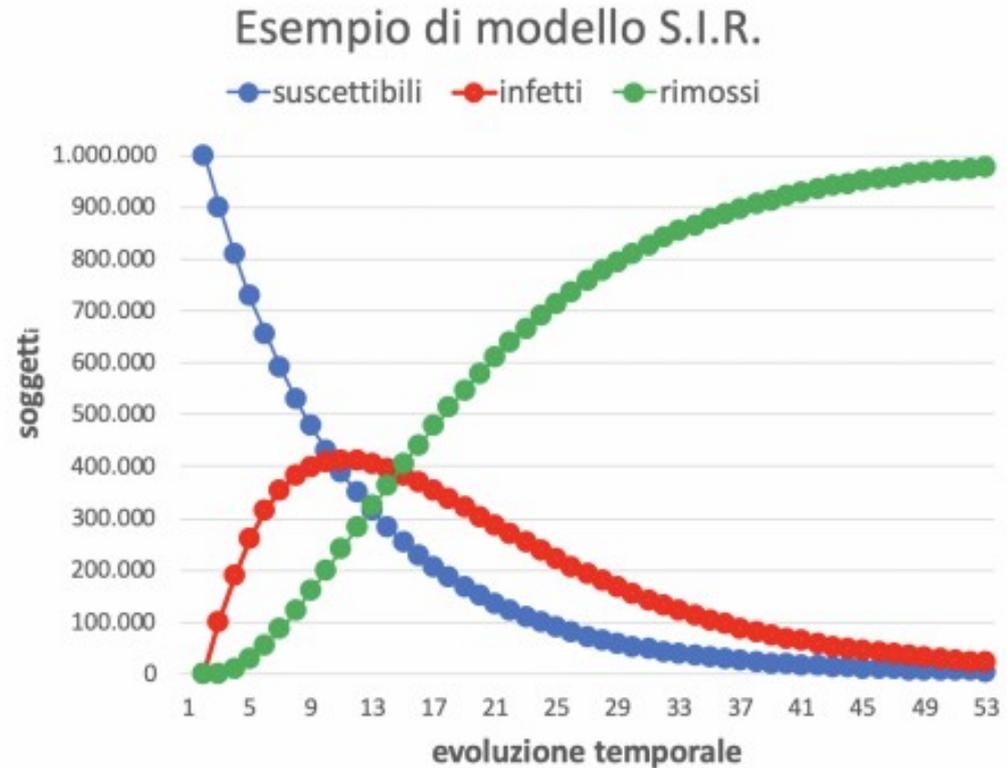
Il modello SIR (Kermack e Mc Kendrick 1927)

Le equazioni del modello SIR

$$\begin{aligned}S'(t) &= -\beta S(t)I(t) \\I'(t) &= \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \\R'(t) &= \gamma I(t)\end{aligned}$$

β Tasso di infezione

γ Tasso di rimozione



Esponenziale vs Logistica

Fase esponenziale (iniziale)

Nella fase iniziale $S(t) \approx N$ e $I(t) \approx 0$

Per cui

$$I'(t) \approx (\beta N - \gamma)I$$

E quindi $I(t)$ cresce come un'esponenziale

$$I(t) \approx e^{(\beta N - \gamma)t}$$

Fase logistica (intermedia)

Nella fase intermedia $I'(0)$ (ossia gli infetti raggiungono il massimo) e $S(t) \approx \gamma/\beta$ per cui

$$\begin{aligned} I'(t) &\approx \beta \left(S - \frac{\gamma}{\beta} \right) I \\ &\approx \beta \left(N - \frac{\gamma}{\beta} - I \right) I \end{aligned}$$



Esponenziale vs Logistica

Fase esponenziale (iniziale)

