Dalle diete alimentari alla programmazione lineare

PAOLO GIANGRANDI
CHIARA MILAN
FRANCA RINALDI
ISIS A. MALIGNANI DI UDINE - UNIVERSITA' DI UDINE

SEMINARIO NAZIONALE DEI LICEI MATEMATICI 14 APRILE 2021

Un Liceo Matematico all'ISIS Malignani di Udine

A partire dall'anno scolastico 2018/2019 è stato avviato, in collaborazione con il Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche dell'Università di Udine, un nuovo percorso didattico sperimentale, denominato *Liceo Matematico*. Questo indirizzo, già in corso di sperimentazione a livello nazionale, è stato avviato per la prima volta in Regione presso il nostro Istituto e **si inserisce nel percorso del Liceo delle Scienze Applicate**: il Liceo Matematico comprende nell'arco del quinquennio **6 ore di potenziamento matematico** in più rispetto al normale percorso scolastico del Liceo delle Scienze Applicate. Il titolo di studio conseguito alla fine del quinquennio rimane quello del Liceo delle Scienze Applicate.

L'intento di questo nuovo indirizzo è di potenziare le competenze matematiche degli allievi attraverso un approccio laboratoriale, stimolando nei ragazzi la curiosità verso la matematica. La preparazione nelle diverse discipline scientifiche peculiari del percorso LSA viene quindi rafforzata da una conoscenza più approfondita della matematica: il nuovo percorso non sottrae infatti ore di lezione a nessuna delle altre materie previste nel curricolo del liceo delle scienze applicate. Le conoscenze matematiche maturate nel percorso sono quindi spendibili in tutte le facoltà scientifiche (e non solo). I **punti di forza** del nuovo indirizzo sono:

- una forte attenzione a una metodologia didattica laboratoriale;
- la collaborazione con l'Università nella progettazione didattica e nell'approfondimento di alcuni temi;
- la ricerca di punti di contatto tra le diverse discipline (interdisciplinarità).

Come iscriversi al Liceo matematico

All'atto dell'iscrizione al Liceo delle Scienze Applicate, lo studente sceglie l'opzione del Liceo Matematico. Tale iscrizione comporta l'impegno a frequentare le ore aggiuntive previste nell'arco dell'intero quinquennio. I **contenuti delle attività aggiuntive** del Liceo Matematico non saranno soggetti a verifica, ma costituiranno un **bagaglio culturale di eccellenza – riconosciuto anche dall'Università di Udine – che caratterizzerà gli studenti iscritti alla sezione matematica**. L'orario settimanale ampliato prevede, nel solo triennio, un rientro pomeridiano o una sesta ora, mentre non prevede rientri pomeridiani per il biennio.

Il ruolo dell'Università degli Studi di Udine

La collaborazione scientifica dell'I.S.I.S. Malignani con l'Università di Udine (in particolare, con il Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche) è già in atto da diversi anni e ha riguardato diverse attività, quali i laboratori del Piano Lauree Scientifiche (PLS), il corso di Matematica di Base, l'organizzazione di stage e gare di matematica (in collaborazione con l'associazione Mathesis di Udine).

Il Liceo Matematico nasce da una stretta collaborazione scientifico-didattico tra ISIS A. Malignani e Dipartimento di Matematica, Informatica e Fisica, cooperazione che si esprime in termini di progettazione dei contenuti disciplinari del percorso, in termini di sperimentazione di metodologie didattiche innovative, in termini di realizzazione di laboratori didattici afferenti al Piano Lauree Scientifiche (PLS) coordinati da docenti universitari.

Il quadro metodologico

I riferimenti metodologici della didattica della matematica a cui guardiamo con particolare attenzione per la progettazione del Liceo Matematico sono:

- Lezioni mirate ad accentuare
  - L'apprendimento di competenze e non semplicemente di nozioni
  - L'attività di problem solving
  - L'aspetto laboratoriale
  - L'apprendimento cooperativo (cooperative learning)
- Learning by doing
  - Matematica come scoperta
  - Esplorazione con il computer
  - Uso di modelli matematici
- Didattica digitale basata su
  - LIM
  - Piattaforma e-learning
  - Software specifici per la matematica
- Uso di materiali didattici ("materiali poveri")
  - Uso di modelli concreti per esplorare modelli astratti della matematica
  - Materiali di uso quotidiano legati a concetti tematici
- Matematica applicata
  - Matematica e realtà
  - Matematica per le scienze

I.S.I.S. MALIGNANI UDINE

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE
hic sunt futura

LICEO MATEMATICO

Un nuovo percorso sperimentale per potenziare il Liceo delle Scienze Applicate

ISIS A. MALIGNANI DI UDINE E DIPARTIMENTO DI SCIENZE MATEMATICHE, INFORMATICHE E FISICHE - UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

A.S. 2020-21

Il LM a Udine

Modulo di laboratorio sulla programmazione lineare

- Il tema della programmazione lineare è stato proposto alle classi seconde del liceo matematico in forma di attività laboratoriale
- Lavoro a gruppi
- Circa 12-14 ore

Perché la programmazione lineare?

- Permette di rivisitare in modo unificato temi fondamentali maturati nel corso del biennio
  - Algebra lineare
  - Piano cartesiano: punti, rette e semipiani
- Rappresentazioni grafiche concrete
- Software didattici
  - GeoGebra
  - Foglio elettronico
  - AMPL

Il problema delle diete alimentari: dal piano M@t.abel al Liceo Matematico

Indire Edu - unità didattica - Google Chrome

Non sicuro | forum.indire.it/repository/working/export/458/1309.htm

PROGETTAZIONE RISORSA/ATTIVITÀ DIDATTICA

Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica
indire

Diete alimentari II

Attività riadattata da Matematica 2003 da Pierangela Accomazzo, Marilina Ajello, Domingo Paola

Descrizione attività

- Introduzione
- Riferimenti curricolari
- Descrizione dell'attività
- Indicazioni metodologiche
- Spunti per un approfondimento disciplinare
- Elementi per prove di verifica
- Altre attività con gli studenti
- Documentazioni e materiali
- Bibliografia e sitografia
- Protocollo per la sperimentazione

Fase 1 | Fase 2 | Fase 3

L'insegnante propone il problema seguente

Due fratelli sono bloccati per alcuni giorni in una baita di montagna da una tempesta di neve. Entrambi devono seguire una specifica dieta per motivi di salute. Il primo deve mangiare ogni giorno 50 grammi di grassi, 100 grammi di proteine e 250 grammi di carboidrati. Il secondo, invece, deve mangiare almeno 60 grammi e non più di 100 grammi di proteine; inoltre deve mantenere l'apporto calorico compreso fra 2000 e 2400 calorie; infine dovrebbe ridurre al minimo l'apporto di grassi.
Nella baita ci sono provviste soltanto di carne in scatola, crackers e banane e il secondo fratello è allergico alle banane! A parte la monotonia dell'alimentazione, potranno i fratelli seguire le loro diete? E che quantità di cibi dovranno o potranno assumere ogni giorno?

L'insegnante fornisce inoltre la seguente tabella di composizione dei tre alimenti che si trovano nella baita (tabella 1) e ricorda il numero di calorie fornite da ciascun grammo di proteine (4), grassi (9), carboidrati (4).

	Proteine grammi in un etto	Grassi grammi in un etto	Carboidrati grammi in un etto
carne in scatola	16	8	0
crackers	9	10	80
banane	1	0	15

Scarica la tabella 1 in formato .rtf.

Si invitano gli studenti a organizzare una dieta giornaliera, che a loro sarebbe gradita, con questi alimenti e a fare il calcolo del relativo apporto calorico, confrontando poi in classe le scelte fatte.
Questo può essere utile per familiarizzare con i dati del problema e i calcoli da fare.

INDIRE © 2006
Attività aggiornata nel 2015 gra di PON-FSE relativi al progetto PON MATEMATICA (B-10-FSE-2010-3)

Excel 2016

Il problema delle diete alimentari: fasi

- Il problema è stato segmentato in diverse schede di lavoro
-
  - Familiarizzare con il problema (schede 1-2)
  - Diete determinate: sistemi lineari (scheda 3)
  - Diete indeterminate: sistemi di disequazioni, regioni ammissibili, confronto di soluzioni (schede 4-5)
  - Vincoli e soluzioni ottime (scheda 6-7)
  - Il problema delle diete con il foglio elettronico
  - La sintesi delle idee fondamentali

Il problema delle diete alimentari: scheda 1

Scheda 1: Descrizione attività

Immaginate di essere bloccati per alcuni giorni in una baita di montagna da una tempesta di neve. Nella baita ci sono provviste soltanto di carne in scatola, crackers e banane. Le seguenti due tabelle forniscono la composizione degli alimenti e l'apporto calorico.

