Progetto “MusiMateFisica”

Convegno Nazionale sui Licei Matematici

28 aprile 2021

LICEO MATEMATICO
IIS E. MATTEI

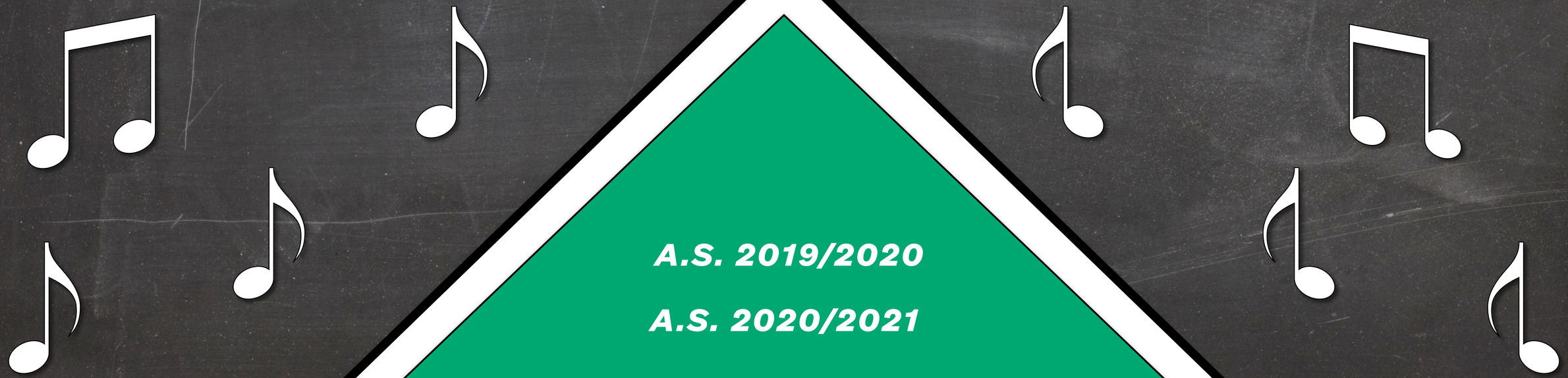
Prof.ssa Vitullo Antonella

Prof.ssa Di Sciascio Nicoletta

Progetto “MusiMateFisica”

Università degli Studi de L’Aquila

IIS “E. Mattei” Vasto (CH)

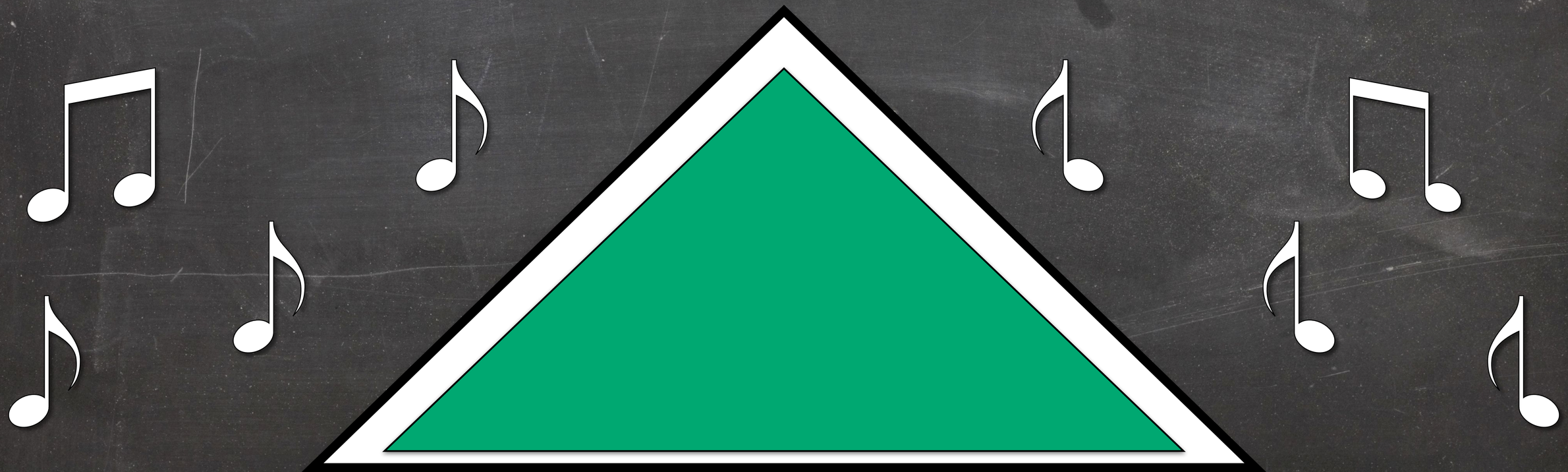


A.S. 2019/2020

A.S. 2020/2021

Progetto “MusiMateFisica”

Il legame tra Musica e Fisica



FASE DI LAVORO 1

ATTIVITÀ SPERIMENTALI

1. Da cosa nasce?
2. Come si propaga?
3. Come si riceve?

Alla scoperta del SUONO

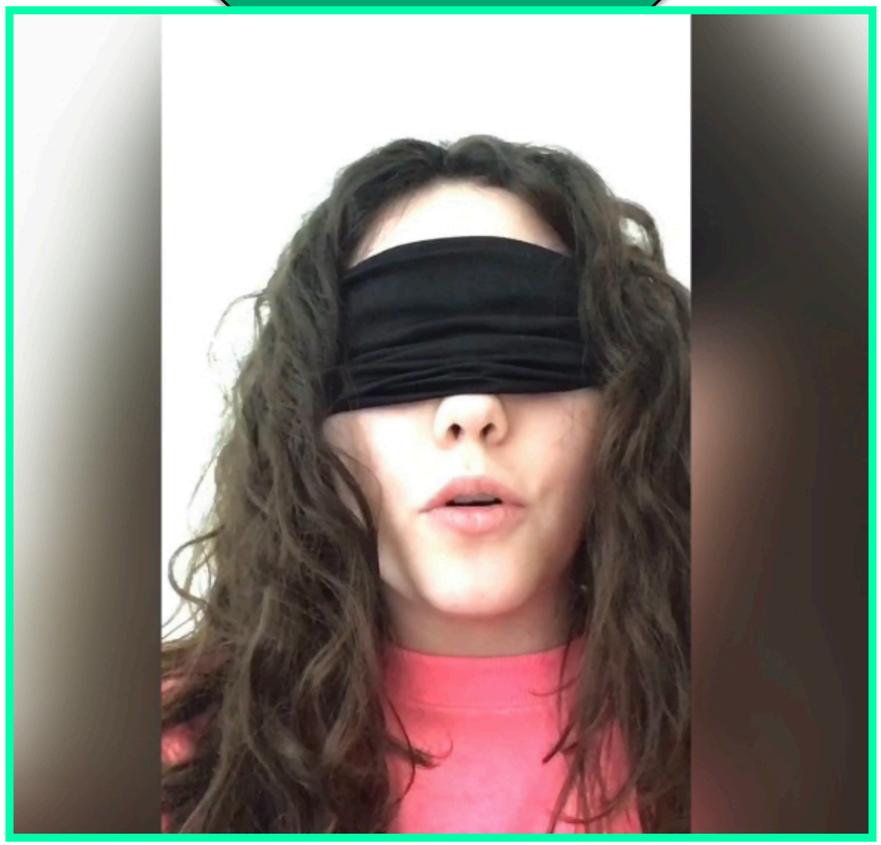
Ricerca degli elementi fondamentali del suono

Attività:
La sorgente sonora

I suoni comuni

Obiettivo

Riconoscere l'origine dei suoni con gli occhi bendati



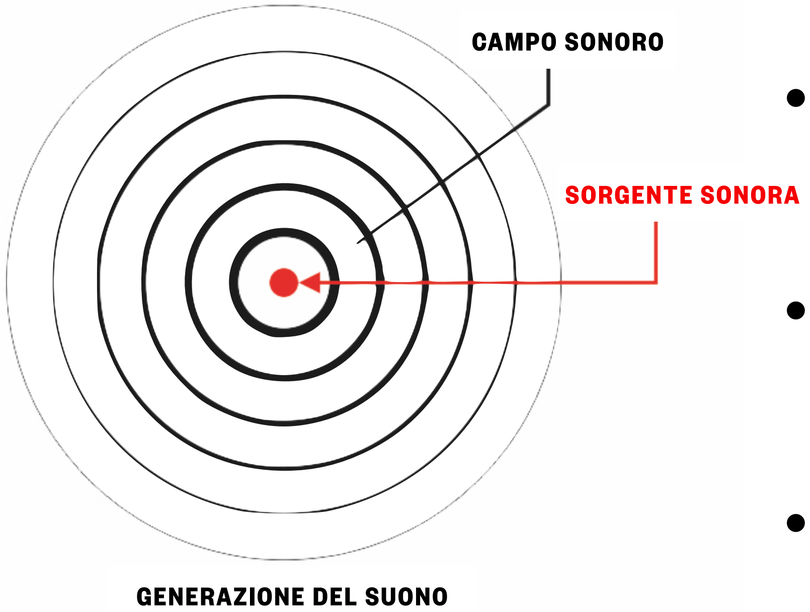
Cosa osservo?

I suoni sono dovuti all'urto tra oggetti

Attività:
La sorgente sonora

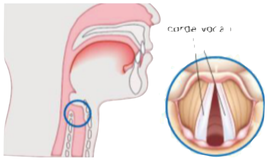
Cosa capisco?

La sorgente di un'onda sonora è il corpo da cui ha origine il suono.



Esempi di sorgenti sonore:

- ***Corde vocali***



- ***Corde di una chitarra***

- ***Diapason***

- ***...***

Attività: Il mezzo di propagazione

Il grido del fantasma

Materiale

Tubo corrugato lungo 1,5 metri

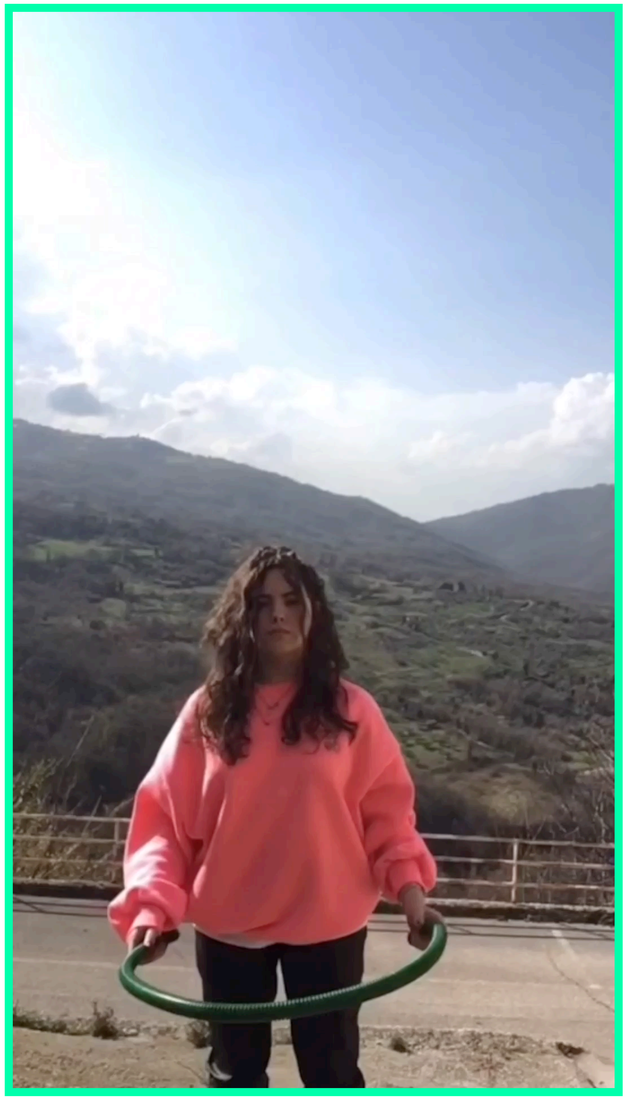
Procedimento 1

- *Svolgere l'esperimento preferibilmente all'aperto*
- *Afferrare con una mano il tubo e ruotarlo sopra la propria testa velocemente*

Attività: Il mezzo di propagazione

Il grido del fantasma

Cosa accade facendo ruotare il tubo?