Nella fase iniziale $S(t) \approx N$ e $I(t) \approx 0$

Per cui

$$I'(t) \approx (\beta N - \gamma)I$$

E quindi $I(t)$ cresce come un'esponenziale

$$I(t) \approx e^{(\beta N - \gamma)t}$$

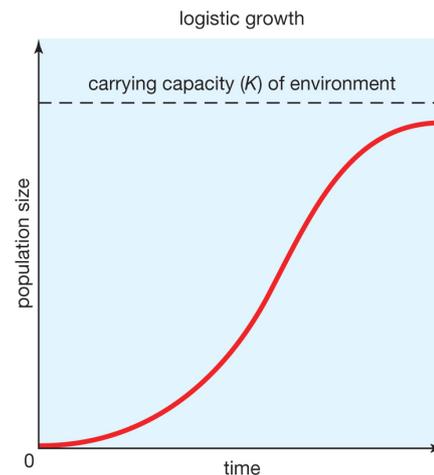
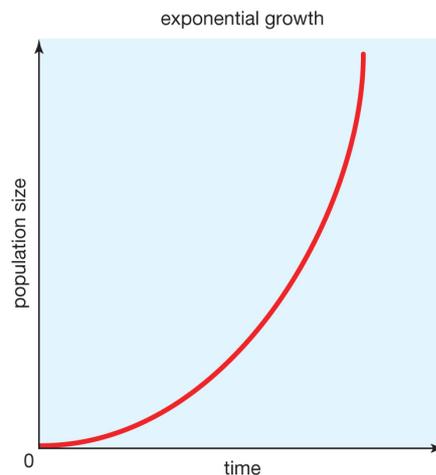
Fase logistica (intermedia)

Nella fase intermedia $I'(0)$ (ossia gli infetti raggiungono il massimo) e $S(t) \approx \gamma/\beta$ per cui

$$I'(t) \approx \beta \left(S - \frac{\gamma}{\beta} \right) I$$

$$\approx \beta \left(N - \frac{\gamma}{\beta} - I \right) I$$

Exponential versus logistic population growth



Che cos'è questo R_0 di cui si parla tanto

R_0 è il numero riproduttivo di base e rappresenta il numero di nuovi casi prodotti da un infetto, nel corso della sua malattia, in una popolazione tutta suscettibile. Nel modello SIR $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} N$

Abbiamo visto che, almeno nelle prime fasi, il numero degli infetti va come

$$I(t) \approx e^{\frac{1}{\gamma}(R_0 - 1)t}$$

Per cui, se $R_0 > 1$: l'epidemia invaderà la popolazione,

$R_0 < 1$: l'epidemia si estinguerà



Come si calcola R_0 nel modello SIR

Vogliamo ridurre R_0 sotto la soglia critica. Ricordiamo che per il modello SIR:

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma} N$$

Strategie di riduzione di R_0

- Ridurre il tasso di infezione β tramite vaccinazione, misure di prevenzione (mascherine!)
- Aumentare il tasso di rimozione γ con migliore efficienza delle misure di sorveglianza e controllo (ospedalizzazione, isolamento, quarantena . . .)



Ma quanto vale R_0 in generale ?

Malattia	Trasmissione	R_0
Morbillo	via aerea	12–18
Pertosse		12–17
Difterite	saliva	6–7
Rosolia	via aerea	
Polio	via fecale/orale	5–7
Vaiolo	via aerea	
Parotite		4–7



Ma quanto vale R_0 in generale ?

Malattia	Trasmissione	R_0
Morbillo	via aerea	12–18
Pertosse		12–17
Difterite	saliva	6–7
Rosolia	via aerea	
Polio	via fecale/orale	5–7
Vaiolo	via aerea	
Parotite		4–7

Per il Covid-19 vale circa 2,5



Non solo il modello SIR

1 ottobre 2020

Roberto Natalini – IAC-Cnr
Convegno Nazionale on line sui Licei Matematici



Non solo il modello SIR

SEIR
(E=esposti)



Non solo il modello SIR

SEIR
(E=esposti)

Modelli con
la struttura di età



Non solo il modello SIR

SEIR
(E=esposti)

Modelli con
la struttura di età

SIRV
(V=vaccinati)



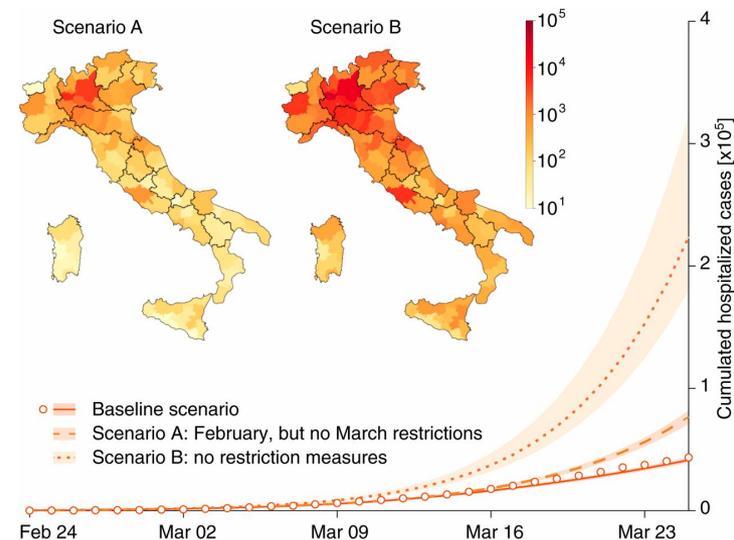
Non solo il modello SIR

SEIR
(E=esposti)