Il problema delle diete alimentari: scheda 1

Tab 1 - Composizione alimenti

	Proteine (grammi) in un grammo di cibo	Grassi (grammi) in un grammo di cibo	Carboidrati (grammi) in un grammo di cibo
carne in scatola	0,16	0,08	0,00
crackers	0,09	0,10	0,80
banane	0,01	0,00	0,15

Tab2 - Apporto calorico

	Proteine	Grassi	Carboidrati
Calorie in un grammo (kcal)	4	9	4

a) Si invita ciascun gruppo a organizzare una dieta giornaliera gradita con questi alimenti

Il problema delle diete alimentari: schede 1-2

- I ragazzi hanno bisogno di familiarizzare con il problema
  - Concetto di dieta
  - Grandezze in gioco nel problema
  - Le unità di misura
  - Dati organizzati in tabelle
  - Modellazione del problema: funzioni, …
  - Aspetti interdisciplinari: scienze e non solo…

Il problema delle diete alimentari: scheda 3

- Due fratelli, Marco e Daniele, sono bloccati per alcuni giorni in una baita di montagna da una tempesta di neve. Entrambi devono seguire una specifica dieta per motivi di salute.
- Marco, in particolare, deve mangiare ogni giorno 50 grammi di grassi, 100 grammi di proteine e 250 grammi di carboidrati.
- […] E che quantità di cibi dovrà o potrà assumere ogni giorno?

Il problema delle diete alimentari: scheda 3

- Costruzione del sistema lineare
  - $\begin{cases} 0{,}16x + 0{,}09y + 0{,}01z = 100 \\ 0{,}08x + 0{,}10y = 50 \\ 0{,}80y + 0{,}15z = 250 \end{cases}$

- Le soluzioni non sono rappresentate da «numeri tondi»
  - $\begin{cases} x = 497{,}44 \\ y = 102{,}04 \\ z = 1122{,}4 \end{cases}$

Il problema delle diete alimentari: scheda 3

RISOLUZIONE DEI SISTEMI LINEARI 3x3 CON IL METODO DI CRAMER

0,16	**x**	**+**	**0,09**	**y**	**+**	**0,01**	**z**	**=**	**100**			**Tipo di sistema:**	**determinato**
0,08	**x**	**+**	**0,1**	**y**	**+**	**0**	**z**	**=**	**50**				
0	**x**	**+**	**0,8**	**y**	**+**	**0,15**	**z**	**=**	**250**				

	0,16	0,09	0,01	0,16	0,09					
D=	0,08	0,1	0	0,08	0,1	=	0,00196	x= $\frac{Dx}{D}$	=	**497,449**
	0	0,8	0,15	0	0,8					
								y= $\frac{Dy}{D}$	=	**102,041**
	100	0,09	0,01	100	0,09					
Dx=	50	0,1	0	50	0,1	=	0,97500			
	250	0,8	0,15	250	0,8			z= $\frac{Dz}{D}$	=	**1122,449**
	0,16	100	0,01	0,16	100					
Dy=	0,08	50	0	0,08	50	=	0,20000			
	0	250	0,15	0	250					

