



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PALERMO



LICEO CLASSICO STATALE
"VITTORIO EMANUELE II"
PALERMO

II Convegno del *Gruppo UMI* sui *Licei Matematici*

Le Tassellazioni del piano con Geogebra
tra sperimentazione didattica e formazione Docenti in pre-servizio

a cura di

Dott.ssa Donatella Maria Collura (Dipartimento di Matematica e Informatica di Palermo)

Prof.ssa Antonella Uttuso (Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo)

Prof.ssa Cinzia Cerroni (Dipartimento di Matematica e Informatica di Palermo)

Prof. Benedetto Di Paola (Dipartimento di Matematica e Informatica di Palermo)

Rilevanza sociale e culturale del Liceo Matematico in quanto percorso di formazione per i futuri cittadini

«Creando collegamenti tra conoscenze diverse, nasce l'idea di superamento della semplice conoscenza verso la competenza» e quest'ultima «ha una valenza affettiva e di atteggiamento così forte, da travalicare i contenuti disciplinari stretti» (D'Amore e Fandiño Pinilla, 2003, pp.333-334).

Rilevanza sociale e culturale del Liceo Matematico nella formazione dei futuri cittadini

Il Liceo Matematico, con la sua impronta didattica interdisciplinare, contribuisce a

- completare la formazione delle nuove generazioni come cittadini e come persone, ricercando una **sintesi tra scienza e umanesimo** che faccia leva sulla matematica quale *collante culturale* (Capone et al., 2017);

*Le finalità educative assumono quindi nel Liceo Matematico una rilevanza sociale:
crediamo che una mente più aperta e più attenta a cogliere le connessioni tra matematica
e applicazioni e tra matematica e cultura umanistica sia anche
più pronta e matura ad affrontare l'impegno del "cittadino."*

(Capone et al., 2017, p.2)

- potenziare la **mathematical literacy** degli studenti (Capone et al., 2016; Aquino et al., 2018, Capone et al., 2020);

*capacità di un individuo di utilizzare e interpretare la matematica, di darne
rappresentazione mediante formule, in una varietà di contesti (PISA, 2018), in altre
parole la capacità di vedere ed interpretare la realtà matematicamente,
dandole un senso matematico (Fandiño Pinilla, 2003).*

Rilevanza affettiva e motivazionale del Liceo Matematico nella formazione dei futuri cittadini

Turner et al., 1998;
Malmivuori, 2007;
Zan et al., 2006

Emozione/Motivazione

**DIMENSIONE
AFFETTIVA**

*(beliefs, attitude, emotions,
motivation, interest)*

**DIMENSIONE
COGNITIVA**

*(attenzione,
memoria,..)*

Affect = motivazione

ovvero, capacità di regolare il proprio comportamento,
mediante il controllo consapevole delle emozioni, «strutturato
secondo **bisogni** e **obiettivi**» (Hannula, 2006, p.175).

Studente motivato



emozioni positive
(interesse, gioia,
soddisfazione)



VS

Studente demotivato



emozioni negative
(tristezza, rabbia,
frustrazione)

Il Liceo Matematico contribuisce all'incremento del piacere e della motivazione
nell'apprendimento della matematica e delle scienze (Adesso et al., 2019)

Liceo Matematico & motivazione verso l'apprendimento della matematica

IL PROGETTO DI RICERCA



Chi?

- Studenti di grado 9 dei Licei Matematici di Firenze, Roma, Catania e Palermo e loro coetanei non LM (A.S. 2018/19)
- Docenti dei Licei Matematici (sede di Palermo)



Subject di ricerca

- Didattica collaborativa
- Motivazione degli studenti verso l'apprendimento della matematica



Scopi

- Motivazione *intrinseca* verso la matematica: in che misura può aumentare negli studenti di un Liceo Matematico?
- Didattica interdisciplinare e Didattica collaborativa: in che termini possono costituire dei fattori motivanti per gli studenti?
- Uso della Storia della Matematica: in che termini può essere un fattore motivante per gli studenti? (Cerroni, 2018)



Strumenti e metodologia

- Questionari su aspetti cognitivi e motivazionali
- Interviste semistrutturate per i Docenti su forme e benefici della didattica collaborativa