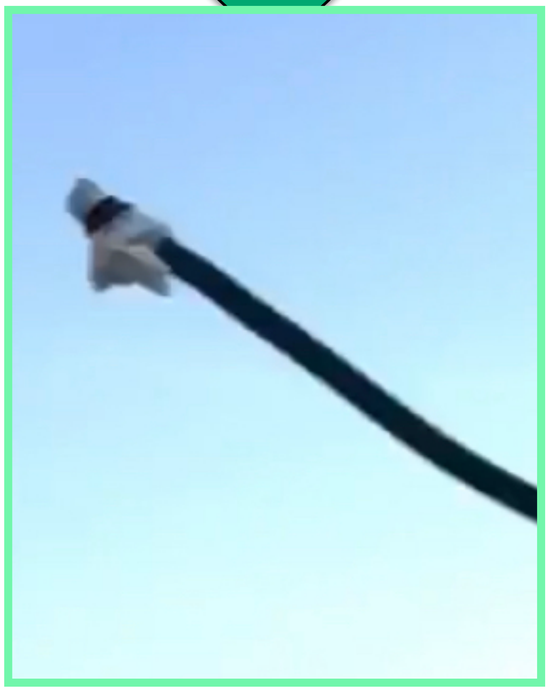
Attività: Il mezzo di propagazione

Il grido del fantasma

Materiale

- *Tubo corrugato lungo 1,5 metri*
- *Tovagliolo*

Procedimento 2



- *Svolgere l'esperimento preferibilmente all'aperto*
- *Chiudere un'estremità del tubo con il tovagliolo e ruotarlo sopra la propria testa velocemente*

Attività: Il mezzo di propagazione

Il grido del fantasma

Cosa accade chiudendo il tubo?

Attività: Il mezzo di propagazione

L'acqua che suona

Materiale

- *7 bottiglie di vetro*
- *Acqua e imbuto*
- *Martelletto*
- *Strumento musicale o app per riprodurre note*

Procedimento

- *Versare dell'acqua nelle bottiglie con l'aiuto di un imbuto*
- *Colpire le bottiglie con il martelletto*
- *aggiungere o togliere acqua per riuscire a riprodurre lo stesso suono delle 7 note musicali*

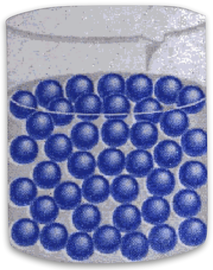
Attività: Il mezzo di propagazione

L'acqua che suona

Attività: Il mezzo di propagazione

L'oggetto o la sostanza attraverso cui il suono si propaga viene definito "mezzo di propagazione"
Può essere solido, liquido o gassoso.

Solido



Liquido

Gassoso

Le onde sonore si propagano solo se tra sorgente e ricevitore è presente un mezzo di propagazione.
Il suono NON può infatti viaggiare nel vuoto.

Attività:
Il ricevitore

Il telefono senza fili

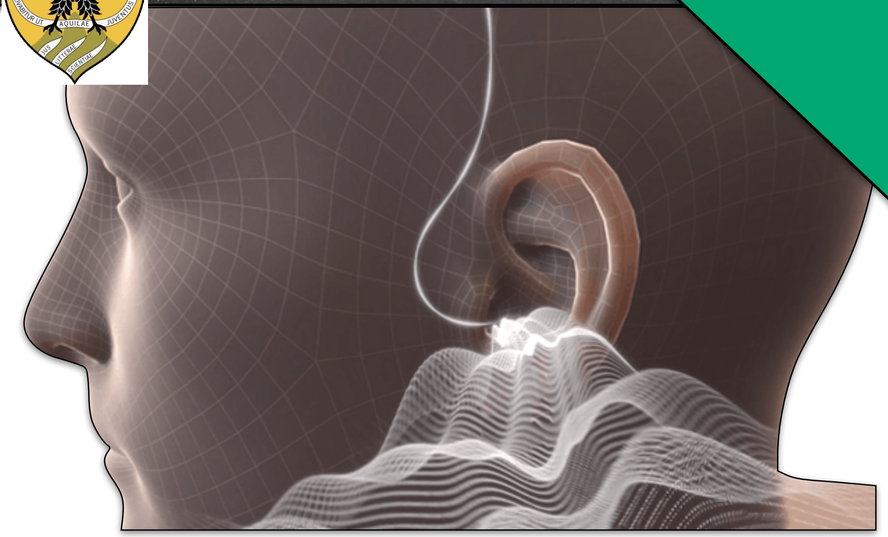
Materiale

- *Due lattine di alluminio*
- *Un diapason*
- *Uno spago di 4,0 m*
- *Forbici e scotch*

Procedimento

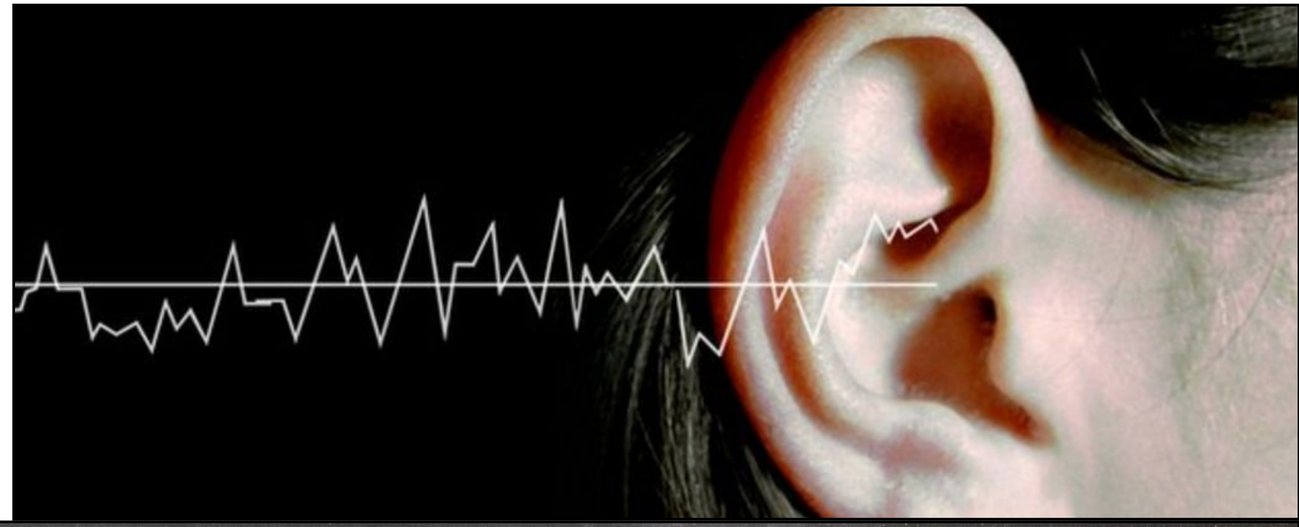
- *Forare il fondo delle lattine*
- *Inserire lo spago nel foro in modo tale da unire le lattine*
- *Allontanarle l'una dall'altra*
- *Produrre un suono in una lattina*

Attività:
Il ricevitore



Per esempio l'orecchio di un essere umano.

Il ricevitore è l'oggetto o la persona che riceve il suono.



FASE DI LAVORO 2

ATTIVITÀ SPERIMENTALI

Non tutti i suoni sono uguali

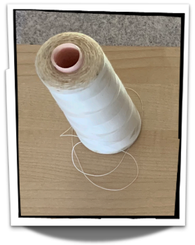
Alla scoperta del SUONO

Ricerca delle caratteristiche fondamentali del suono.

Relazione tra altezza del suono e frequenza dell'onda

Materiale

Martello



Filo di nylon

Chiodi

Riga da disegno

Matita

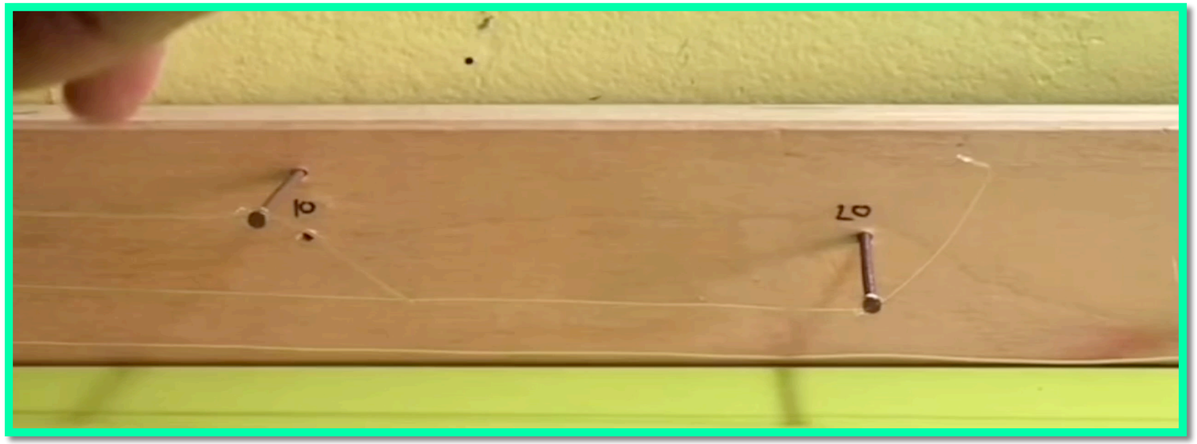
Tavoletta di legno

Procedimento

1. *Prendere tre fili di diversa lunghezza e stesso materiale e pizzicare le corde per sentire se e come varia il suono.*
2. *Prendere tre fili di uguale lunghezza e diverso materiale e pizzicare le corde per sentire se e come varia il suono.*

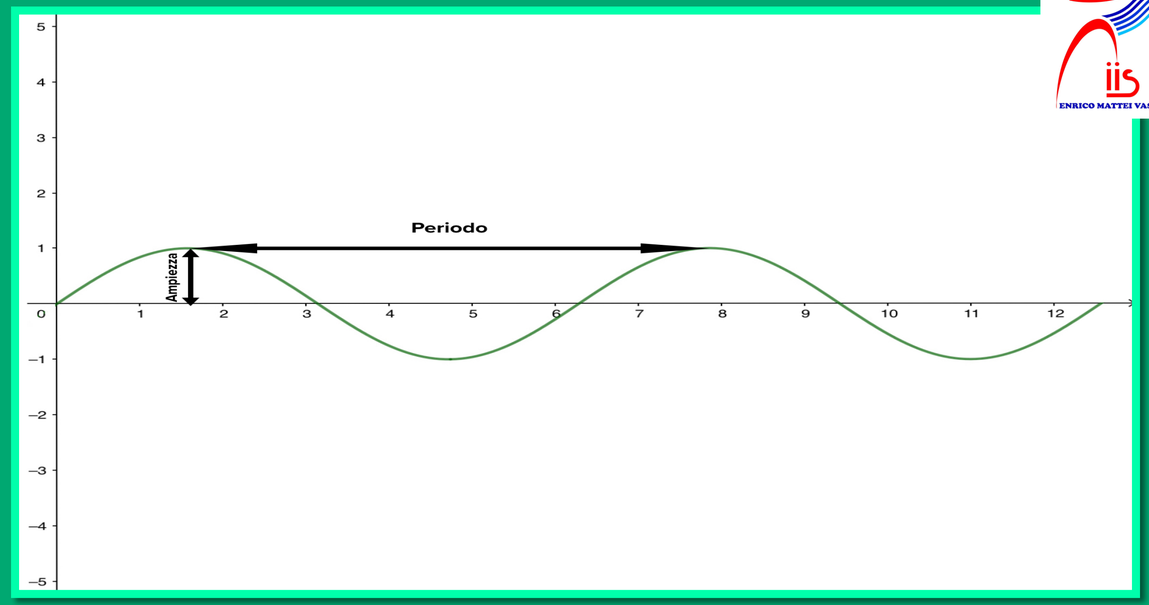
Relazione tra altezza del suono e frequenza dell'onda