... non solo calcolo manuale

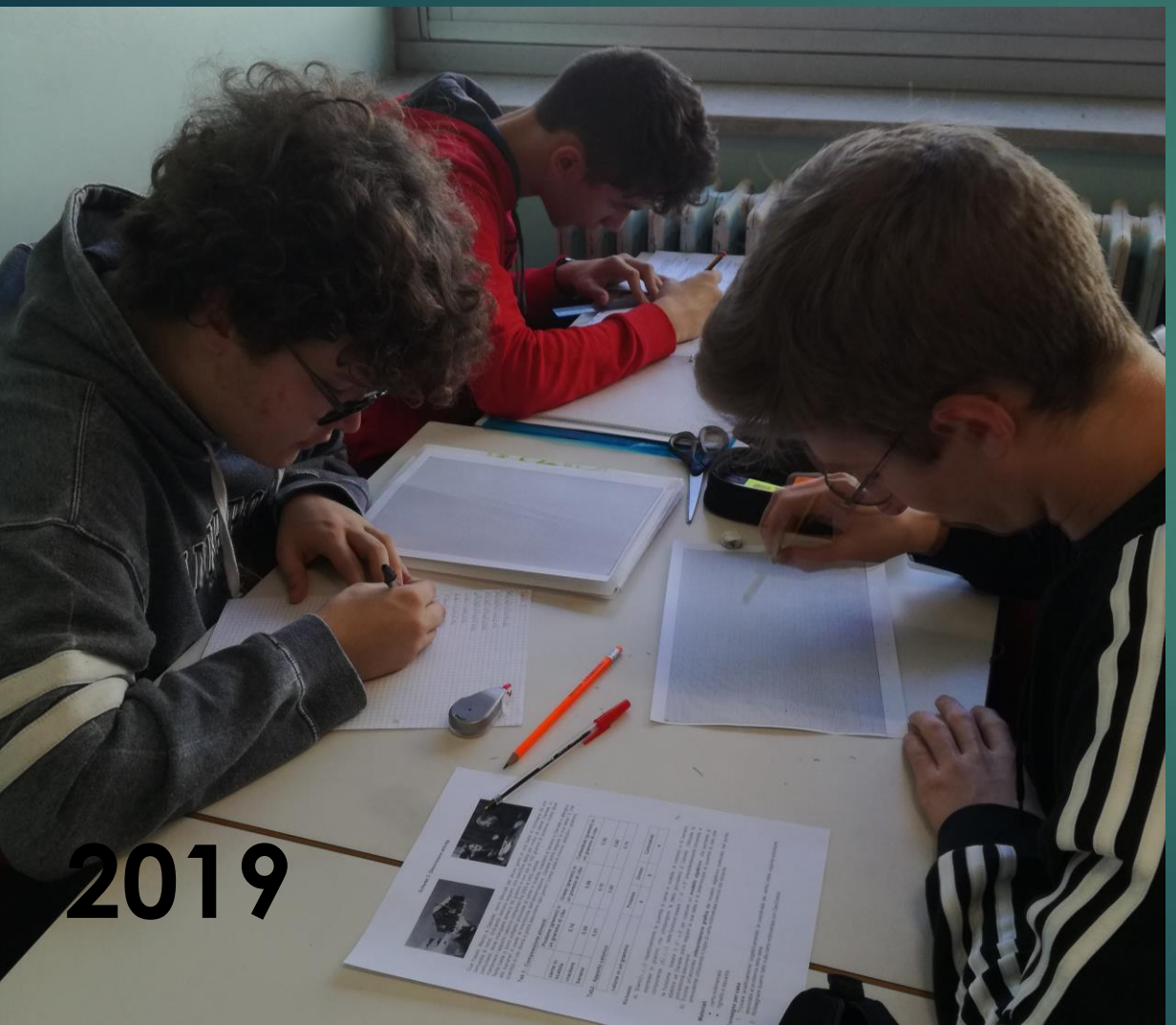
File di Eleonora Culot

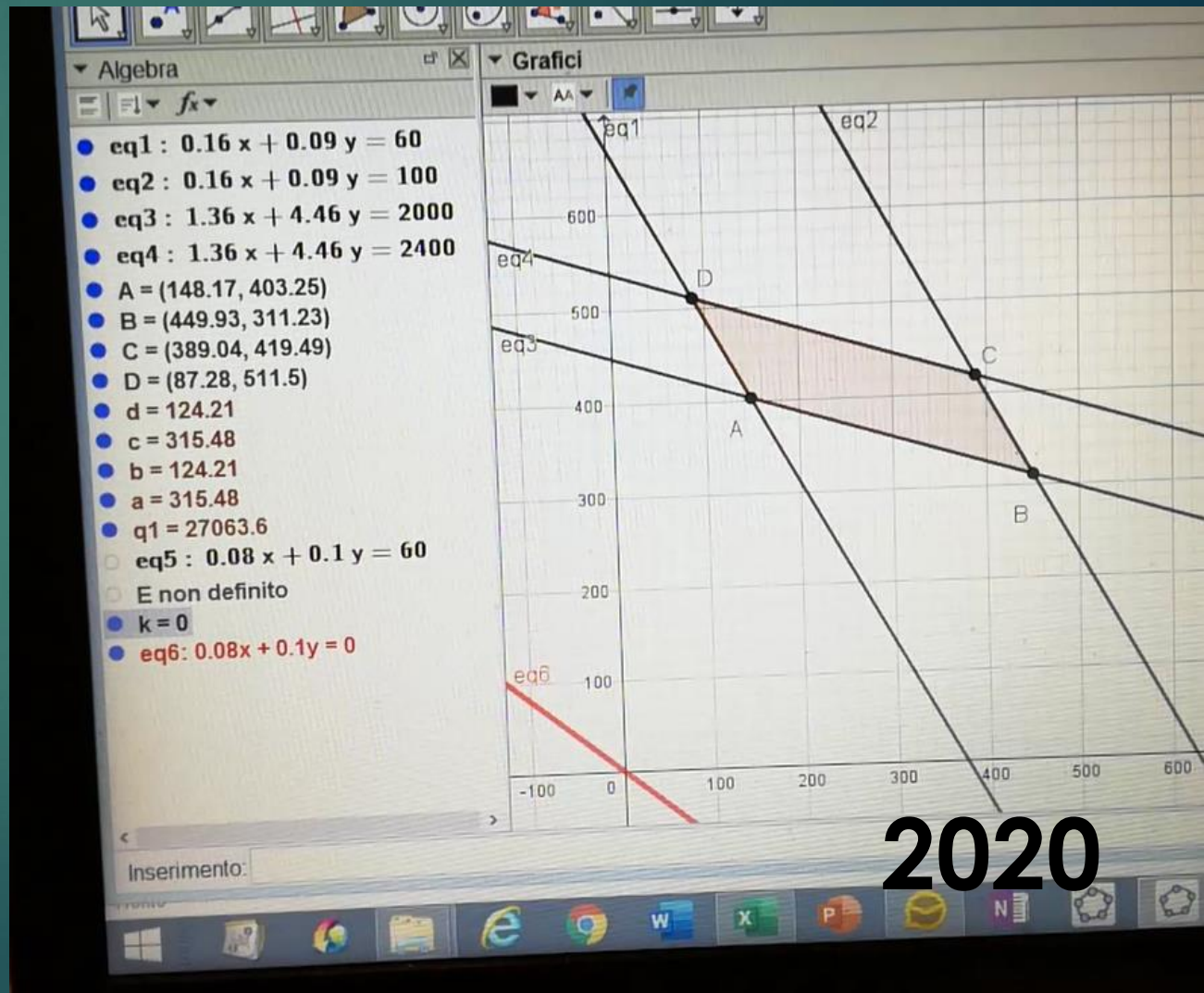
Il problema delle diete alimentari: scheda 4

- Daniele, in particolare, deve mangiare almeno 60 grammi e non più di 100 grammi di proteine; inoltre deve mantenere l'apporto calorico compreso fra 2000 e 2400 calorie.
- [...] E che quantità di cibi dovrà o potrà assumere ogni giorno?

- $0{,}16x + 0{,}09y \geq 60$
- $0{,}16x + 0{,}09y \leq 100$
- $1{,}36x + 4{,}46y \geq 2000$
- $1{,}36x + 4{,}46y \leq 2400$

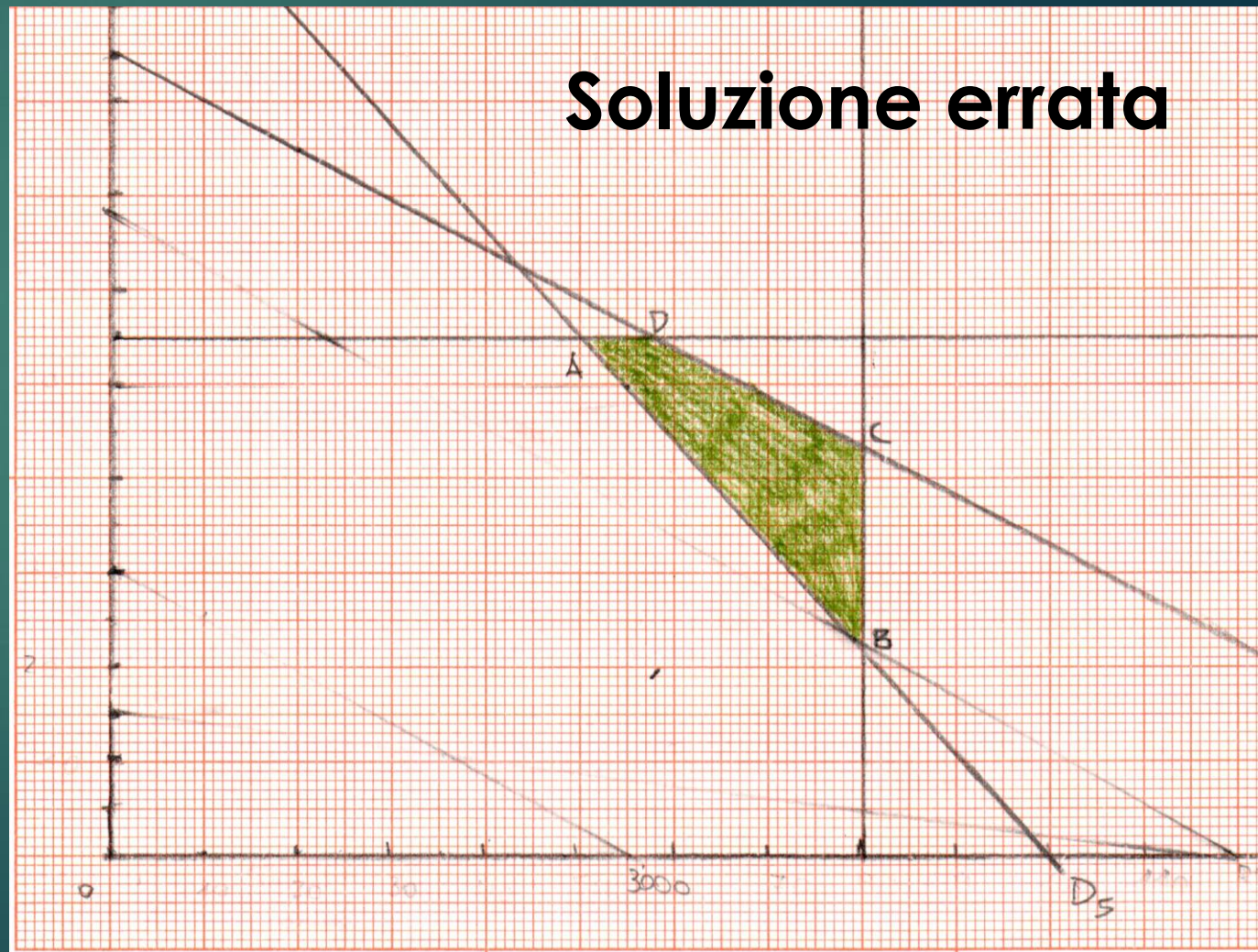
Disequazioni e rappresentazioni grafiche: dalla carta millimetrata a GeoGebra





Le rappresentazioni grafiche: dalla carta millimetrata a GeoGebra

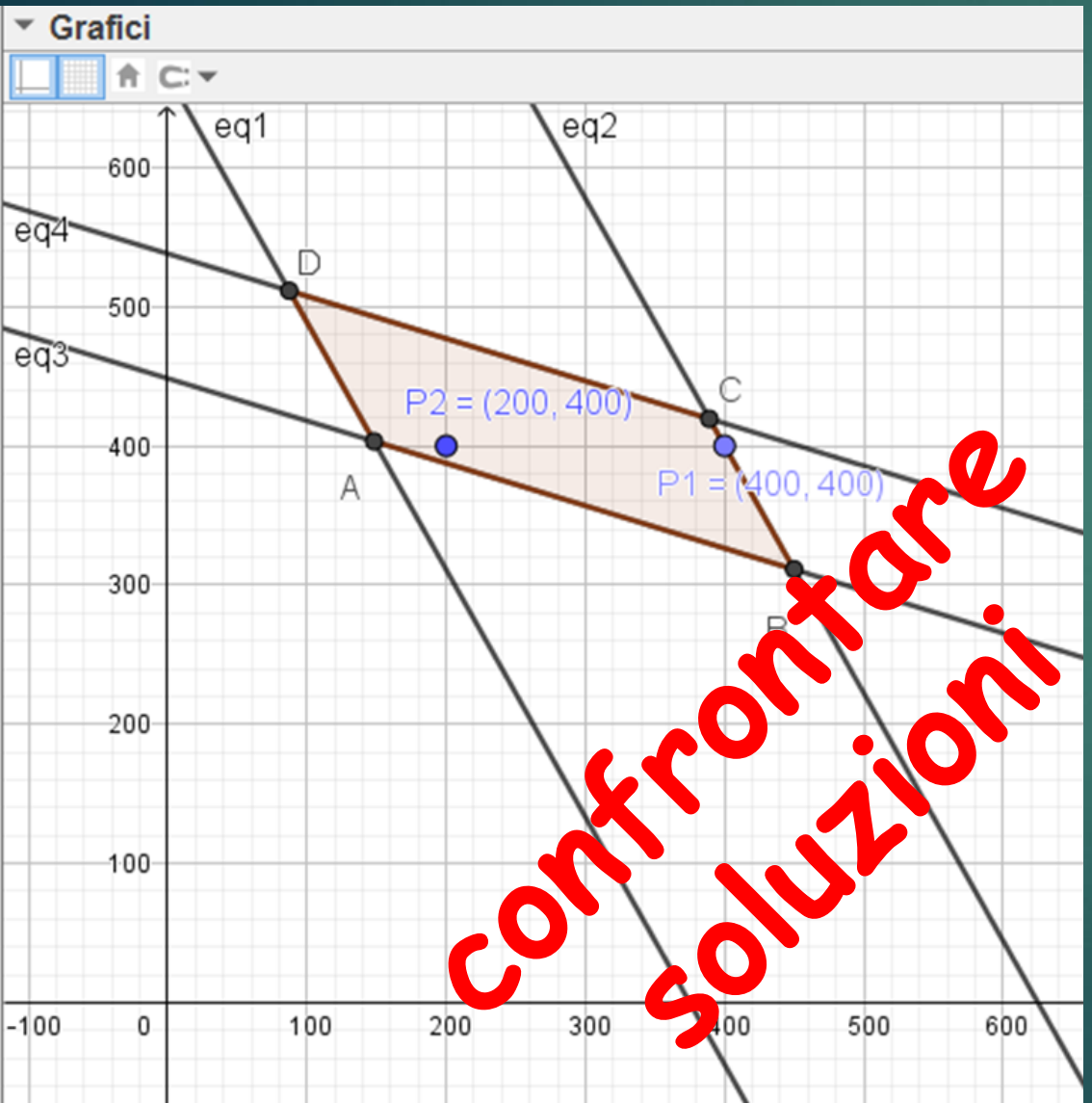
- Carta millimetrata vs GeoGebra
  - La capacità di tracciare rette ed altri elementi grafici sulla carta millimetrata non è banale
  - Bisogna saper trovare la giusta scala
- La pandemia e la conseguente DAD hanno imposto l'uso del digitale come via privilegiata