Liceo Matematico & motivazione verso l'apprendimento della matematica

FRAMEWORK TEORICO

❑ *Self-Determination Theory*
(Deci & Ryan, 1985; 2000)

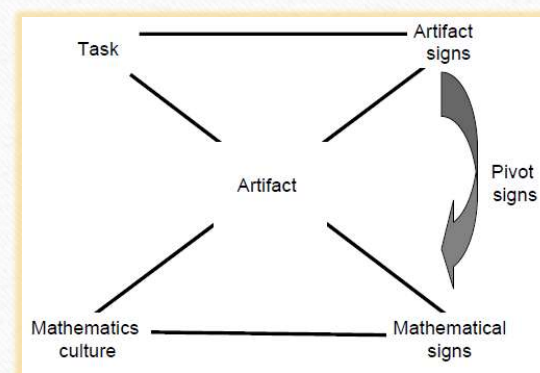
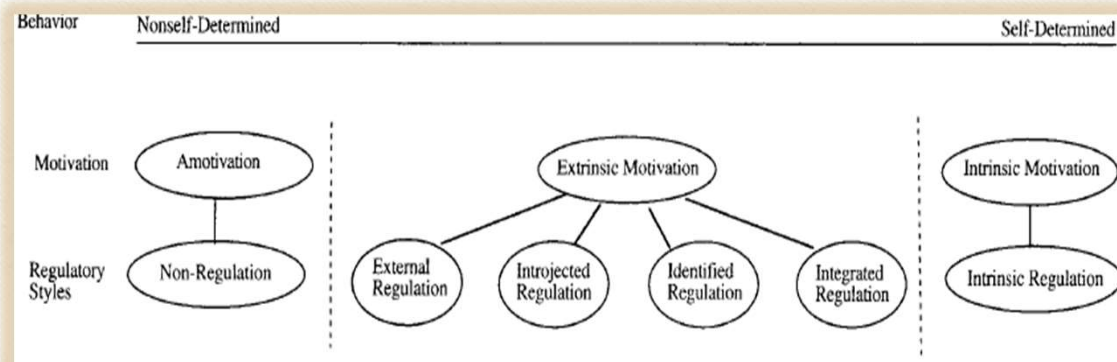


❑ *Pedagogical Content Knowledge* (Shulman, 1986)

❑ *Teoria della Mediazione Semiotica*
(Bartolini Bussi & Mariotti, 2008; 2009)



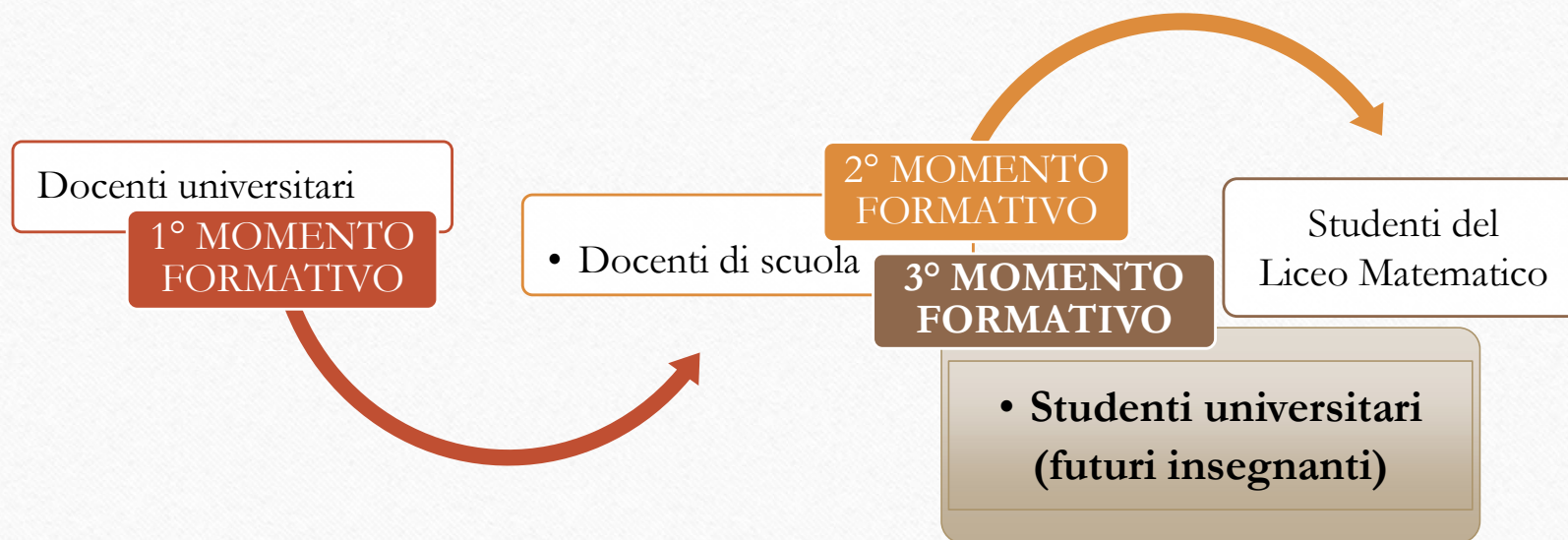
❑ *Collaborative teaching* (DuFour, 2004; Wenger, 1998; Muijs et al., 2010; Egodawatte et al., 2011)