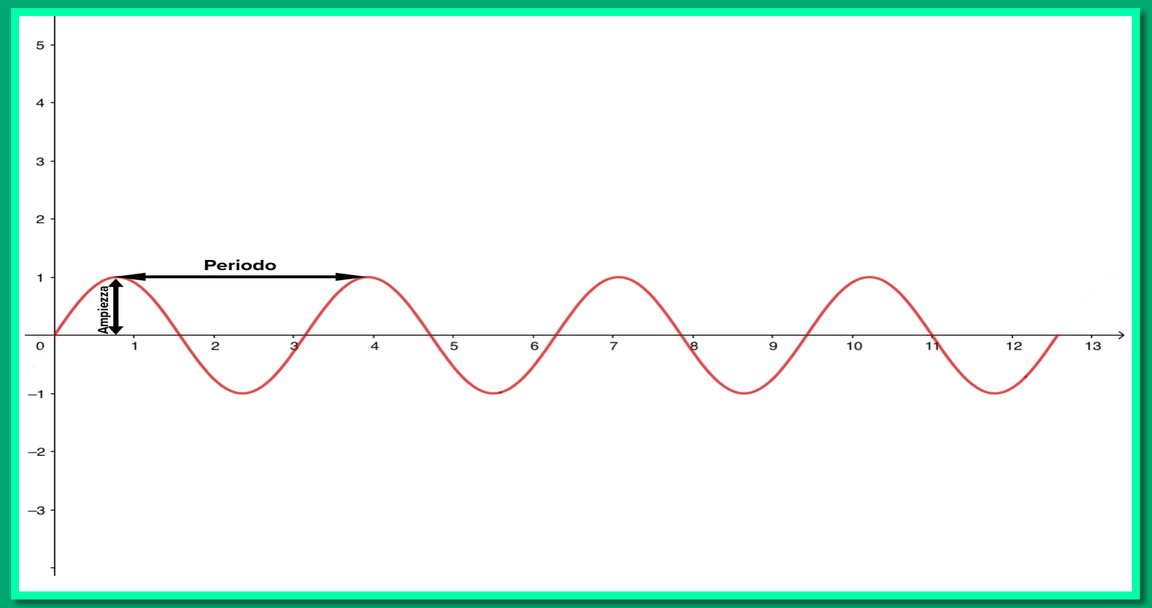
Tre fili di lunghezza diversa ma stesso materiale



Tre fili di uguale lunghezza ma diverso materiale

Caratteristiche del suono: ALTEZZA





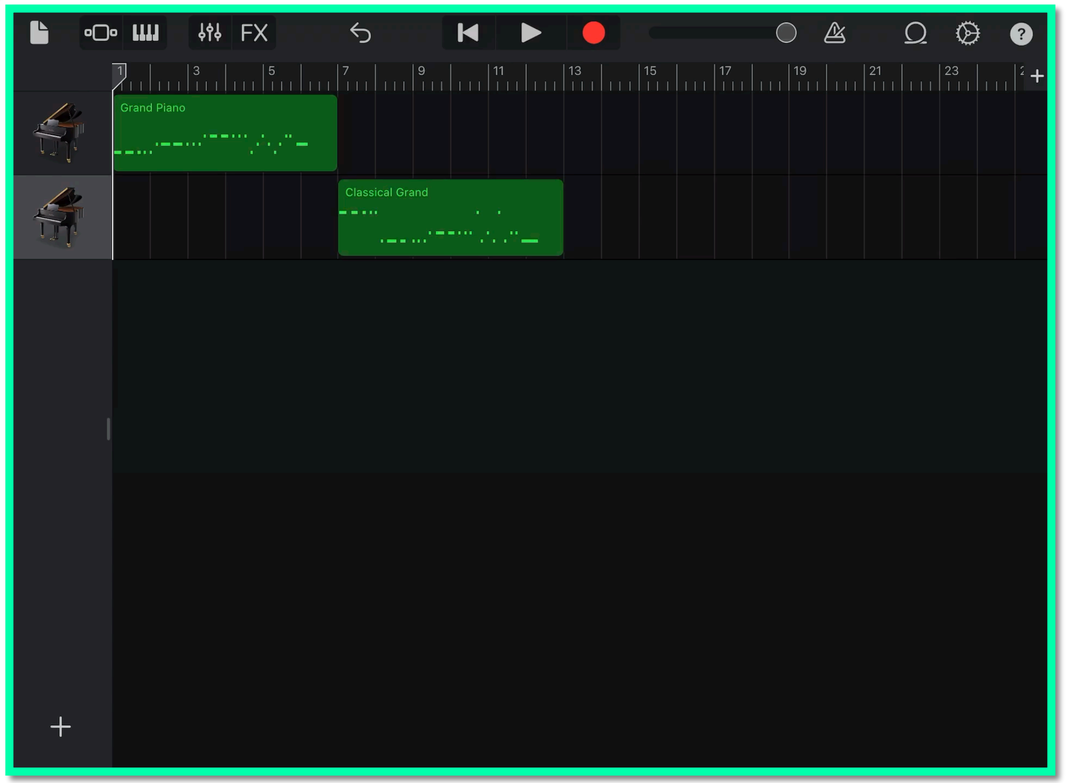
L'ALTEZZA di un suono permette di distinguere un suono acuto (o alto), grave (o basso) e dipende dall'onda che lo ha generato.

Dipende dal numero di vibrazioni che vengono prodotte in un determinato intervallo di tempo.

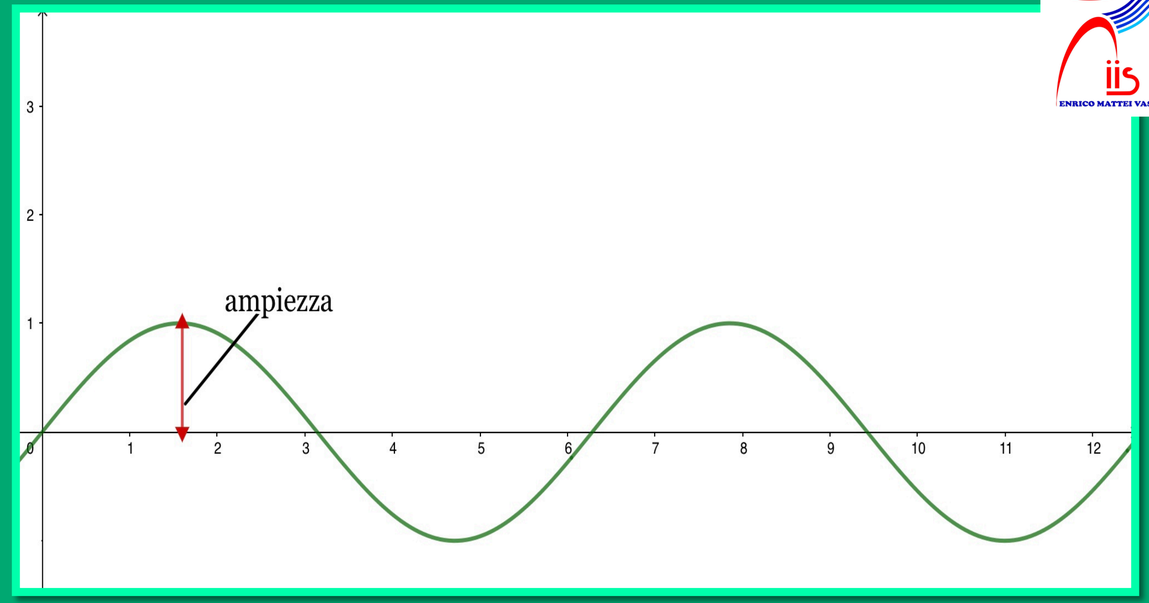
L'altezza di un suono è determinata dalla caratteristica delle onde chiamata FREQUENZA e si misura in Hertz (Hz).

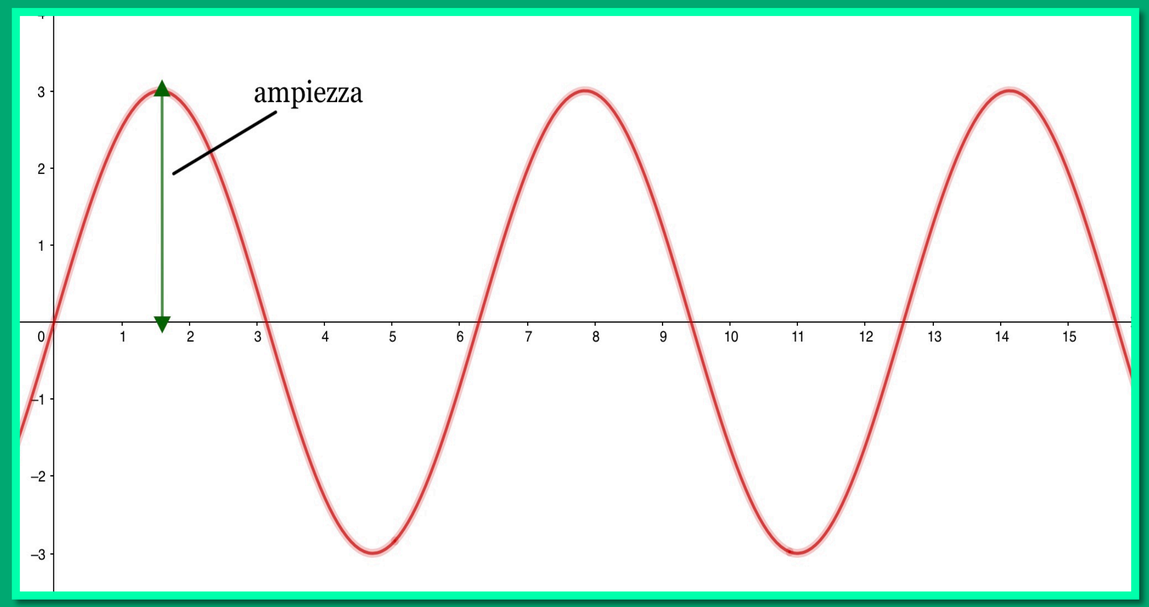
Relazione tra intensità del suono e ampiezza dell'onda