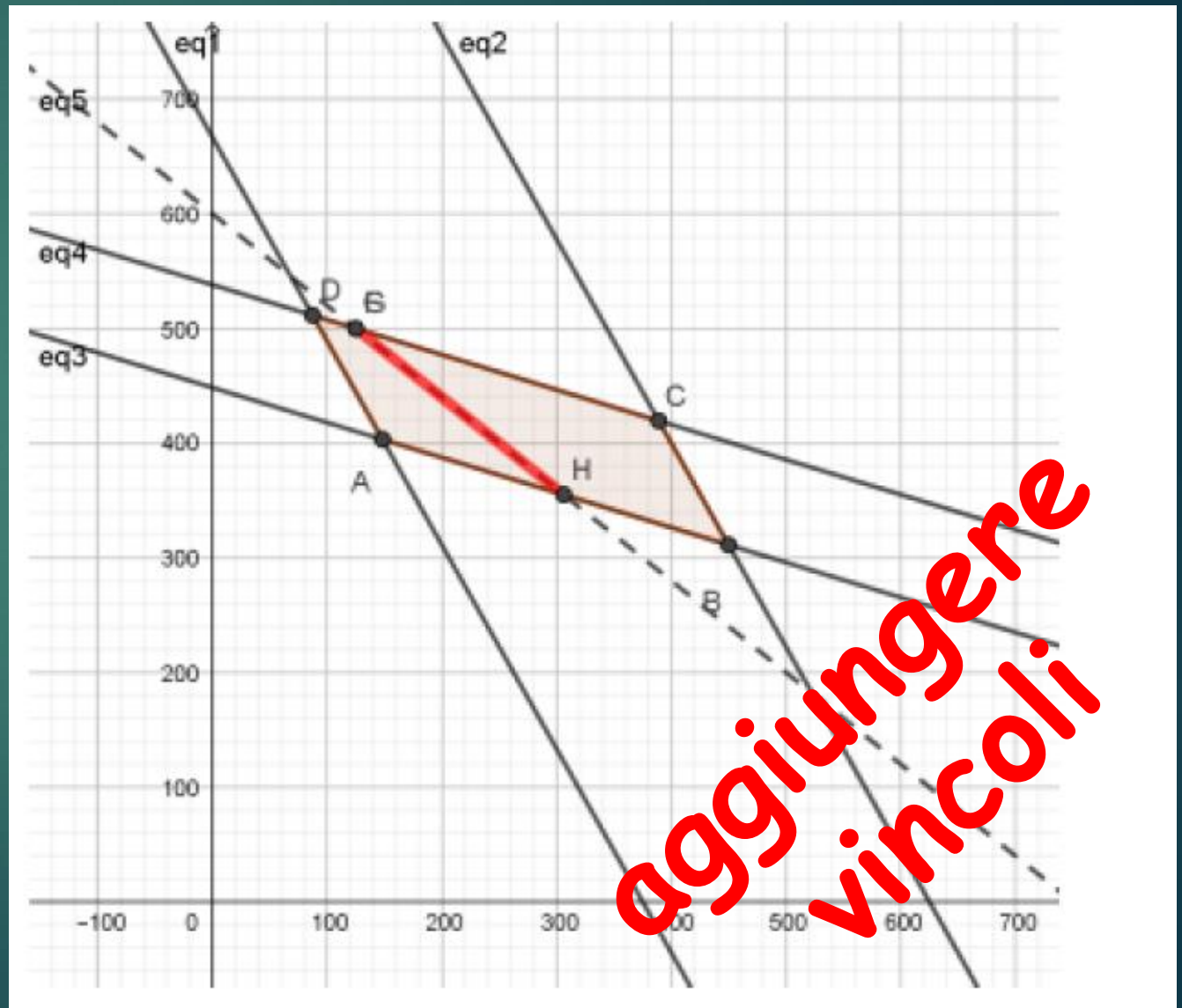


Il problema delle diete alimentari: schede 5-6

- Daniele, in particolare, deve mangiare almeno 60 grammi e non più di 100 grammi di proteine; inoltre deve mantenere l'apporto calorico compreso fra 2000 e 2400 Calorie (kcal).
- Nella baita ci sono soltanto provviste di carne in scatola, crackers e banane e Daniele è allergico alle banane!
- A parte la monotonia dell'alimentazione, che quantità di cibi Daniele dovrà o potrà assumere ogni giorno per un apporto di 60 grammi grassi?

Il problema delle diete alimentari: schede 5-6





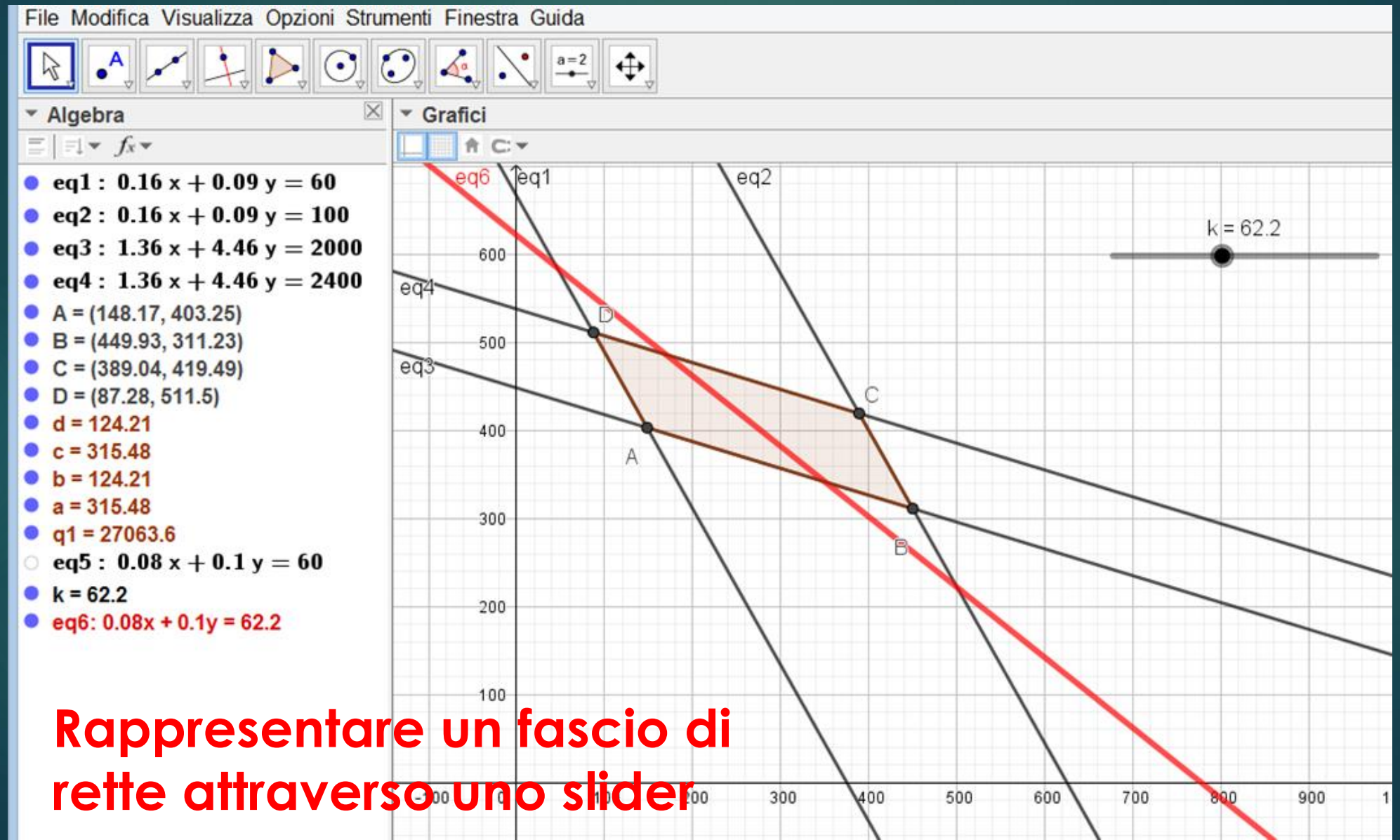
Il problema delle diete alimentari: scheda 7