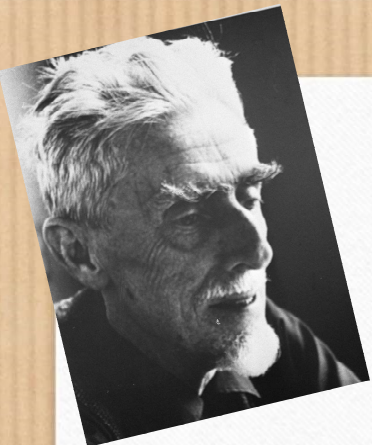


Rilevanza del Liceo Matematico nella formazione dei futuri cittadini... e dei futuri insegnanti

L'esperienza didattica nella sede di Palermo:

- Laboratorio di Geogebra per l'apprendimento delle isometrie e delle tassellazioni, Liceo Classico «Vittorio Emanuele II» di Palermo, A.S. 2020/2021;
- Laboratori, Liceo Scientifico «Benedetto Croce» di Palermo, A.S. 2020/2021





Il pensiero scientifico-matematico nell'arte di Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo

Tempi: gennaio-febbraio 2021

Modalità: lezioni a distanza

Destinatari: una classe terza (sezione mista) di Liceo Matematico

Personale coinvolto:

Prof.ssa Cinzia Cerroni e Prof. Benedetto Di Paola (DMI di Palermo)

Prof.ssa Antonella Uttuso (referente scolastica)

n.4 laureandi del CdS Magistrale in Matematica di Palermo

Prof. Gerlando Cocchiara (Docente di Matematica)

Prof.ssa Tiziana Raniolo (Docente di Storia dell'arte)

CO-DOCENZA

Argomenti: Tassellazioni del piano

Percorso interdisciplinare di Matematica e Storia dell'Arte

modi di ricoprire uno spazio piano con una o più figure geometriche (dette «tasselli») semplicemente connesse (ovvero che siano ciascuna un pezzo unico e privo di buchi), ripetute all'infinito senza spazi né sovrapposizioni.

II Convegno del *Gruppo UMI* sui *Licei Matematici* - 22 Febbraio 2021

Il pensiero scientifico-matematico nell'arte di Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo

Obiettivi del laboratorio:

- Costruire i poligoni regolari con riga e compasso;
- Caratterizzare le isometrie piane;
- Ragionare sul concetto di tassellazione;
- Classificare i vari tipi di tassellazione;
- Dare un'idea del concetto di geometria iperbolica
- Riconoscere questi elementi nelle opere di Escher



Il pensiero scientifico-matematico nell'arte di Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