Modelli con
la struttura di età

SIRV
(V=vaccinati)

SIR su reti



Spread and dynamics of the COVID-19 epidemic in Italy: Effects of emergency containment measures
Marino Gatto, Enrico Bertuzzo, Lorenzo Mari, Stefano Miccoli, Luca Carraro, Renato Casagrandi, Andrea Rinaldo
Proceedings of the National Academy of Sciences May 2020, 117 (19) 10484-10491; DOI: 10.1073/pnas.2004978117



Un modello con zombie ?

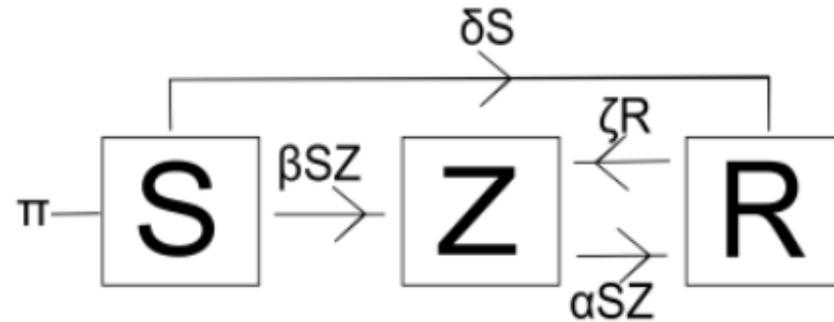
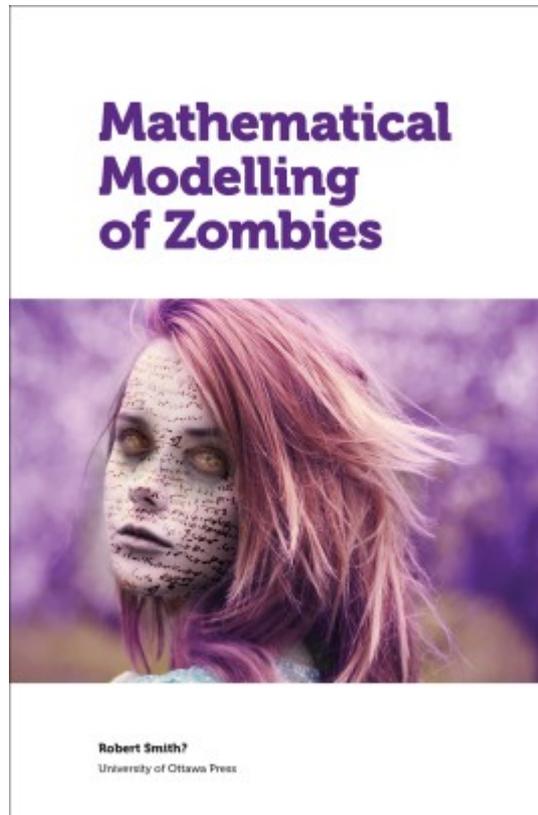


Figure: The basic model

$$S' = \Pi - \beta SZ - \delta S$$

$$Z' = \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ$$

$$R' = \delta S + \alpha SZ - \zeta R$$

Why It's So Freaking Hard To Make A Good COVID-19 Model ?

<https://fivethirtyeight.com/>

- La contagiosità dipende dai fattori ambientali, e anche individuali
- I tempi di incubazione all'inizio erano sconosciuti e rimangono variabili
- C'è una grossa percentuale, circa 40 %, di asintomatici che creano incertezza
- I dati sono aggregati con ritardo e in modo non omogeneo
- I tassi di letalità sono influenzati dall'età e dallo stato di salute individuale



La trasmissibilità ? Dipende...



Two metres or one: what is the evidence for physical distancing in covid-19?