- Daniele, in particolare, deve mangiare almeno 60 grammi e non più di 100 grammi di proteine; inoltre deve mantenere l'apporto calorico compreso fra 2000 e 2400 Calorie (kcal); infine dovrebbe ridurre al minimo l'apporto di grassi.
- Nella baita ci sono soltanto provviste di carne in scatola, crackers e banane e Daniele è allergico alle banane!
- Che quantità di cibi Daniele dovrà o potrà assumere ogni giorno per minimizzare l'apporto di grassi?

Il problema delle diete alimentari: scheda 7

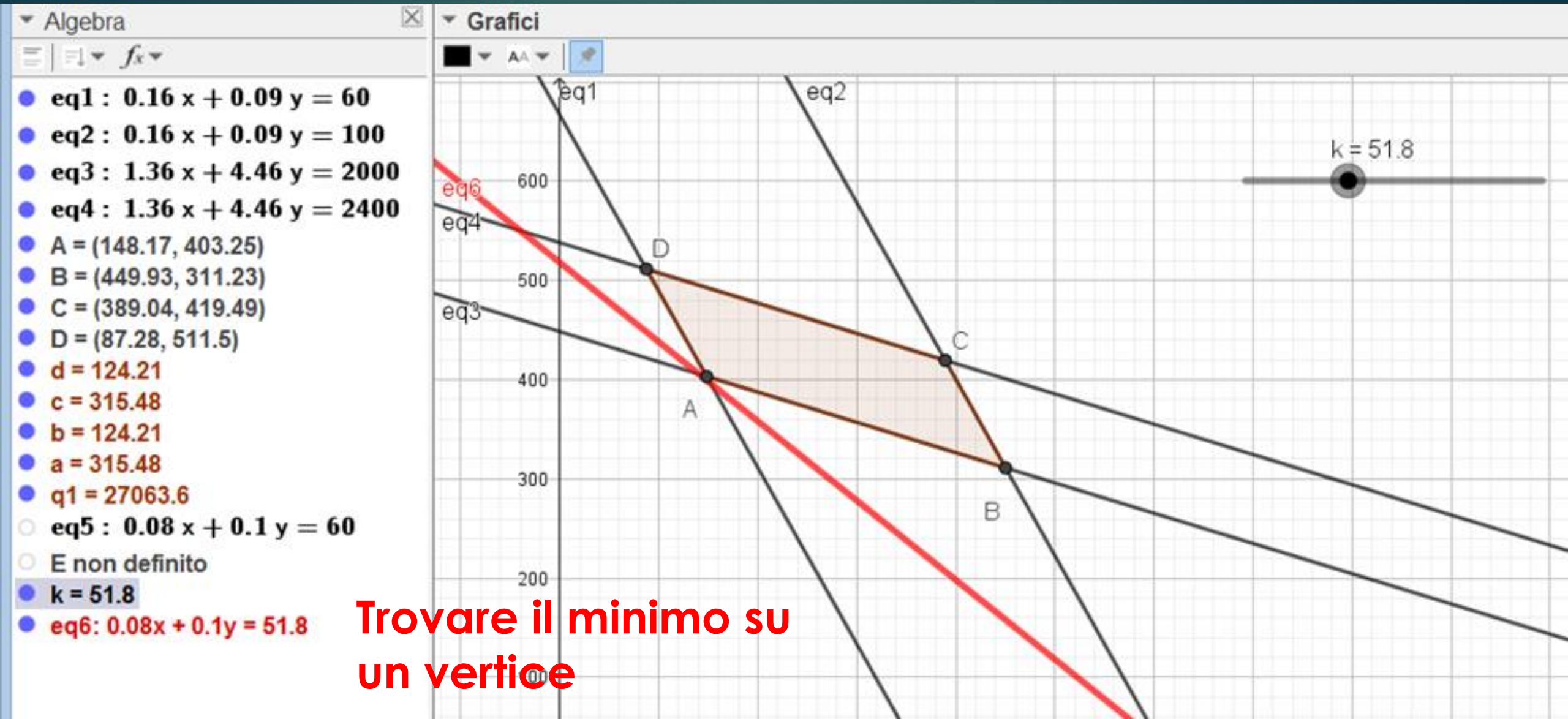
Fascio di rette per cercare il minimo

Il problema delle diete alimentari: scheda 7



Rappresentare un fascio di rette attraverso uno slider

Il problema delle diete alimentari: scheda 7



Trovare il minimo su un vertice

PL: Non solo diete alimentari

Esercizi

1 ESERCIZIO GUIDATO

Una ditta produce due composti chimici X e Y. La produzione di 1 unità del composto X richiede un tempo di lavorazione di 30 minuti e di 8 unità di materia prima, la produzione di 1 unità del composto Y richiede un tempo di lavorazione di 20 minuti e 10 unità di materia prima. Giornalmente la ditta può disporre di 1500 unità di materia prima e di 60 ore di tempo di lavoro. Inoltre la vendita di 1 unità del composto X realizza un utile di 20 euro e la vendita di 1 unità del composto Y realizza un utile di 15 euro. Trova la produzione giornaliera che garantisce il massimo utile.

- Individua i dati e l'obiettivo.
- Indica con x le unità del composto X e con y le unità del composto Y da produrre in un giorno. I vincoli a cui sono sottoposti x e y sono i seguenti:

$$\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0 \\ 8x + 10y \leq \ldots\ldots \\ 30x + 20y \leq \ldots\ldots \end{cases} \qquad [*]$$

La funzione obiettivo, da rendere massima, è:

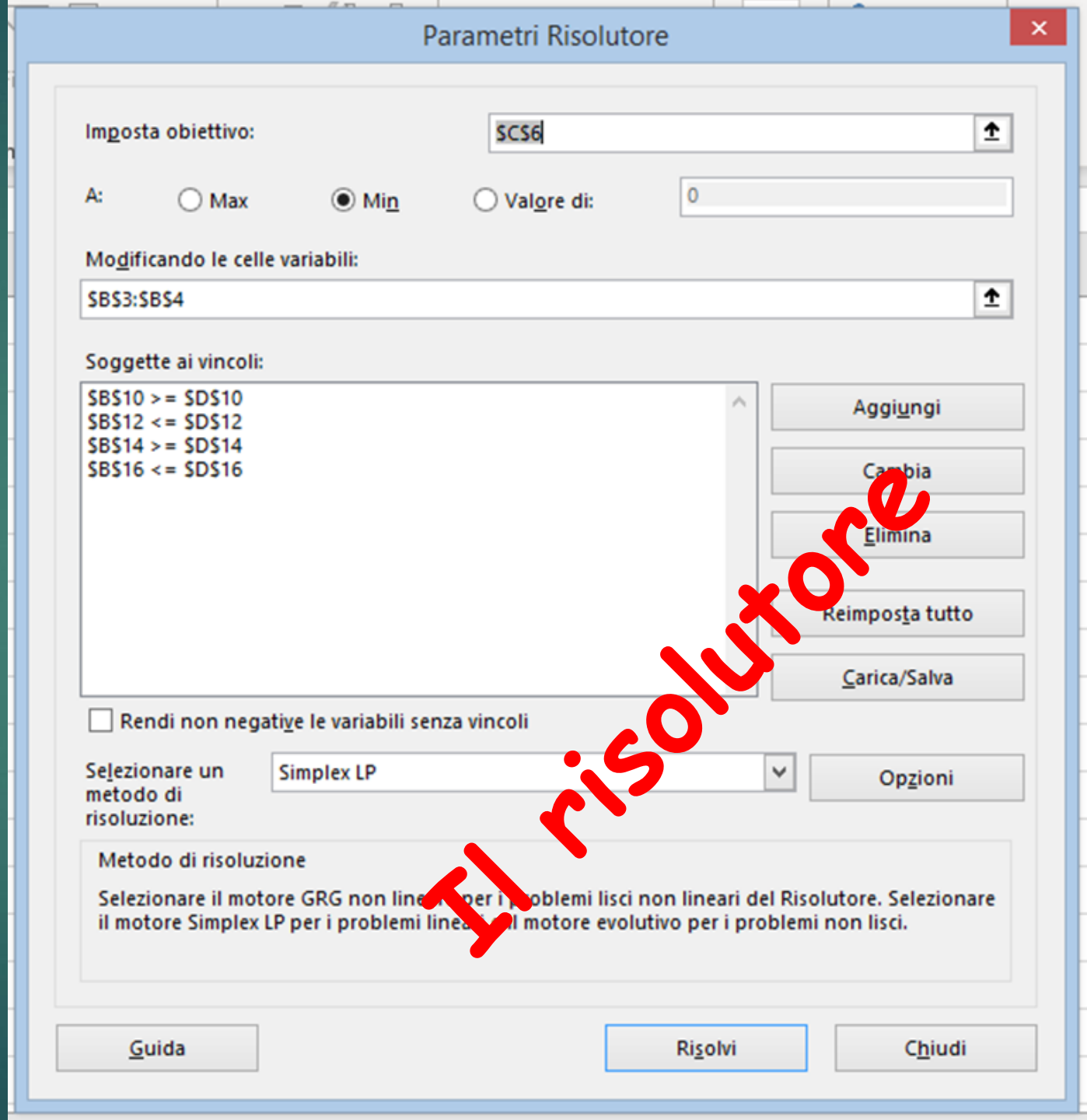
$$U = 20x + 15y$$

La programmazione lineare con il foglio elettronico (1)

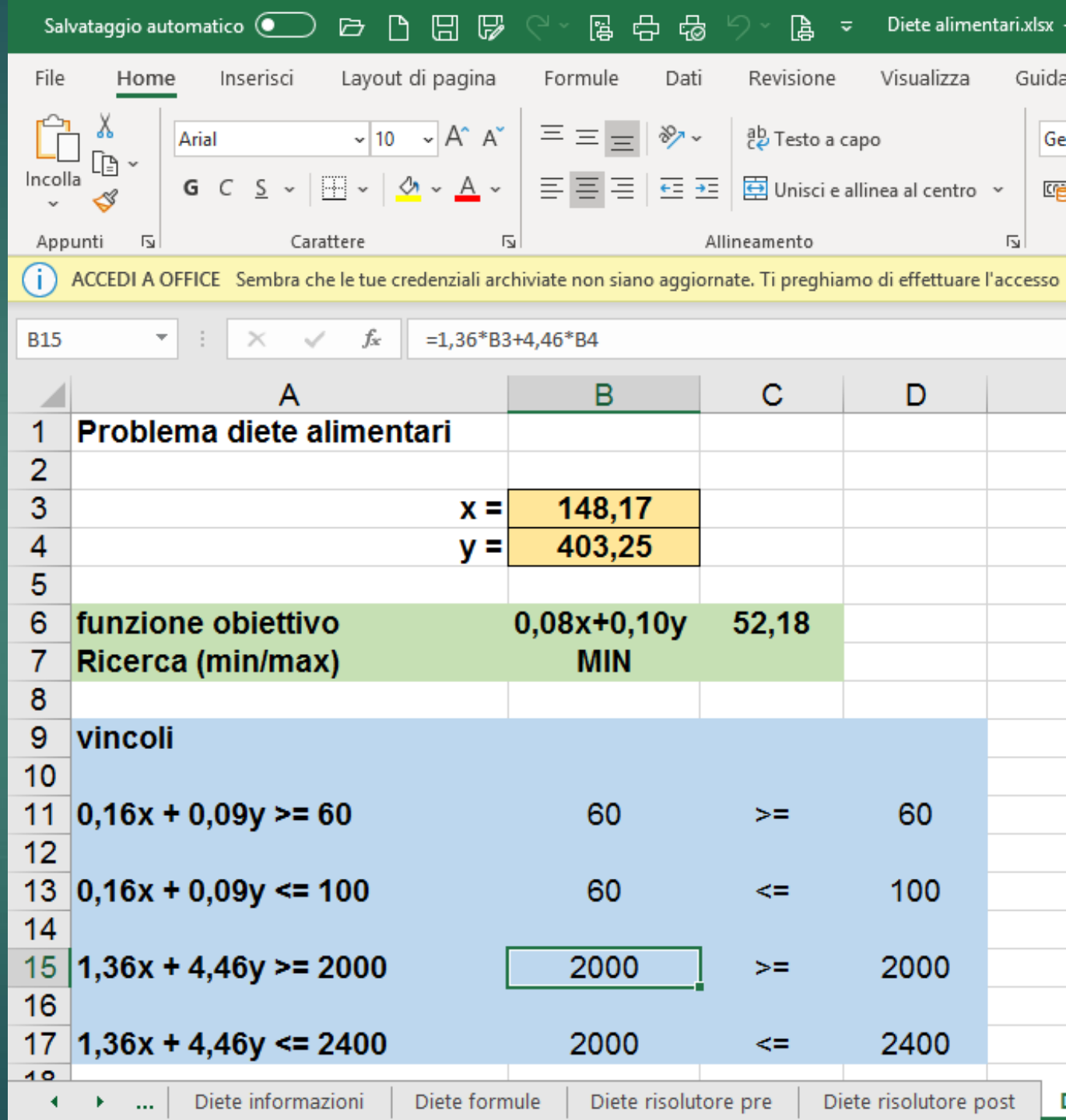
	A	B	C	D	E	F
1	Problema diete alimentari					
2						
3	x =					
4	y =					
5						
6	funzione obiettivo	0,08x+0,10y				
7	Ricerca (min/max)	MIN				
8						
9	vincoli					
10						
11	0,16x + 0,09y >= 60					
12						
13	0,16x + 0,09y <= 100					
14						
15	1,36x + 4,46y >= 2000					
16						
17	1,36x + 4,46y <= 2400					

File di Eleonora Culot

La programmazione lineare con il foglio elettronico (2)



La programmazione lineare con il foglio elettronico (3)



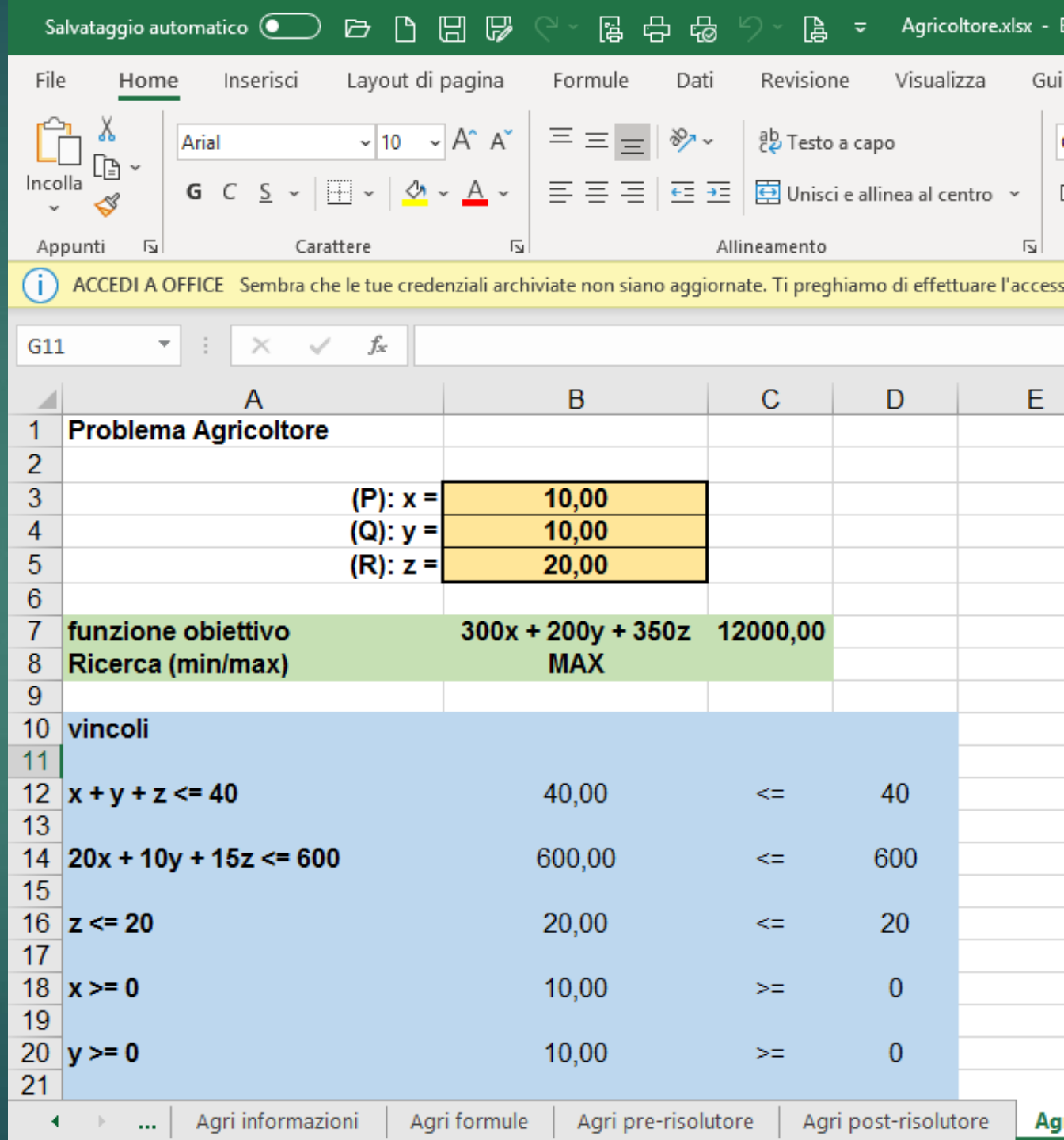
	A	B	C	D
1	Problema diete alimentari			
2				
3	x =	148,17		
4	y =	403,25		
5				
6	funzione obiettivo	0,08x+0,10y	52,18	
7	Ricerca (min/max)	MIN		
8				
9	vincoli			
10				
11	0,16x + 0,09y >= 60	60	>=	60
12				
13	0,16x + 0,09y <= 100	60	<=	100
14				
15	1,36x + 4,46y >= 2000	2000	>=	2000
16				
17	1,36x + 4,46y <= 2400	2000	<=	2400