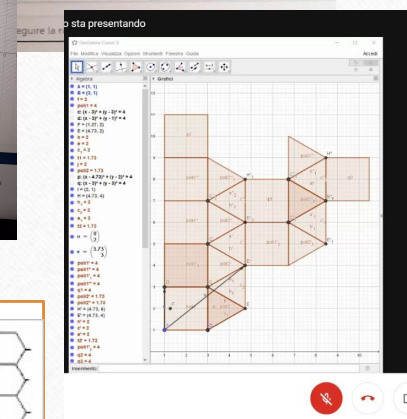
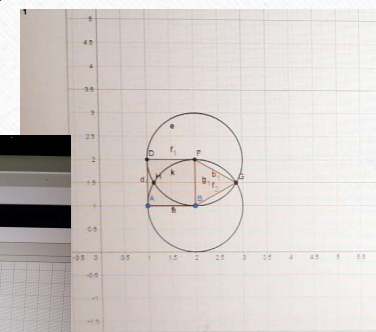
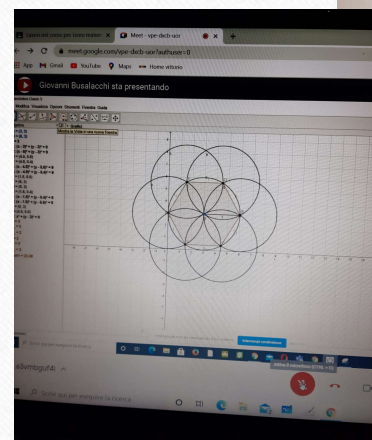
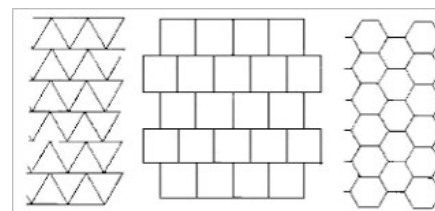
Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo

Metodologia d'intervento

- Discussione matematica (Bartolini Bussi et al., 1995)
- Uso dell'artefatto Geogebra per la riproduzione di alcune tassellazioni
- Schede di lavoro individuale

Dimostriamo il seguente Teorema:

Le sole possibili tassellazioni regolari del piano sono realizzate con quadrati o esagoni regolari o triangoli equilateri



Giovanni Busalacchi sta presentando

Tommaso Giallomb...
e altre 4 persone

14:02

GeoGebra Classic 5

File Modifica Visualizza Opzioni Strumenti Finestra Guida

Algebra

- $A = (2, 2)$
- $B = (2, 2)$
- $C = (2, 2)$
- $D = (2, 2)$
- $E = (2, 2)$
- $F = (2, 2)$
- $G = (2, 2)$
- $H = (2, 2)$
- $I = (2, 2)$
- $J = (2, 2)$
- $K = (2, 2)$
- $L = (2, 2)$
- $M = (2, 2)$
- $N = (2, 2)$
- $O = (2, 2)$
- $P = (2, 2)$
- $Q = (2, 2)$
- $R = (2, 2)$
- $S = (2, 2)$
- $T = (2, 2)$
- $U = (2, 2)$
- $V = (2, 2)$
- $W = (2, 2)$
- $X = (2, 2)$
- $Y = (2, 2)$
- $Z = (2, 2)$

Grafici

Dettagli riunione

Alessandro Bica sta presentando

Marco La Versa
e altre 10 perso...

13:43

GeoGebra Classic 5

File Modifica Visualizza Opzioni Strumenti Finestra Guida

Algebra

- $A = (1, 1)$
- $B = (2, 1)$
- $C = (1, 1)$
- $D = (1, 1)$
- $E = (1, 1)$
- $F = (1, 1)$
- $G = (1, 1)$
- $H = (1, 1)$
- $I = (1, 1)$
- $J = (1, 1)$
- $K = (1, 1)$
- $L = (1, 1)$
- $M = (1, 1)$
- $N = (1, 1)$
- $O = (1, 1)$
- $P = (1, 1)$
- $Q = (1, 1)$
- $R = (1, 1)$
- $S = (1, 1)$
- $T = (1, 1)$
- $U = (1, 1)$
- $V = (1, 1)$
- $W = (1, 1)$
- $X = (1, 1)$
- $Y = (1, 1)$
- $Z = (1, 1)$