British Medical Journal 2020; 370 doi: <https://doi.org/10.1136/bmj.m3223>
(Published 25 August 2020)

Type and level of group activity	Low occupancy			High occupancy		
	Outdoors and well ventilated	Indoors and well ventilated	Poorly ventilated	Outdoors and well ventilated	Indoors and well ventilated	Poorly ventilated
Wearing face coverings, contact for short time						
Silent	Low	Low	Low	Low	Low	Medium
Speaking	Low	Low	Low	Low	Low	Medium
Shouting, singing	Low	Low	Medium	Medium	Medium	High
Wearing face coverings, contact for prolonged time						
Silent	Low	Medium	High	Low	Medium	High
Speaking	Low	* Medium	High	* Medium	High	High
Shouting, singing	Low	High	High	High	High	High
No face coverings, contact for short time						
Silent	Low	Medium	High	High	High	High
Speaking	Low	High	High	High	High	High
Shouting, singing	High	High	High	High	High	High
No face coverings, contact for prolonged time						
Silent	Low	High	High	High	High	High
Speaking	High	High	High	High	High	High
Shouting, singing	High	High	High	High	High	High

Risk of transmission

Low ■ Medium ■ High ■

* Borderline case that is highly dependent on quantitative definitions of distancing, number of individuals, and time of exposure

1 ottobre 2020

Roberto Natalini – IAC-Cnr
Convegno Nazionale on line sui Licei Matematici



Mascherina o no ? Un ragionamento matematico

Probabilità p di contagio a meno di 1 metro per almeno 15 minuti

- con mascherina 3,1 %
- senza mascherina 17,4 %*

Probabilità q di incontrare una persona infetta (asintomatica)

Dipende dal momento, diciamo tra 1 % e 5 %

Per calcolare la probabilità di infettarsi in n incontri a rischio

$$PI = 1 - (1 - pq)^n$$

Quando c'è 1 % di infetti in media bastano

400 incontri senza mascherina
oppure

2300 incontri con mascherina

Per avere che $PI \geq 50\%$

* The Lancet: June 01, 2020 DOI: [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(20\)31142-9](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(20)31142-9)



I modelli matematici hanno fallito ?

1 ottobre 2020

Roberto Natalini – IAC-Cnr
Convegno Nazionale on line sui Licei Matematici



I modelli matematici hanno fallito ?

MENU



TOP NEWS

LA STAMPA

CRONACA

PUBBLICATO IL
08 Giugno 2020

ULTIMA MODIFICA
08 Giugno 2020
ora: 14:06



Coronavirus, il virologo Silvestri: “I modelli matematici hanno fallito”

«Avevano paventato 151mila malati in terapia intensiva all’inizio di giugno. Invece sono 286. E dopo 20 giorni dalle aperture di maggio, non c’è alcun segno di un ritorno della pandemia»



1 ottobre 2020

Roberto Natalini – IAC-Cnr
Convegno Nazionale on line sui Licei Matematici



I modelli matematici hanno fallito ?

MENU



TOP NEWS

LA STAMPA

CRONACA

PUBBLICATO IL
08 Giugno 2020

ULTIMA MODIFICA
08 Giugno 2020
ora: 14:06

Coronavirus, il virologo Silvestri: “I modelli matematici hanno fallito”

«Avevano paventato 151mila malati in terapia intensiva all’inizio di giugno. Invece sono 286. E dopo 20 giorni dalle aperture di maggio, non c’è alcun segno di un ritorno della pandemia»



Il sito ▾ Matematica ▾ Scuola ▾ Rubriche ▾

Il modello perfetto non esiste, ma ci sono alternative? Stefano Merler risponde a Guido Silvestri

da Roberto Natalini | 12 Giugno 2020 | covid-19, In Evidenza | 5 commenti



Roberto Natalini – IAC-Cnr
Lezioni on line sui Licei Matematici



I modelli matematici hanno fallito ?

Cosa è successo veramente

☰ MENU 🔍 TOP NEWS

LA STAMPA

CRONACA

PUBBLICATO IL
08 Giugno 2020

ULTIMA MODIFICA
08 Giugno 2020
ora: 14:06

f t ✉

M MaddMaths!
Matematica Divulgazione Didattica

Il sito ▾ Matematica ▾ Scuola ▾ Rubriche ▾

Coronavirus, il virologo Silvestri: “I modelli matematici hanno fallito”

«Avevano paventato 151mila malati in terapia intensiva all’inizio di giugno. Invece sono 286. E dopo 20 giorni dalle aperture di maggio, non c’è alcun segno di un ritorno della pandemia»

Il modello perfetto non esiste, ma ci sono alternative? Stefano Merler risponde a Guido Silvestri

da Roberto Natalini | 12 Giugno 2020 | covid-19, In Evidenza | 5 commenti



Roberto Natalini – IAC-Cnr
Lezioni on line sui Licei Matematici



I modelli matematici hanno fallito ?