GarageBand per iPad



Caratteristiche del suono: INTENSITÀ



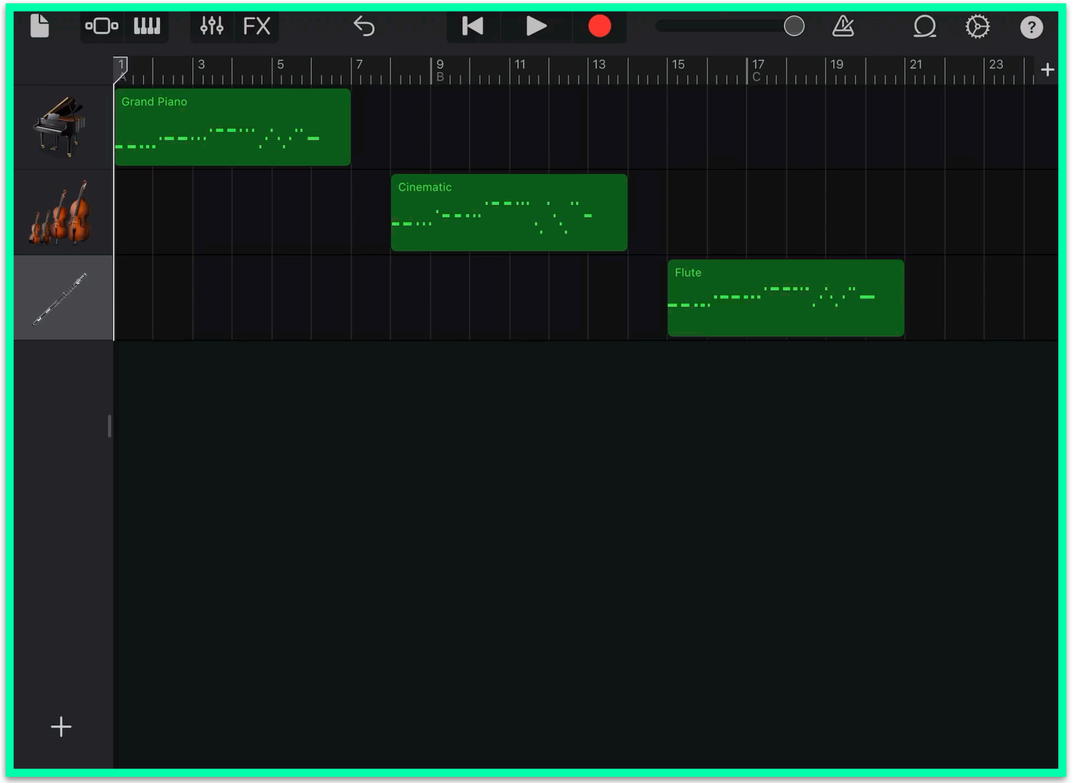


***L'INTENSITÀ** di un suono permette di distinguere un suono forte da uno debole. Dipende dall'AMPIEZZA delle vibrazioni.*

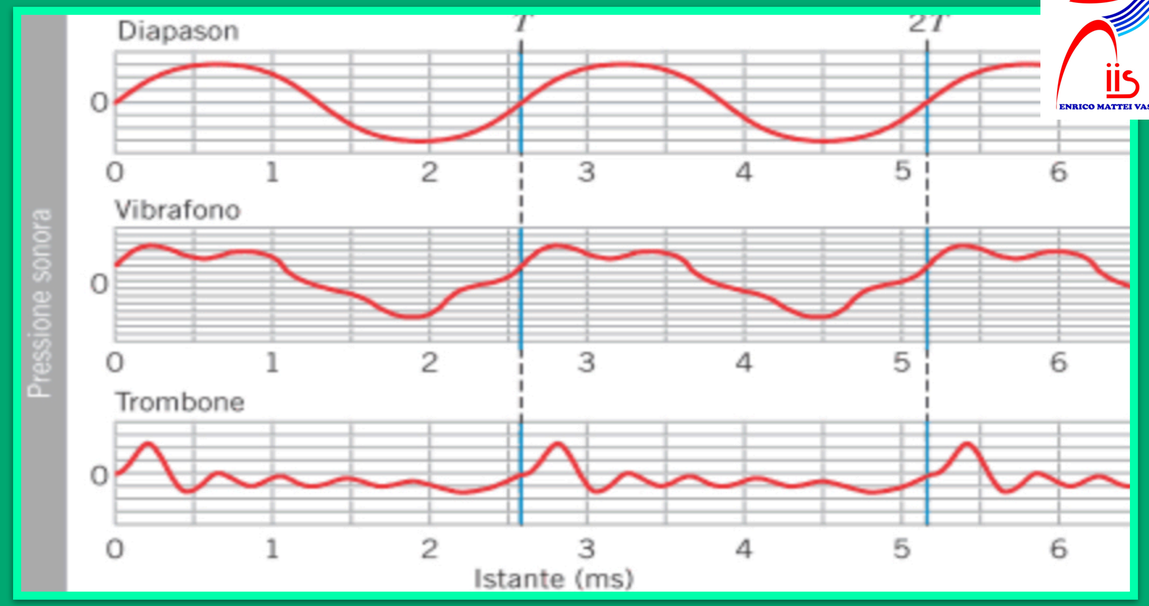
L'intensità di un suono dipende dall'energia con la quale si sollecita il corpo vibrante e si misura in decibel (db)

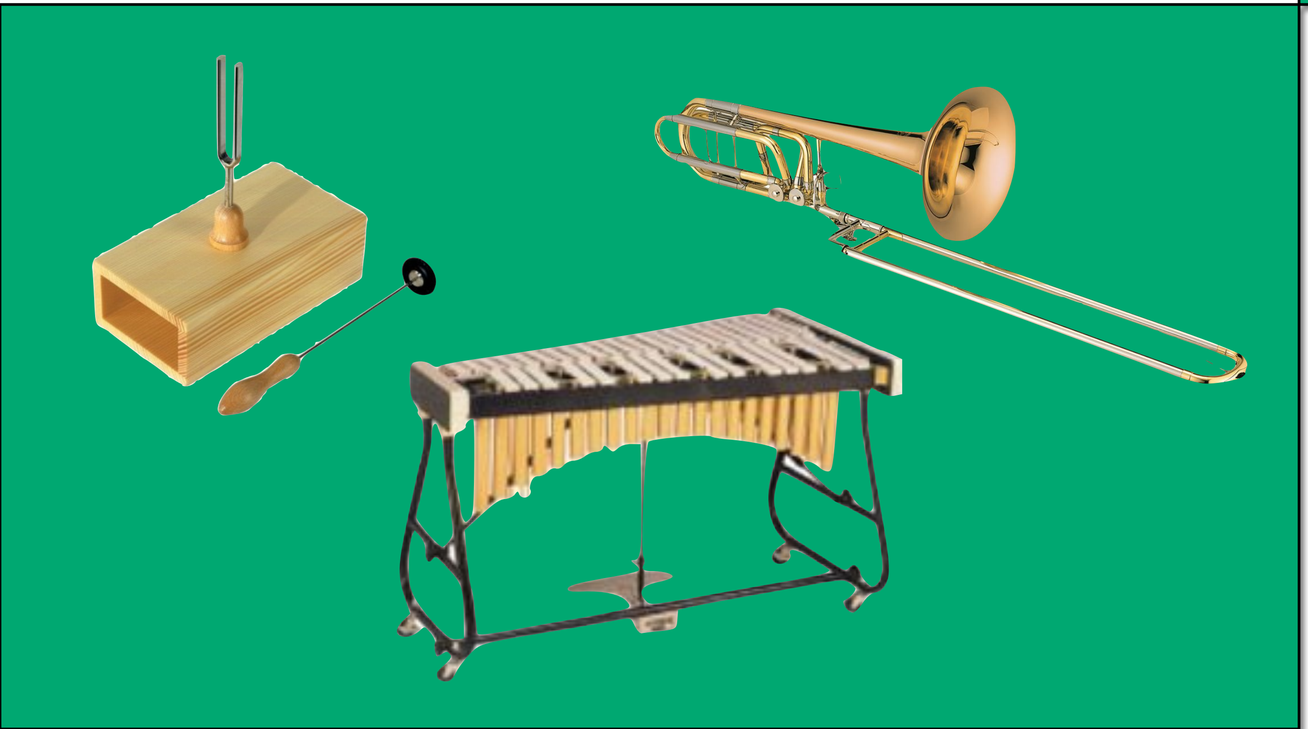
Relazione tra timbro del suono e forma dell'onda

GarageBand per iPad



Caratteristiche del suono: TIMBRO





Il TIMBRO di un suono è quella particolarità del suono che permette di distinguere due suoni diversi sia per frequenza che per altezza.

Il timbro rappresenta l'attributo della sensazione uditiva che consente l'ascoltare e l'identificare il suono.

FASE DI LAVORO 3

ATTIVITÀ SPERIMENTALI

1. Le note su una corda
2. Le onde stazionarie
3. Alla scoperta degli armonici naturali

Alla scoperta del SUONO

Ricerca degli armonici in un suono.

Attività:
Gli armonici

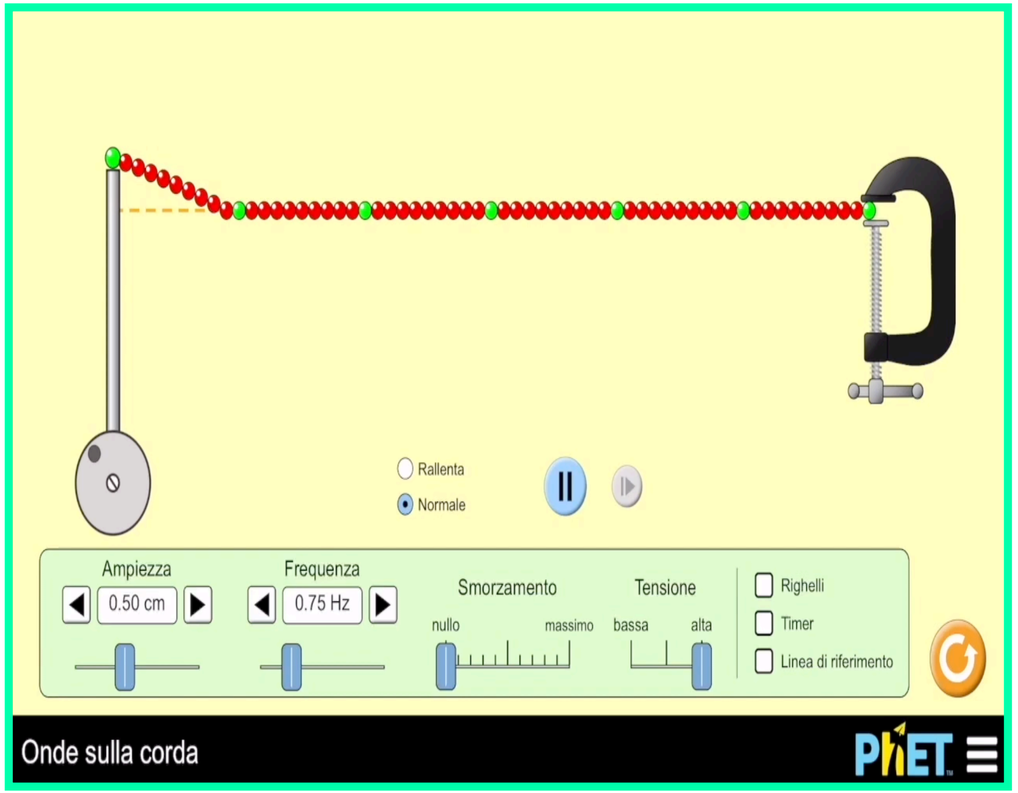
Le note su una corda

Attività:
Gli armonici

Le onde stazionarie

Applicazione PhET

Interactive Simulations

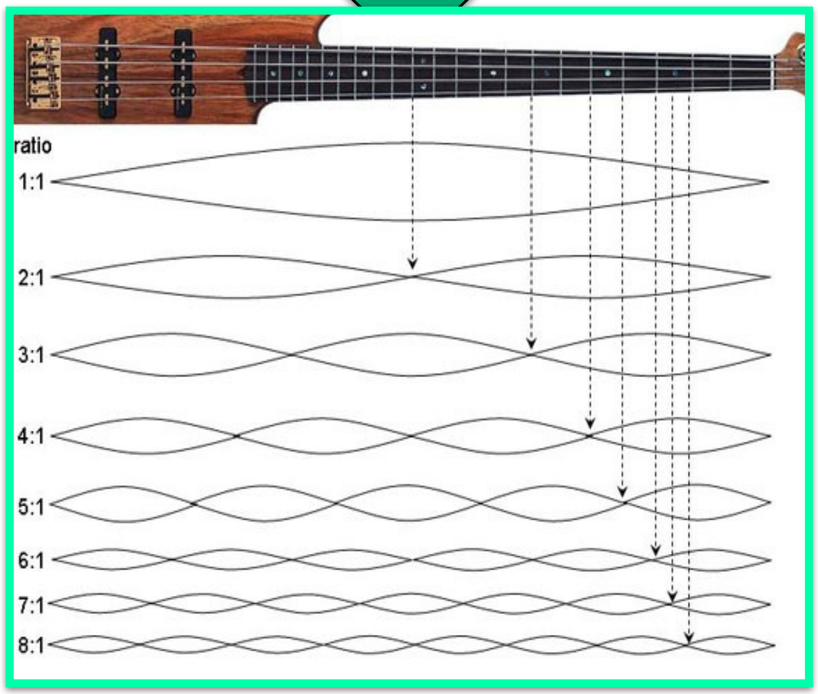


Attività:
Gli armonici

Alla scoperta degli armonici naturali

Obiettivo

Trovare gli armonici sulla corda della chitarra



Procedimento

- ***Pizzicare la corda LA "a vuoto"***
- ***Sfiorare la corda LA ad una lunghezza di 1/2***
- ***Sfiorare la corda LA ad una lunghezza di 1/3***
- ***Sfiorare la corda LA ad una lunghezza di 1/4***