Grafici

Dettagli riunione

...sta presentando

GeoGebra Classic 5

File Modifica Visualizza Opzioni Strumenti Finestra Guida

Algebra

- $A = (1, 1)$
- $B = (2, 1)$
- $C = (1, 1)$
- $D = (1, 1)$
- $E = (1, 1)$
- $F = (1, 1)$
- $G = (1, 1)$
- $H = (1, 1)$
- $I = (1, 1)$
- $J = (1, 1)$
- $K = (1, 1)$
- $L = (1, 1)$
- $M = (1, 1)$
- $N = (1, 1)$
- $O = (1, 1)$
- $P = (1, 1)$
- $Q = (1, 1)$
- $R = (1, 1)$
- $S = (1, 1)$
- $T = (1, 1)$
- $U = (1, 1)$
- $V = (1, 1)$
- $W = (1, 1)$
- $X = (1, 1)$
- $Y = (1, 1)$
- $Z = (1, 1)$

Grafici

Il pensiero scientifico-matematico nell'arte di Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

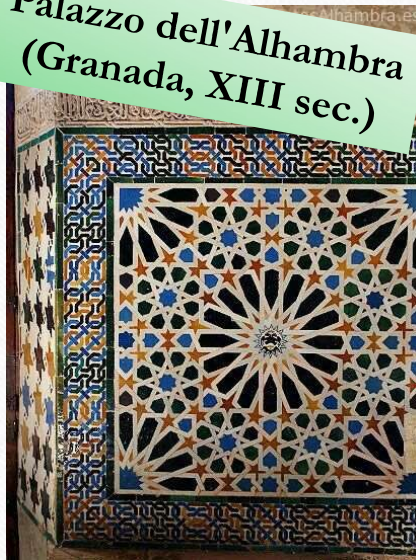
Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo

Le Tassellazioni applicate all'arte romana, islamica, bizantina

Terme di Caracalla
(Roma, 212-216 d.C.)



Palazzo dell'Alhambra
(Granada, XIII sec.)



Cappella Palatina
(Palermo, 1130)



Il pensiero scientifico-matematico nell'arte di Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo

Dall'osservazione delle opere presenti all'Alhambra, il grande artista olandese Escher trasse ispirazione per una possibile divisione regolare del piano. Escher sperimentò le sue particolari tassellazioni applicando le isometrie piane a diverse figure, finendo talvolta con il distorcerle fino ad ottenere forme di animali, uccelli e altre ancora.

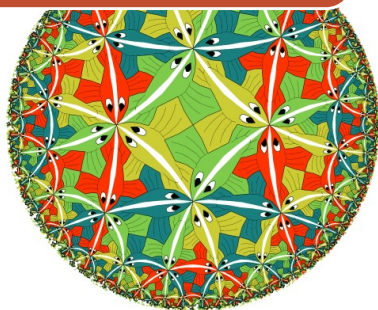


Il pensiero scientifico-matematico nell'arte di Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo

E per finire...

Rappresentazione del concetto di **infinito** nei quadri di Escher



«Limite del cerchio III» (1959)

Il concetto di infinito nel mondo greco



Percorso interdisciplinare di Matematica e Filosofia (e Storia dell'Arte)



«Cerchio Limite IV (Paradiso e Inferno)» (1960)

Il pensiero scientifico-matematico nell'arte di Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

ESITI

Liceo Classico "Vittorio Emanuele II" di Palermo

- ✓ Valenza formativa dell'esperienza didattica per gli studenti
- ✓ Miglioramento delle capacità logiche e argomentative degli studenti (intervento sulla *mathematical literacy* degli studenti)
- ✓ Incremento della *motivazione intrinseca* verso l'apprendimento della matematica nella classe coinvolta

PROBLEMI APERTI che ci siamo posti

La matematica del Liceo Matematico....

*aiuta a **guardare** con occhi diversi il mondo intorno a noi
permette di **trovare** un ordine, un senso, anche in quello che sembra semplicemente casuale
[...] se esposta in maniera chiara, **interessante** e **giocosa** diventa ancora più figa!*

- 1) Il *cooperative learning* (che qui non è stato possibile adottare) avrebbe portato ad esiti differenti?
- 2) Quali ricadute sulla formazione dei futuri insegnanti di matematica "in servizio" presso il Liceo Matematico?