Cosa è successo veramente

- Merler a fine aprile propone al governo un report con 49 scenari

LA STAMPA

CRONACA

PUBBLICATO IL
08 Giugno 2020

ULTIMA MODIFICA
08 Giugno 2020
ora: 14:06

Coronavirus, il virologo Silvestri: “I modelli matematici hanno fallito”

«Avevano paventato 151mila malati in terapia intensiva all’inizio di giugno. Invece sono 286. E dopo 20 giorni dalle aperture di maggio, non c’è alcun segno di un ritorno della pandemia»

M MaddMaths!
Matematica Divulgazione Didattica

Il sito ▾ Matematica ▾ Scuola ▾ Rubriche ▾

Il modello perfetto non esiste, ma ci sono alternative? Stefano Merler risponde a Guido Silvestri

da Roberto Natalini | 12 Giugno 2020 | covid-19, In Evidenza | 5 commenti



Natalini – IAC-Cnr
le on line sui Licei Matematici



I modelli matematici hanno fallito ?

Cosa è successo veramente

- Merler a fine aprile propone al governo un report con 49 scenari
- Lo scenario peggiore prevede 150.000 in terapia intensiva a fine giugno. Ma con misure intermedie solo 140-160 circa

MENU Q TOP NEWS

LA STAMPA

CRONACA

PUBBLICATO IL
08 Giugno 2020

ULTIMA MODIFICA
08 Giugno 2020
ora: 14:06

f t e

M MaddMaths!
Matematica Divulgazione Didattica

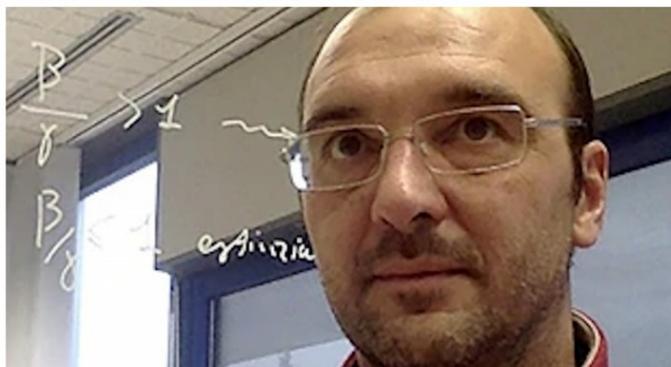
Il sito ▾ Matematica ▾ Scuola ▾ Rubriche ▾

Coronavirus, il virologo Silvestri: “I modelli matematici hanno fallito”

«Avevano paventato 151mila malati in terapia intensiva all’inizio di giugno. Invece sono 286. E dopo 20 giorni dalle aperture di maggio, non c’è alcun segno di un ritorno della pandemia»

Il modello perfetto non esiste, ma ci sono alternative? Stefano Merler risponde a Guido Silvestri

da Roberto Natalini | 12 Giugno 2020 | covid-19, In Evidenza | 5 commenti



I modelli matematici hanno fallito ?

Cosa è successo veramente

- Merler a fine aprile propone al governo un report con 49 scenari
- Lo scenario peggiore prevede 150.000 in terapia intensiva a fine giugno. Ma con misure intermedie solo 140-160 circa
- Terapie intensive reali al 20 giugno=152

LA STAMPA

CRONACA

PUBBLICATO IL
08 Giugno 2020

ULTIMA MODIFICA
08 Giugno 2020
ora: 14:06

Coronavirus, il virologo Silvestri: “I modelli matematici hanno fallito”