Gli armonici

Le frequenze f_n dei suoni prodotte dalle corde di diverse lunghezze hanno una frequenza pari ad un multiplo intero della frequenza fondamentale f, secondo la relazione :

$$f_n = nf$$

Progetto “MusiMateFisica “

Il legame tra Musica e Matematica

FASE DI LAVORO 1

ATTIVITÀ DI RICERCA E SPERIMENTAZIONE

1. La leggenda
2. Suoni consonanti
3. Scala pitagorica e scala naturale

Ricerca storica

Le scoperte di Pitagora

Le scoperte di Pitagora: LA LEGGENDA

Pitagora udì un giorno un fabbro che batteva martelli di pesi diversi sull'incudine.
Notò che a seconda del peso dei martelli variava la frequenza del suono, producendo tintinnii più o meno piacevoli.

Indagando sul perché, Pitagora si rese conto che martelli i cui pesi stavano in precisi rapporti producevano suoni piacevoli (consonanti).

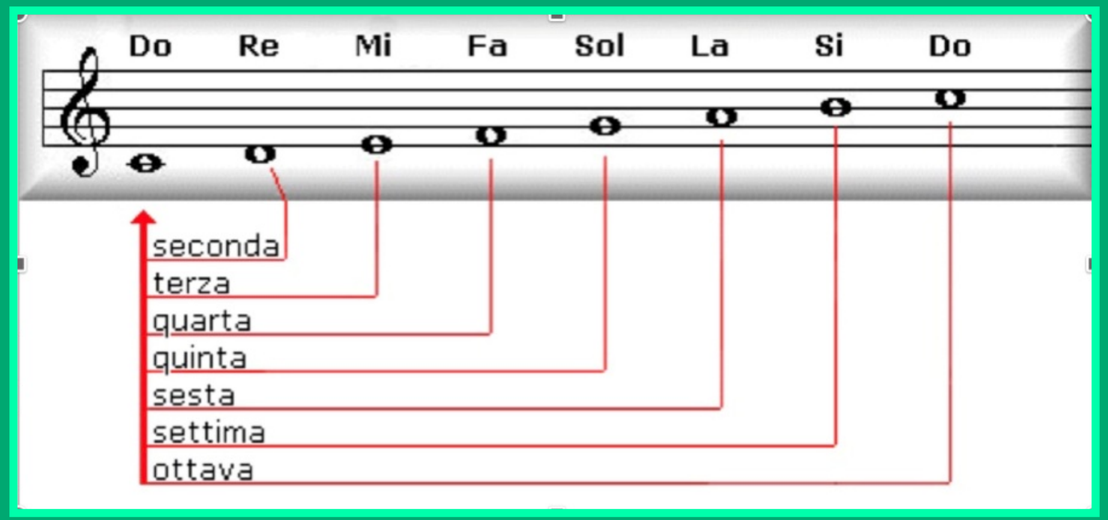
Le scoperte di Pitagora: SUONI CONSONANTI

Rapporto Lunghezze	Rapporto Pesi	Rapporto Frequenze	Intervallo (Consonante)
1:2	4:1	2:1	Ottava
2:3	9:4	3:2	Quinta
3:4	16:9	4:3	Quarta

I Pitagorici, utilizzando il monocordo, scoprirono che le lunghezze delle corde, in precisi rapporti tra esse, producono dei suoni gradevoli.

Si ha consonanza se le lunghezze A e B stanno fra loro in rapporti semplici.

Le scoperte di Pitagora: SUONI CONSONANTI



A/B=2/1 (ottava do-do)

A/B=3/2 (quinta do-sol)

A/B=4/3 (quarta do-fa)

A/B =5/4 (terza maggiore do-mi)

A/B=5/3 (sesta maggiore do-la)

A/B=6/5 (terza minore re-la)

Attività: I suoni consonanti

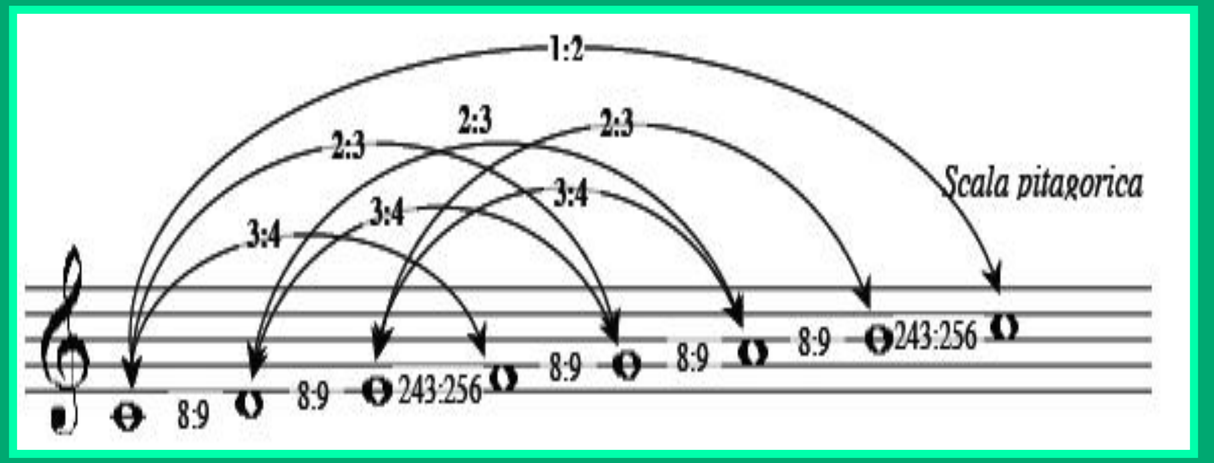
Obiettivo

Riconoscere suoni consonanti e dissonanti

Cosa osservo?

- *do-sol: sembrano una sola nota;*
- *do-fa: accettabile ;*
- *do-si: stridono un po' (si sente un tremolio, come se le corde non fossero accordate bene insieme)*

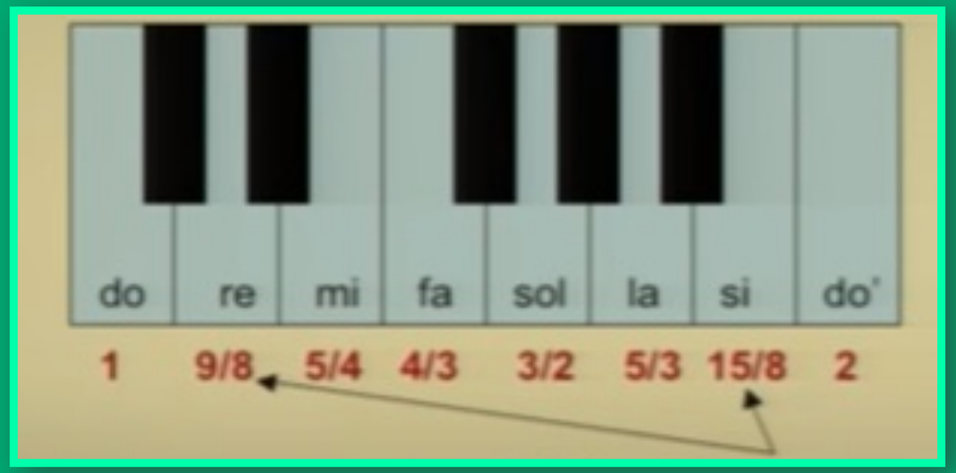
Le scoperte di Pitagora: LA SCALA PITAGORICA



Regola generativa	Rapporto frequenze	Nota
—	1 : 1	Do
$\frac{3}{2}$	3 : 2	Sol
$\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$	9 : 8	Re
$\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$	27 : 16	La
$\left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$	81 : 64	Mi
$\left(\frac{3}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$	243 : 128	Si
$\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$	729 : 512	Fa♯

I Pitagorici rifiutano le consonanze 5/4 e 6/5 perché 5 e 6 non rientrano nel numero perfetto 1+2+3+4=10.

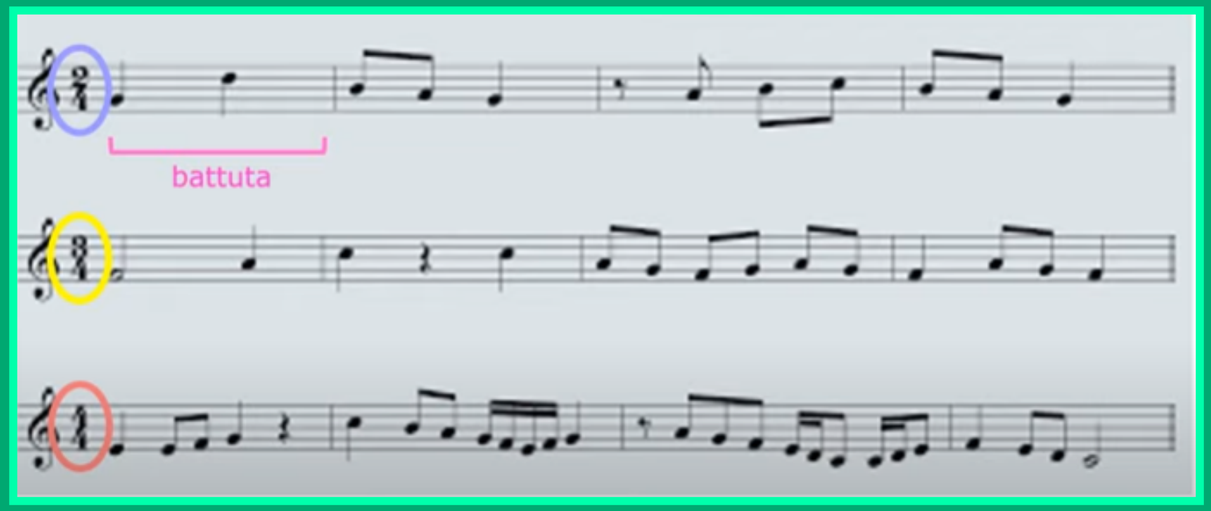
Costruiscono una scala musicale utilizzando solo intervalli di ottava, quinta e quarta, ottenendo, però, delle dissonanze (per es. 243:128)

Le scoperte di Pitagora: LA SCALA NATURALE

Claudio Tolomeo recupera anche le frazioni 5/4 e 6/5 e ottiene una scala che tiene conto delle consonanze sensoriali. Questa poi fu teorizzata da Zarlino nel 1500. Nella scala naturale si evidenziano 5 consonanze e 2 deboli dissonanze.