Lavorare con più di due variabili

- Un agricoltore vuole coltivare nel suo terreno tre prodotti P, Q, R. La superficie massima utilizzabile è di 40 ettari. Per ogni ettaro coltivato a P occorrono 20 giornate di lavoro, 10 per ognuno coltivato a Q, 15 per ognuno coltivato a R. In un anno dispone di 600 giornate di lavoro di operai. La coltivazione di R non può superare i 20 ettari. Per P si ha un utile di 300 unità per ettaro, per Q si ha un utile di 200 unità per ettaro, per R si ha un utile di 350 unità per ettaro.
- Determinare come utilizzare il terreno per conseguire il massimo utile.

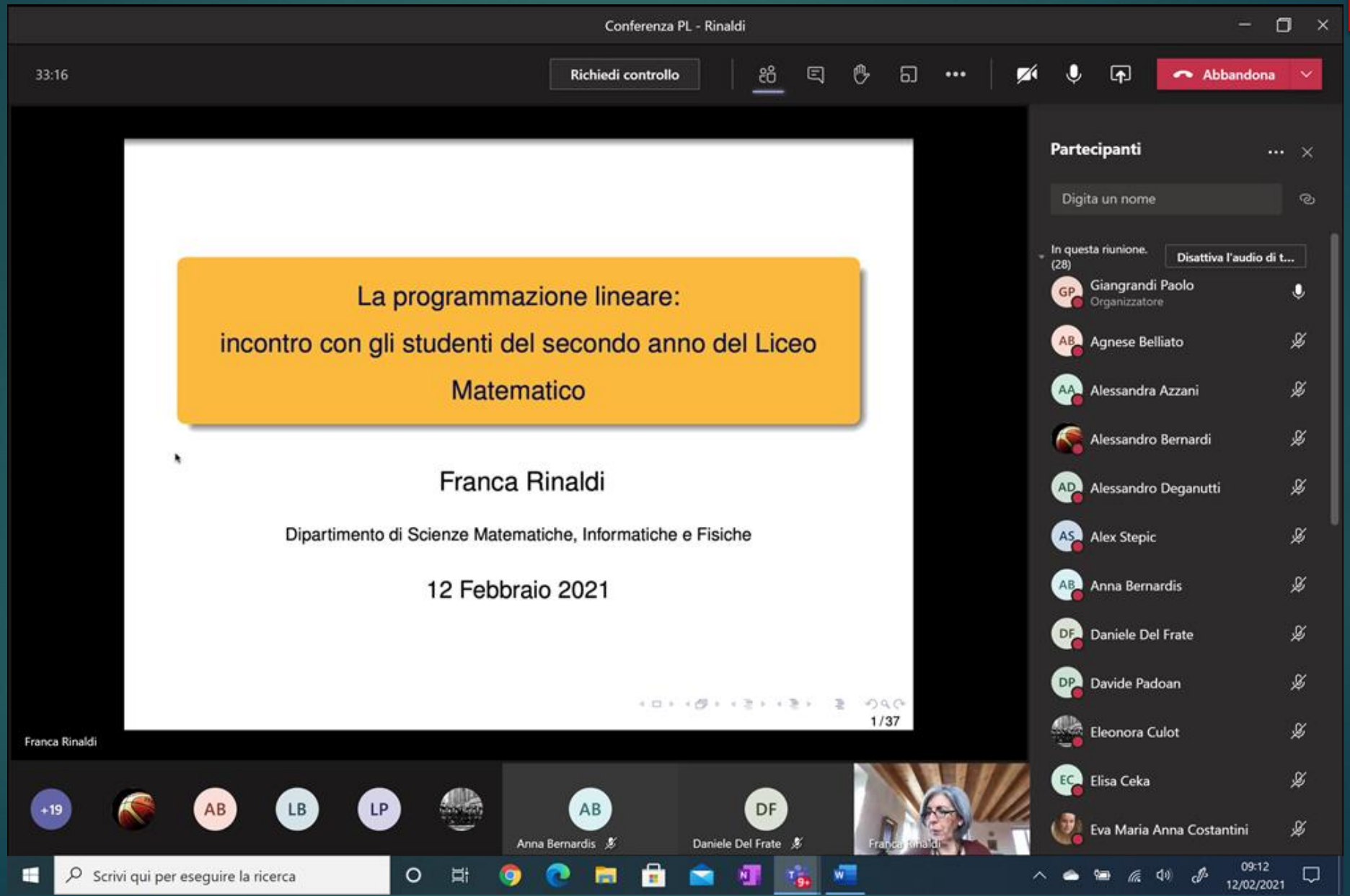
- [tratto da Ma.Co.Sa., http://macosa.dima.unige.it/om/voci/proglin/proglin.htm]

Lavorare con più di due variabili: il foglio elettronico diventa indispensabile



	A	B	C	D
1	Problema Agricoltore			
2				
3	(P): x =	10,00		
4	(Q): y =	10,00		
5	(R): z =	20,00		
6				
7	funzione obiettivo	300x + 200y + 350z	12000,00	
8	Ricerca (min/max)	MAX		
9				
10	vincoli			
11				
12	x + y + z <= 40	40,00	<=	40
13				
14	20x + 10y + 15z <= 600	600,00	<=	600
15				
16	z <= 20	20,00	<=	20
17				
18	x >= 0	10,00	>=	0
19				
20	y >= 0	10,00	>=	0
21				