Bibliografia

- Adesso, M.G., Capone, R., Fiore, O., Tortoriello F.S. (2019). Discovering Neglected Synthetic Geometry on Social Networks: Learning Maths as in the Historical Italian Academies. In: É. Barbin – U. T. Jankvist – T. H. Kjeldsen – B. Smestad – C. Tzanakis (eds.), *Proceedings of the Eighth European Summer University on History and Epistemology in Mathematics Education (ESU 8)*, Oslo, 2019, Vol.1, pp. 561-573.
- Aquino, D., Brunetto, C., Cirmi, G. R., D'Asero, S., Faraci, F., Mammana, M. F., ... & Zuccarello, P. A. (2018). Dalle strategie ai teoremi. *Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica*, 85.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 32(3), 270-294.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of international research in mathematics education*, 746-783.
- Bartolini Bussi, M.G., Boni, M. & Ferri, F. (1995). *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*. Modena: CDE.
- Capone, R., Adesso, M. G., Del Regno, F., Lombardi, L., & Tortoriello, F. S. (2020). Mathematical competencies: a case study on semiotic systems and argumentation in an Italian High School. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-16.
- Capone, R., Rogora, E., & Tortoriello, F. S. (2017). La matematica come collante culturale nell'insegnamento. *Matematica Cultura e Società*, 2(3), 293-303.
- Capone, R., Dello Iacono, U., Tortoriello, F.S., Vincenzi, G. (2016). Math High School: A Teaching Proposal. In: L. Radford – F. Furinghetti – T. Hausberger (eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics*, Montpellier, 2016.
- Cerroni C. (2018). *La storia della matematica in classe: percorso di storia e teoria della crittografia*. In B. D'Amore, & S. Sbaragli (a cura di), *La Didattica della Matematica, strumento concreto in aula* (pp. 143-144). Bologna: Pitagora Editrice Bologna.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2003). “Competenze”: obiettivo per chi costruisce il proprio sapere. *La matematica e la sua didattica*, 3, 327-338.

Bibliografia

- Deci, E.L., & Ryan, R.M. (2000). The "what" and "why" of goal pursuits: Human needs and the self-determination of behavior. *Psychological inquiry*, 11(4), 227-268
- Deci, E., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. Springer Science & Business Media.
- DuFour, R. (2004). What is a "professional learning community"? *Educational Leadership*, 61(8), 6–11.
- Egodawatte, G., McDougall, D., & Stoilescu, D. (2011). The effects of teacher collaboration in Grade 9 Applied Mathematics. *Educational Research for Policy and Practice*, 10(3), 189-209.
- Fandiño Pinilla M.I. (2003). "Diventare competente", una sfida con radici antropologiche. In: D'Amore B., Godino D.J., Arrigo G., Fandiño Pinilla M.I. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Hannula, M. S. (2006). Motivation in mathematics: goals reflected in emotions. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 165–178.
- Lim, S. Y., & Chapman, E. (2015a). Adapting the academic motivation scale for use in pre-tertiary mathematics classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 27(3), 331-357.
- Malmivuori, M.L. (2007). Affect and self-regulation. *Educational Studies in Mathematics* 63(2), pp. 149-164.
- Muijs, D., West, M., & Ainscow, M. (2010). Why network? Theoretical perspectives on networking. *School Effectiveness and School Improvement*, 21(1), 5–26.
- OECD (2019), *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15(2), 4-14.
- Turner, J. C., Thorpe, P. K., & Meyer, D. K. (1998). Students' reports of motivation and negative affect: A theoretical and empirical analysis. *Journal of educational Psychology*, 90(4), 758-771.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice*. New York: Cambridge University Press.
- Zan R., Brown L., Evans J., Hannula M. S. (2006). Affect in mathematics education: an introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63: 113-121.

Un sentimento ringraziamento va ai docenti
Prof. Gerlando Cocchiara (Docente di Matematica), Prof.ssa Tiziana Raniolo (Docente di Storia dell'arte)

e ai laureandi del Corso di Laurea Magistrale in Matematica di Palermo:
Alessandro Bica, Giovanni Busalacchi, Simona Stabile, Valentina Rindinella

Grazie per l'attenzione

I nostri indirizzi e-mail:

Donatella Maria Collura

donatella.collura@studium.unict.it

Antonella Uttuso

antonella.uttuso@posta.istruzione.it

Cinzia Cerroni

cinzia.cerroni@unipa.it

Benedetto di Paola

benedetto.dipaola@unipa.it