FASE DI LAVORO 2

ATTIVITÀ DI RICERCA E SPERIMENTAZIONE

1. Il pentagramma
2. I ritmi
3. L’hemiola
4. La poliritmia

Gli spartiti: IL PENTAGRAMMA

Le note musicali vengono scritte su un rigo, chiamato pentagramma, formato da 5 righe e 4 spazi.

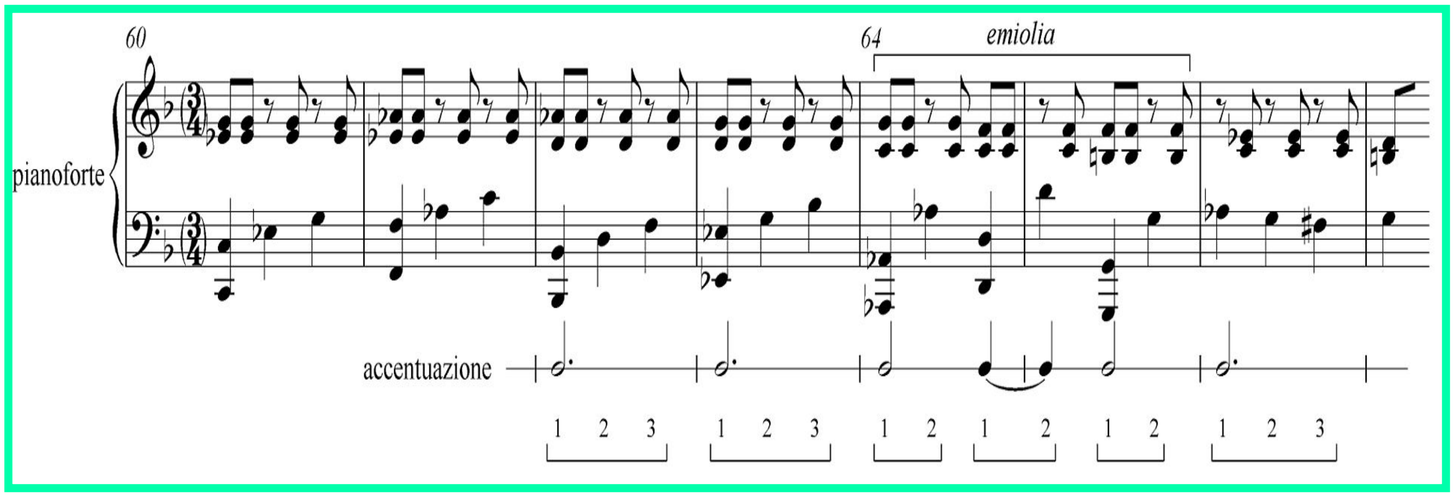
Le note vengono lette in base alla chiave musicale riportata all'inizio del rigo.

Il tempo sugli spartiti è indicato da una frazione 2/4, 3/4, 4/4…

Attività:
L'hemiola

Obiettivo

Saper riconoscere un ritmo



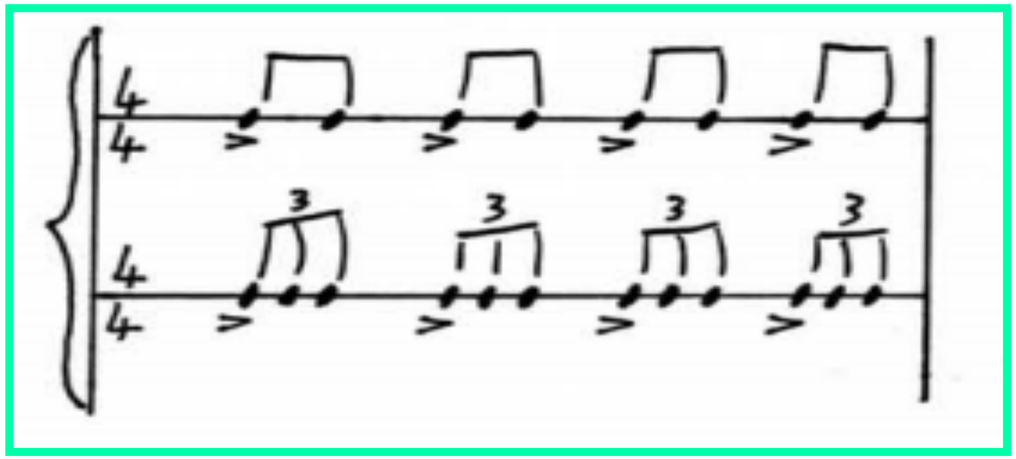
Cosa osservo?

- ***Dal punto di vista numerico la semplificazione delle frazioni porta all'equivalenza fra le frazioni.***
- ***Dal punto di vista musicale la semplificazione delle frazioni lascia le durate uguali, ma cambia i ritmi e gli accenti***

In musica 3+3 ≠ 2+2+2

Attività:
La poliritmia

Obiettivo

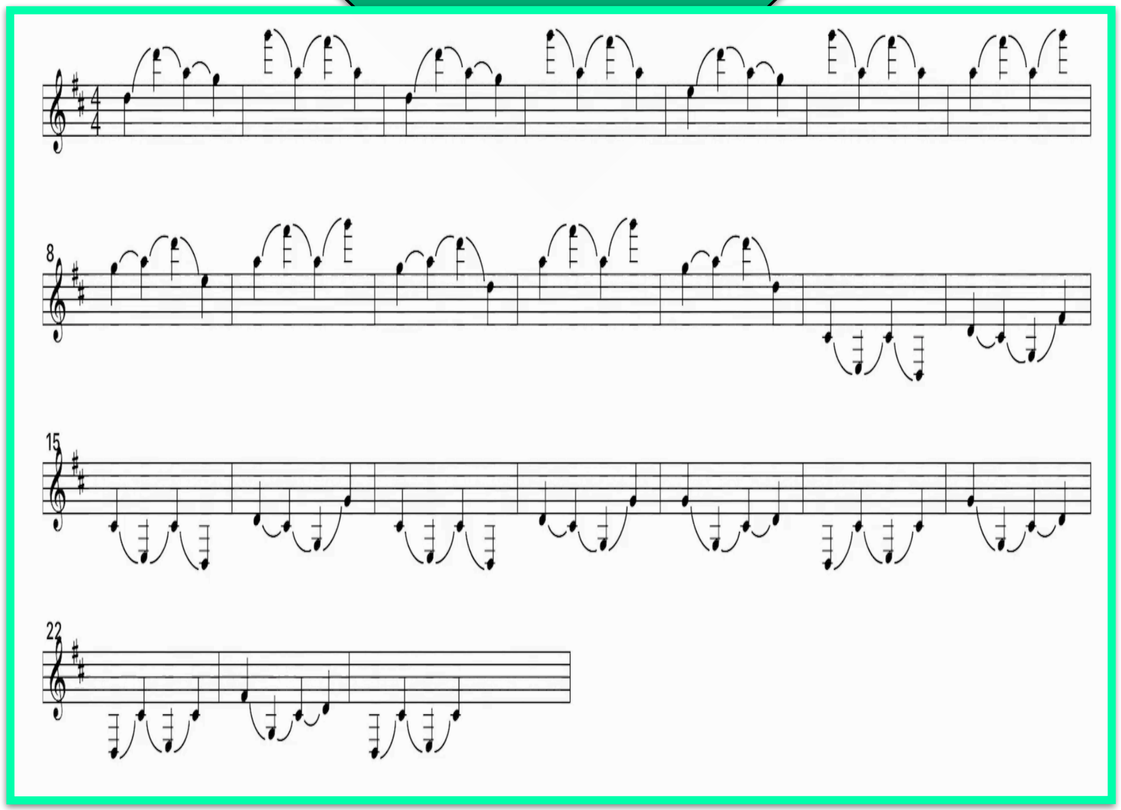
Saper riconoscere un ritmo

Cosa osservo?

- ***La riduzione allo stesso denominatore in musica porta a mettere insieme diversi ritmi***

Attività:
Gli spartiti prodotti dai ragazzi

Obiettivo

Saper leggere e creare uno spartito



Cosa osservo?

La fantasia è molta, l'impegno è tanto… ma l'arte è un'altra cosa!

Per creare la melodia è stata utilizzata l'app "Score Creator: creare spartiti"

Progetto “MusiMateFisica “

Il legame tra Musica e Matematica

FASE DI LAVORO 3

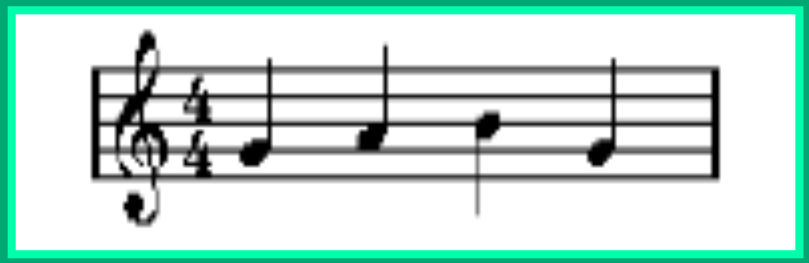
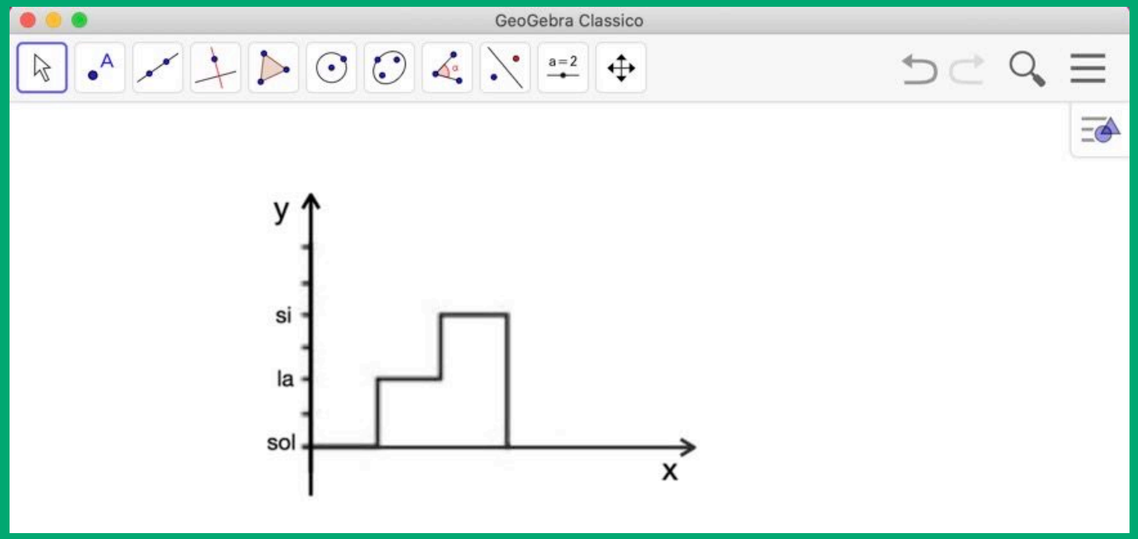
ATTIVITÀ DI ASCOLTO, ANALISI E SPERIMENTAZIONE

1. Il pentagramma come piano cartesiano
2. Le isometrie e i canoni

Il pentagramma come piano cartesiano

Il pentagramma può immaginarsi come un piano cartesiano dove al posto dei numeri reali si rappresentano le note.