Seminario programmazione lineare: sintesi



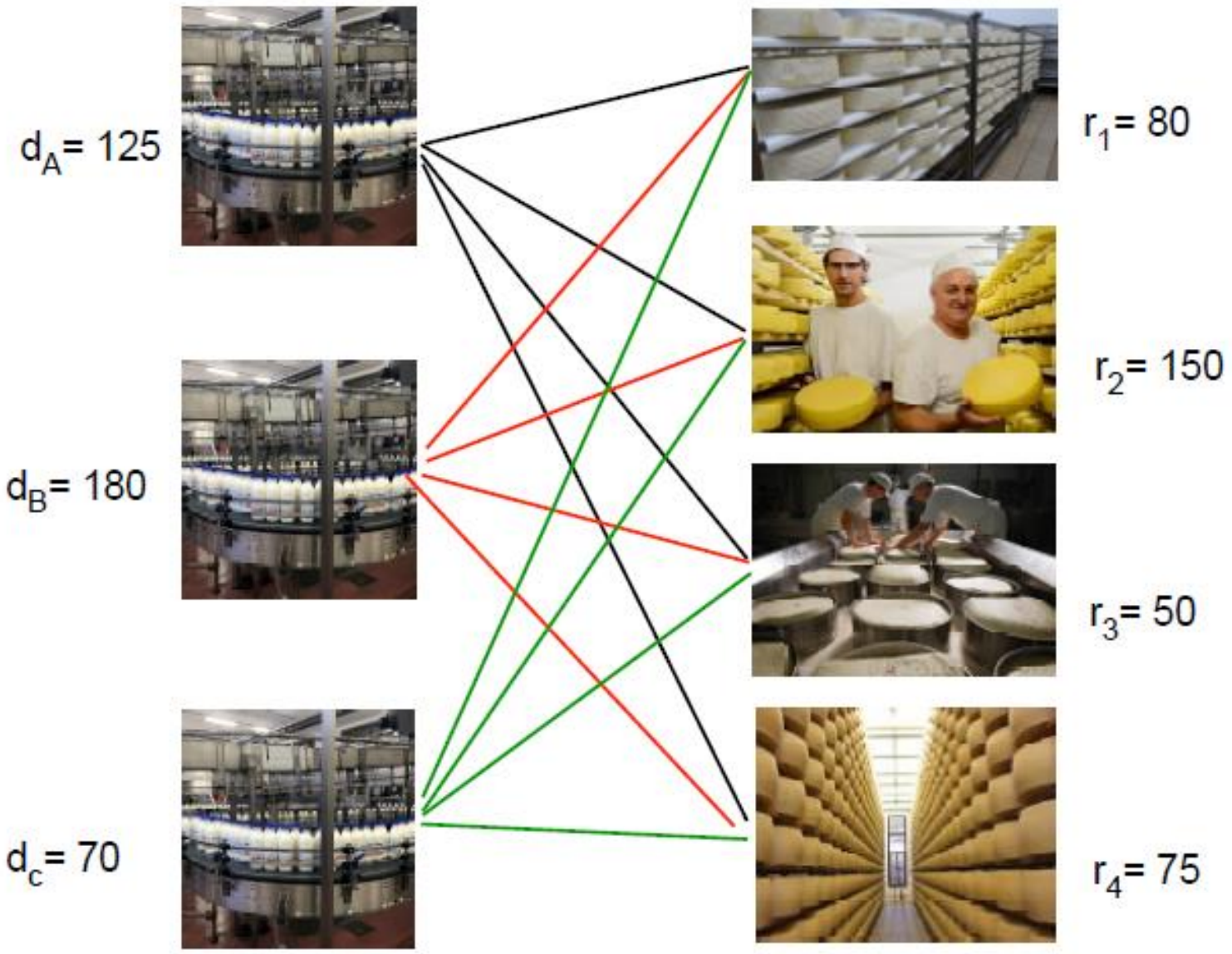
Seminario programmazione lineare: sintesi

Sintesi PL

Traccia dell'incontro

- rivedremo insieme il problema della dieta, ed in particolare il problema di Daniele, mettendo in luce le principali proprietà della **programmazione lineare** (nel seguito **PL**);
- vedremo (ad alto livello) il meccanismo alla base del metodo del simplesso;
- modelleremo insieme il problema del trasporto;
- risolveremo alcune istanze del problema della dieta e del trasporto utilizzando il software AMPL.

Il problema del trasporto: affrontare un problema più complesso



Il modello finale per il problema di trasporto

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{minimizza} & 20 \cdot x_{A1} + 25 \cdot x_{A2} + 15 \cdot x_{A3} & + & 5 \cdot x_{A4} \\
& +12 \cdot x_{B1} + 14 \cdot x_{B2} + 18 \cdot x_{B3} & + & 30 \cdot x_{B4} \\
& +19 \cdot x_{C1} + 11 \cdot x_{C2} + 40 \cdot x_{C3} & + & 12 \cdot x_{C4} \\
& & & \\
& x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4} & \leq & 125 \\
& x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4} & \leq & 180 \\
& x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} + x_{C4} & \leq & 70 \\
& x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} & = & 100 \\
& x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} & = & 150 \\
& x_{A3} + x_{B3} + x_{C3} & = & 50 \\
& x_{A4} + x_{B4} + x_{C4} & = & 75 \\
& x_{A1}, x_{A2}, x_{A3}, x_{A4}, x_{B1}, x_{B2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{C1}, x_{C2}, x_{C3}, x_{C4} & \geq & 0
\end{array}
$$

Salvataggio automatico — Culot_problema_del_trasporto.xlsx - Sola lettura - Excel — Paolo Giangrandi

File | Home | Inserisci | Layout di pagina | Formule | Dati | Revisione | Visualizza | Guida | Power Pivot | Condividi | Commenti

Incolla | Appunti | Calibri 11 | Carattere | Testo a capo | Unisci e allinea al centro | Allineamento | Generale | Numeri | Formattazione condizionale | Formatta come tabella | Stili cella | Stili | Inserisci | Elimina | Formato | Celle | Ordina e filtra | Trova e seleziona | Modifica

I15

Ben 12 variabili!

PROBLEMA DEL TRASPORTO

Stabilimento A
Stabilimento B
Stabilimento C

Cliente 1
Cliente 2
Cliente 3
Cliente 4

dichiarazione variabili				
	Cl. 1	Cl. 2	Cl. 3	Cl. 4
Stab. A	x_1	y_1	z_1	w_1
Stab. B	x_2	y_2	z_2	w_2
Stab. C	x_3	y_3	z_3	w_3

	dA	dB	dC
Disponibilità	125	180	70

	cl. 1	cl. 2	cl. 3	cl. 4
richiesta	80	150	50	75

In ettolitri

	Cl.1	Cl. 2	Cl. 3	Cl. 4
Stab. A	20	25	15	5
Stab. B	12	14	18	30
Stab. C	19	11	40	12

→

Il problema del trasporto

VINCOLI

$x_1 + y_1 + z_1 + w_1 \leq 125$
$x_2 + y_2 + z_2 + w_2 \leq 180$
$x_3 + y_3 + z_3 + w_3 \leq 70$

FUNZIONE OBIETTIVO

$$f(x) = 20x_1 + 25\,y_1 + 15\,z_1 + 5\,w_1 + 12\,x_2 + 14\,y_2 + 18\,z_2 + 30\,w_2 + 19\,x_3 + 11\,y_3 + 40\,z_3 + 12\,z_3$$

File di Eleonora Culot

PROBLEMA DEL TRASPORTO

Stabilimento A	Cliente 1
Stabilimento B	Cliente 2
Stabilimento C	Cliente 3
	Cliente 4

dichiarazione variabili				
	Cl. 1	Cl. 2	Cl. 3	Cl. 4
Stab. A	x_1	y_1	z_1	w_1
Stab. B	x_2	y_2	z_2	w_2
Stab. C	x_3	y_3	z_3	w_3

	dA	dB	dC
disponibilità	125	180	70

	cl. 1	cl. 2	cl. 3	cl. 4
richiesta	80	150	50	75

In ettolitri

	Cl.1	Cl. 2	Cl. 3	Cl. 4
Stab. A	20	25	15	5
Stab. B	12	14	18	30
Stab. C	19	11	40	12

→ Costo trasporto per ettolitro di latte (in l)

x_1	0
x_2	100
x_3	0
y_1	0
y_2	80
y_3	70
z_1	50
z_2	0
z_3	0
w_1	75
w_2	0
w_3	0

funzione obiettivo	4215
ricerca (min/max)	MIN

VINCOLI

$x_1 + y_1 + z_1 + w_1 \leq 125$
$x_2 + y_2 + z_2 + w_2 \leq 180$
$x_3 + y_3 + z_3 + w_3 \leq 70$

$x_1 + x_2 + x_3 = 80$
$y_1 + y_2 + y_3 = 150$
$z_1 + z_2 + z_3 = 50$
$w_1 + w_2 + w_3 = 75$

tutte le variabili devono essere ≥ 0

UNZIONE OBIETTIV

$f(x) = 20x_1 + 25y_1 + 15z_1 + 5w_1 + 12x_2 + 14y_2 + 18z_2 + 30w_2 + 19x_3 + 11y_3 + 40z_3 + 12z_3$

vincoli		
125	≤	125
180	≤	180
70	≤	70
100	=	100
150	=	150
50	=	50
75	=	75
0	≥	0
100	≥	0
0	≥	0
0	≥	0
80	≥	0
70	≥	0
50	≥	0
0	≥	0
0	≥	0
75	≥	0

Il problema del trasporto

File di Eleonora Culot

Conclusioni

L'esperienza ha permesso agli allievi di:

- mettere a frutto competenze diverse maturate nel corso del primo biennio
- approfondire il tema della modellizazione di problemi
- esercitare specifiche abilità operative facilitando un approccio responsabile ed autonomo nell'uso dei concetti matematici, di GeoGebra e del foglio elettronico

L'esperienza ha messo in rilievo l'importanza della sinergia Scuola-Università

Possibili sviluppi futuri

- Migliorare alcuni punti nella formulazione dei problemi
- Sviluppare il problema del trasporto e altre applicazioni PL
- Toccare il tema della programmazione lineare intera
- Utilizzare un software specifico come AMPL
- Continuare a sviluppare il tema della modellizzazione
- Curare anche l'aspetto storico

Università di Udine &
ISIS A. Malignani di Udine

Grazie

Chiara, Franca e Paolo

chiara.milan@malignani.ud.it
franca.rinaldi@uniud.it
paolo.giangrandi@malignani.ud.it