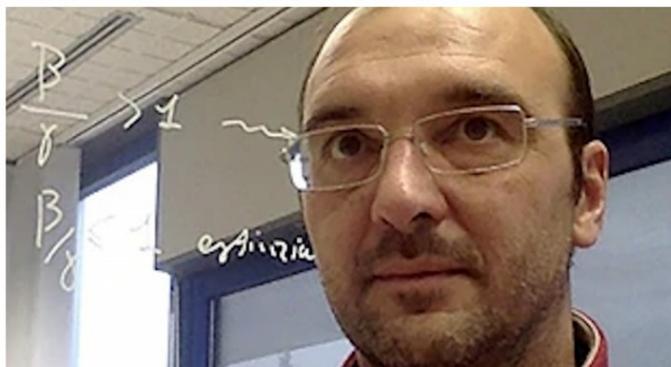
«Avevano paventato 151mila malati in terapia intensiva all’inizio di giugno. Invece sono 286. E dopo 20 giorni dalle aperture di maggio, non c’è alcun segno di un ritorno della pandemia»

M MaddMaths!
Matematica Divulgazione Didattica

Il sito ▾ Matematica ▾ Scuola ▾ Rubriche ▾

Il modello perfetto non esiste, ma ci sono alternative? Stefano Merler risponde a Guido Silvestri

da Roberto Natalini | 12 Giugno 2020 | covid-19, In Evidenza | 5 commenti



Conclusioni

Altre situazioni in cui la
matematica conta nella lotta
al Covid



Conclusioni

Altre situazioni in cui la matematica conta nella lotta al Covid

- Modelli locali (scuole, musei, stadi, parchi, ospedali...)

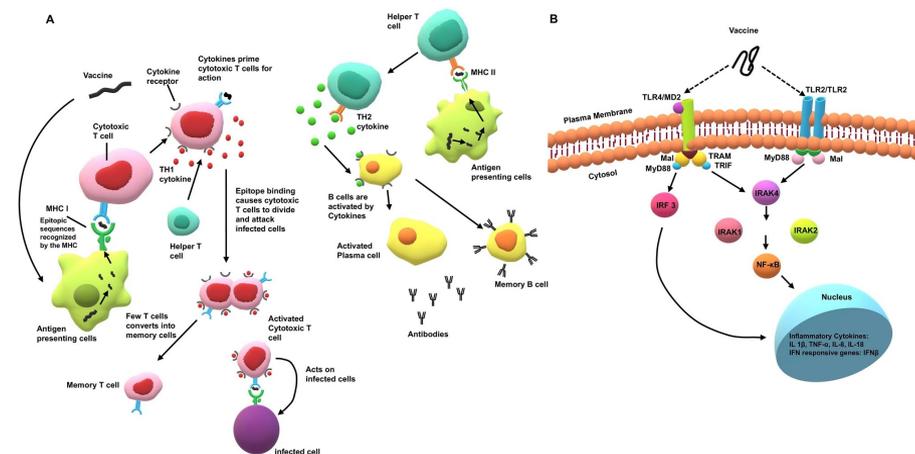


Conclusioni

Altre situazioni in cui la matematica conta nella lotta al Covid

- Modelli locali (scuole, musei, stadi, parchi, ospedali...)
- Sperimentare il vaccino al computer, simulando la risposta immunitaria

A candidate multi-epitope vaccine against SARS-CoV-2
Scientific Reports volume 10, Article number: 10895 (2020)



Conclusioni

Intervista con Andrea Crisanti: “Convivere con il virus grazie ai modelli matematici”

da *Roberto Natalini* | 26 Agosto 2020 | covid-19, Dall'Archivio di MaddMaths! | 10 commenti



Rubrica su matematica e Covid su MaddMaths!
<http://maddmaths.simai.eu/category/divulgazione/covid/>

Conclusioni

Intervista con Andrea Crisanti: "Convivere con il virus grazie ai modelli matematici"

da *Roberto Natalini* | 26 Agosto 2020 | covid-19, Dall'Archivio di MaddMaths! | 10 commenti



Rubrica su matematica e Covid su MaddMaths!
<http://maddmaths.simai.eu/category/divulgazione/covid/>

Stiamo assistendo a qualcosa che non si era mai visto prima nella storia dell'umanità: una pandemia letale il cui corso viene deviato, arrestato, prima che il contagio colpisca la stragrande parte della popolazione.

E tutto ciò è stato possibile solo grazie alla scienza: trent'anni fa sarebbe stato impossibile. Aveva ragione Galileo Galilei quando diceva "la luce della scienza cerco e 'l beneficio".

Discorso di chiusura del 417 anno accademico dell'Accademia dei Lincei, 25 settembre 2020

Discorso del Presidente **Giorgio Parisi**