Lungo l'asse orizzontale poniamo il tempo e lungo l'asse verticale poniamo la frequenza e quindi l'altezza delle note

Il pentagramma come piano cartesiano



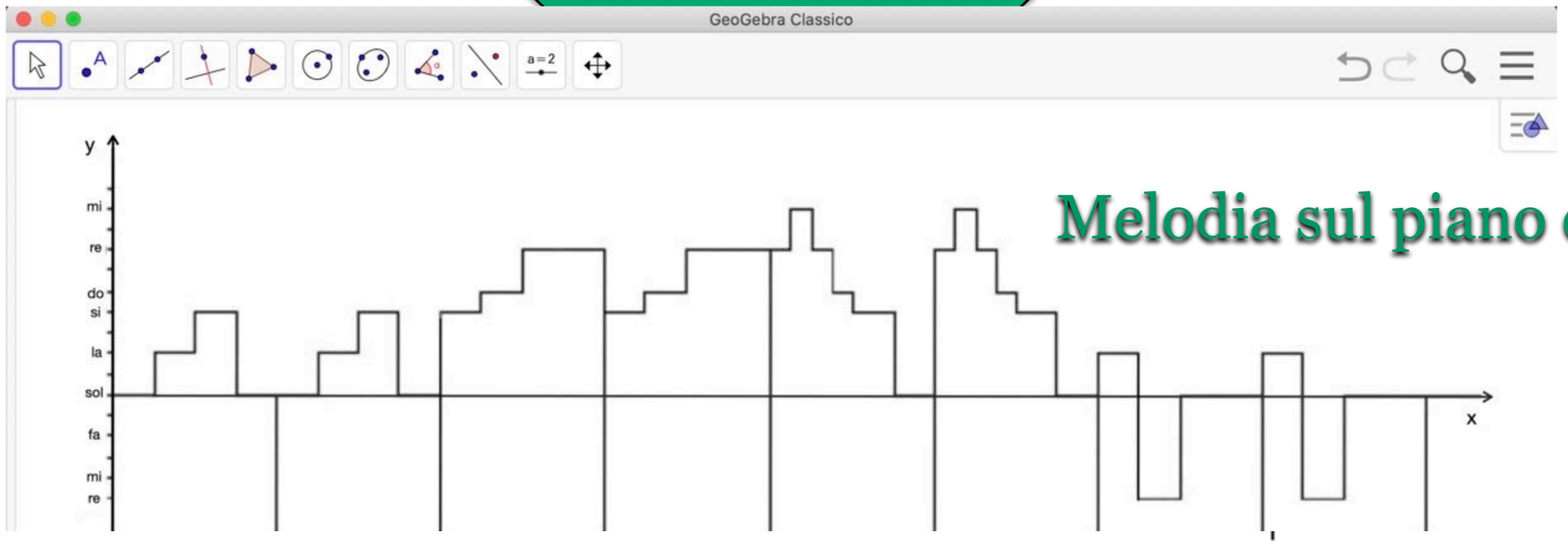
Spartito riprodotto con GeoGebra

Una melodia può essere rappresentata dal grafico di una funzione y=f(x).

Il grafico di f(x) lo si può ottenere mediante segmentini che indicano la durata di ogni singolo suono e l'altezza di ognuno di essi.

Il grafico è una funzione a scala.

Grafico della melodia “Fra Martino”



Melodia sul piano cartesiano

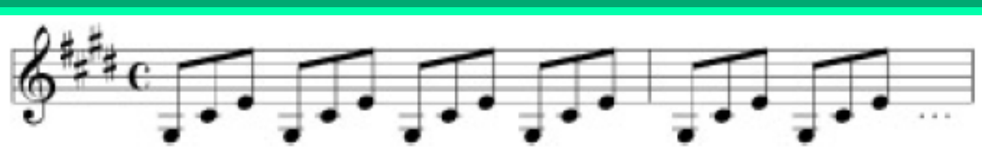
Melodia sul pentagramma

I canoni

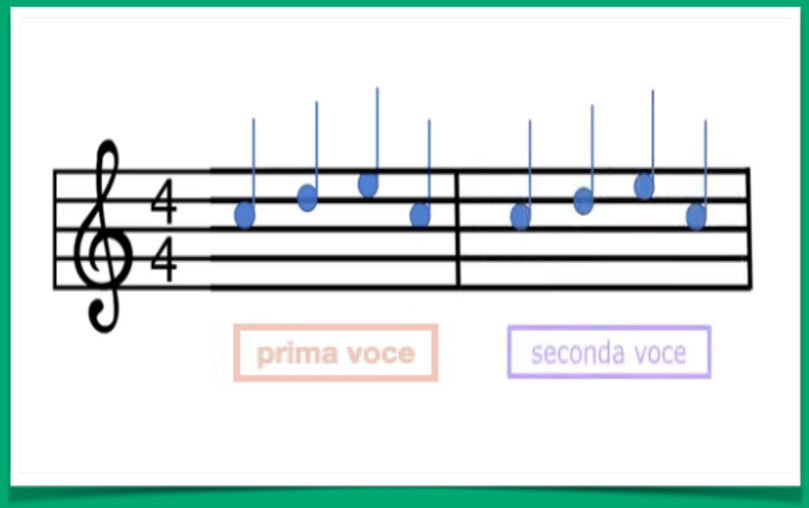
I canoni sono un esempio di utilizzo delle trasformazioni geometriche in musica

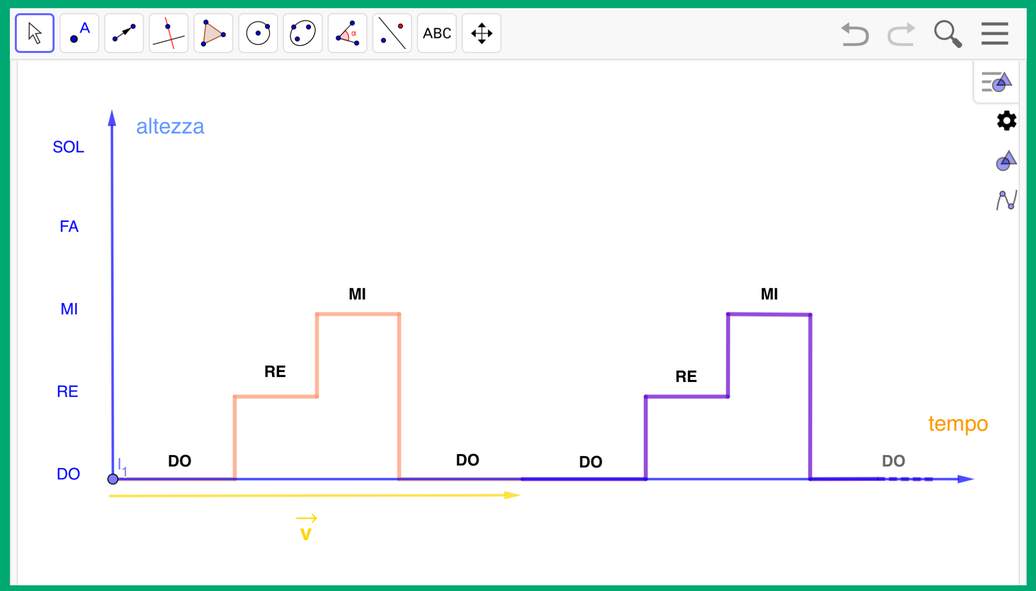
Un canone è una composizione che unisce ad una melodia una o più imitazioni, che le si sovrappongono progressivamente

La musica di Bach e i canoni

Trasformazioni geometriche e musica

L'inizio della sonata 27 n.2, "Al Chiaro di luna" di Beethoven è un esempio famoso di traslazione in musica

Canone retto





Spartito riprodotto con GeoGebra

Il canone retto è il più semplice di tutti i canoni dove la prima voce entra con il tema e dopo un intervallo di tempo entra la seconda voce con una copia identica del tema nella stessa tonalità.

Dopo un altro intervallo di tempo uguale entra la terza voce con le stesse modalità.

Attività:
Carillon musicale

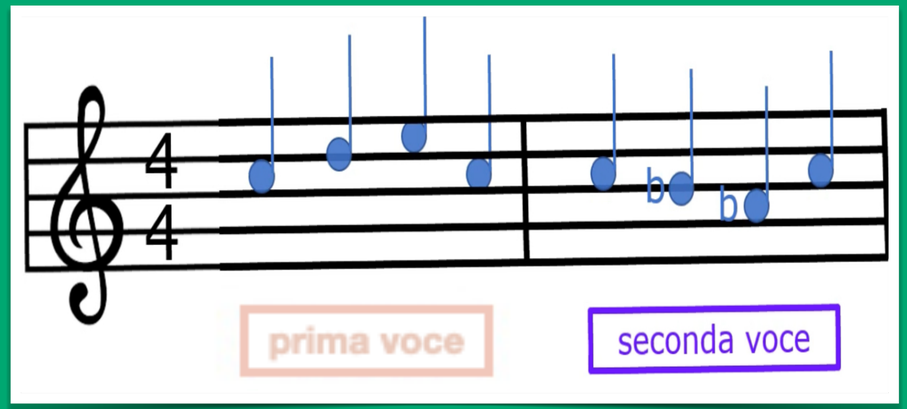
Obiettivo

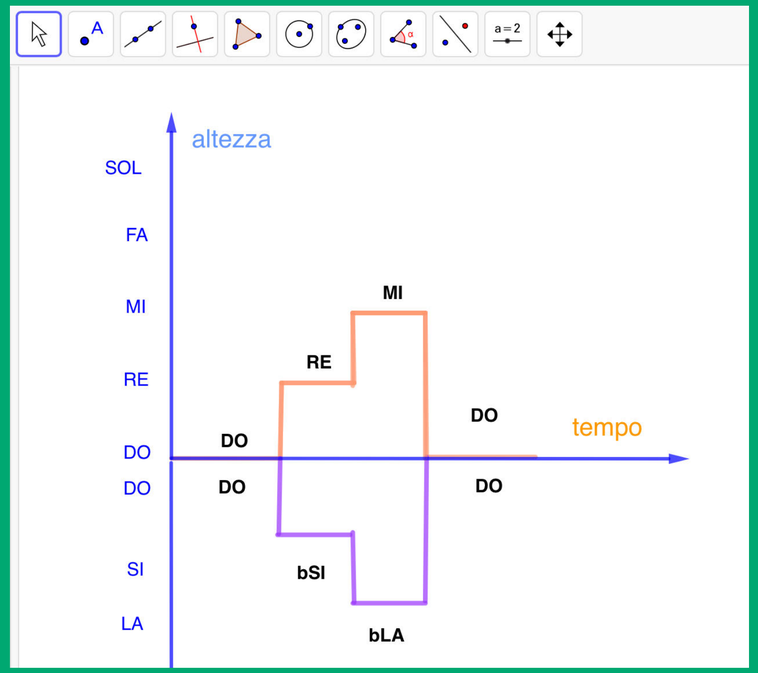
Saper creare un carillon musicale

Cosa osservo?

Il suono e il movimento sembrano infiniti

Canone inverso

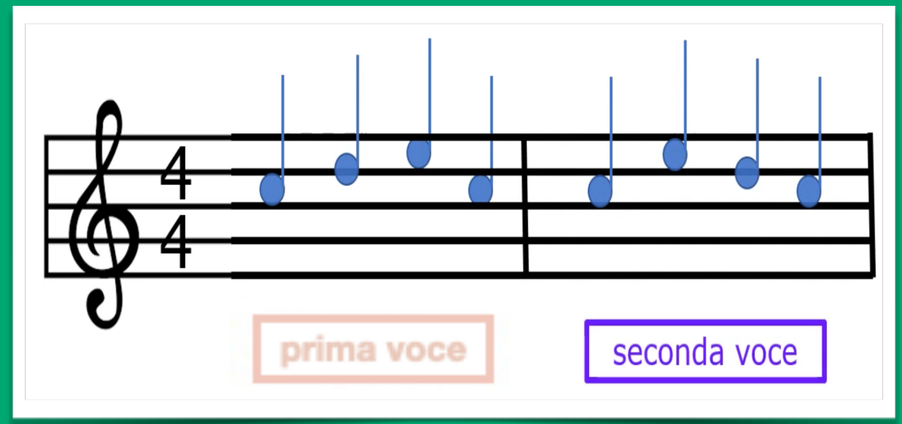


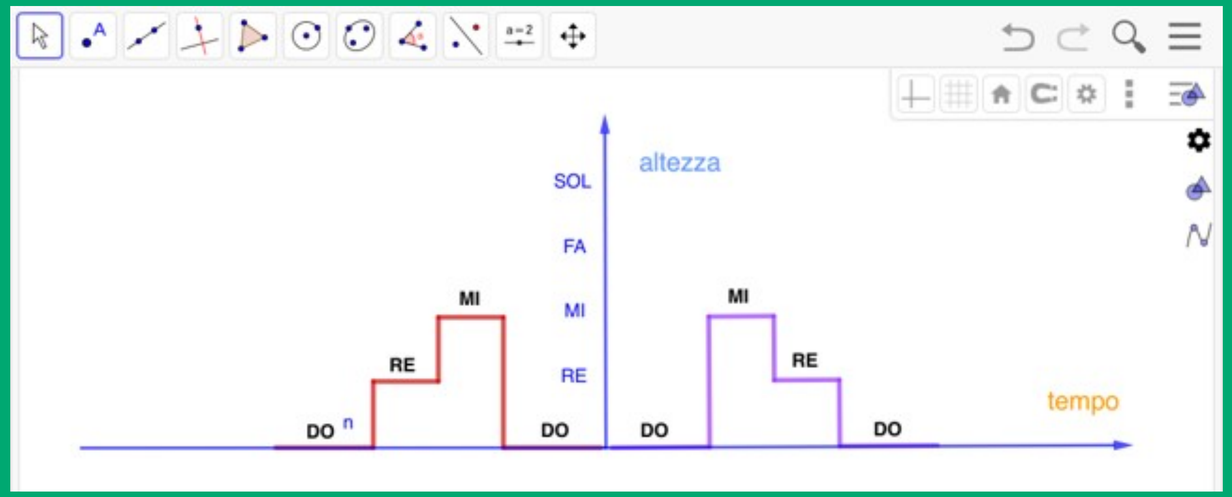


Spartito riprodotto con GeoGebra

Nel canone inverso la seconda voce inverte il tema della prima, rovesciandolo rispetto all'altezza. Quindi la seconda voce si ottiene con una simmetria assiale della partitura rispetto all'asse del tempo

Canone retrogrado



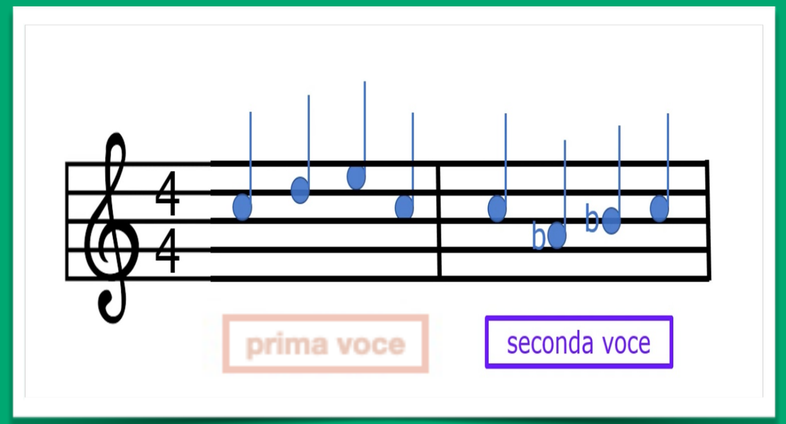


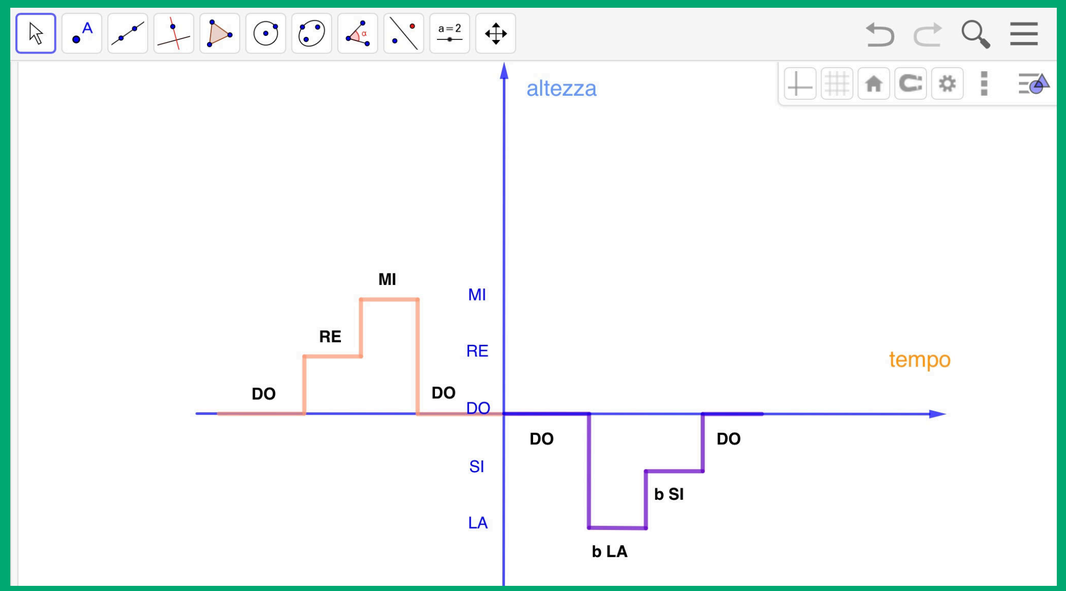
Spartito riprodotto con GeoGebra

Nel canone retrogrado la seconda voce parte dalla nota che chiude la prima voce e procede all'indietro terminando con la nota iniziale della prima voce.

In questo tipo di canone la seconda voce si ottiene applicando, alla partitura della prima, una simmetria assiale rispetto all'asse delle altezze.

Canone retrogrado inverso





Spartito riprodotto con GeoGebra

Nel canone retrogrado-inverso la seconda voce inizia dall'ultima nota della prima voce e finisce con la prima nota, ma a differenza di quello retrogrado, la seconda voce ribalta le note.

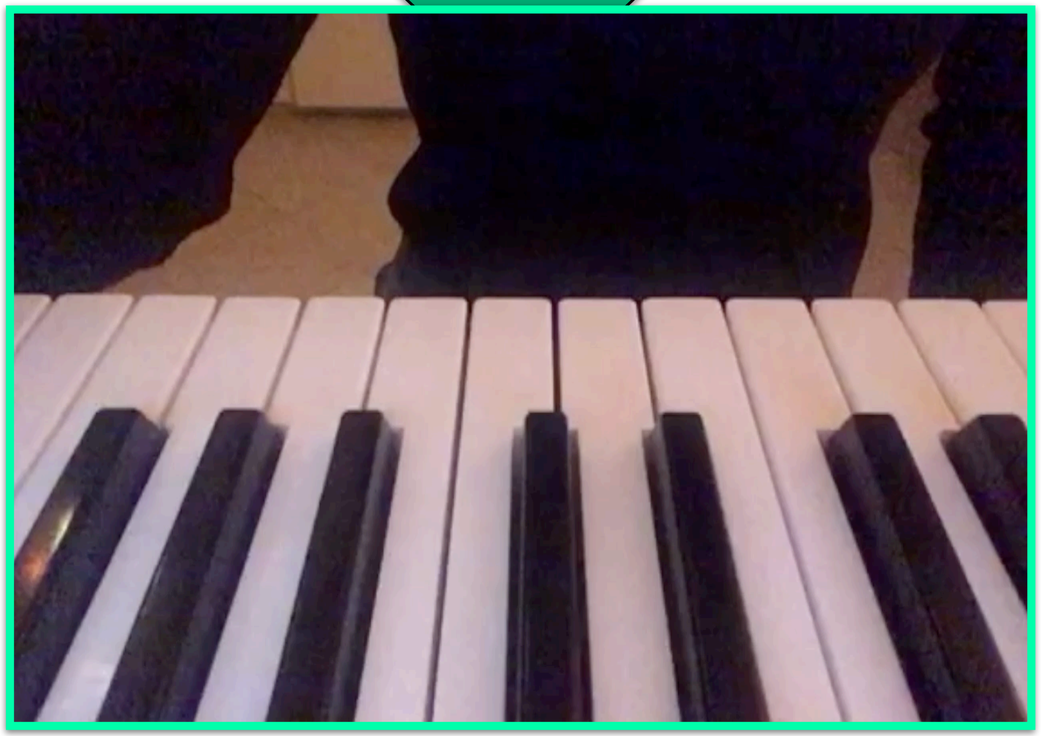
In sintesi la seconda voce equivale alla prima riflessa rispetto ad entrambi gli assi.

Questo canone corrisponde ad una simmetria rispetto all'origine.

Le elaborazioni di una “canzoncina misteriosa”…

Obiettivo

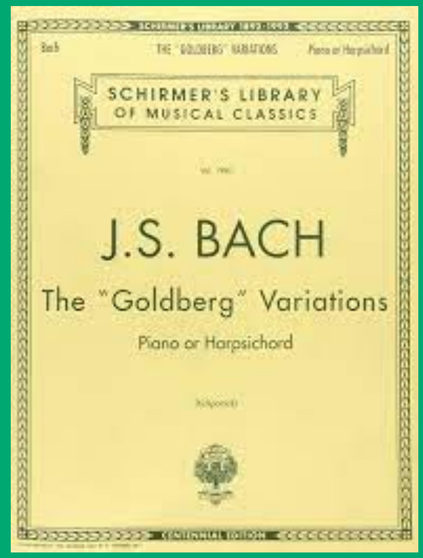
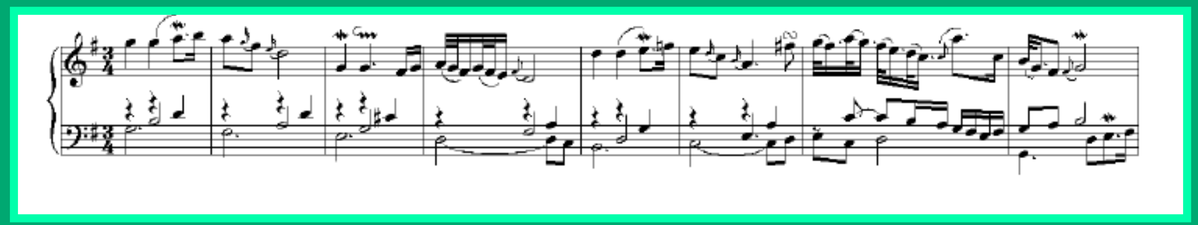
Saper applicare le riflessioni ad una melodia



Cosa osservo?

- ***Nel moto inverso si sente una melodia melanconica.***
- ***Nel retrogrado sembra una marcia.***
- ***Nel retrogrado inverso la melodia assume un carattere di “marcia introspettiva”***

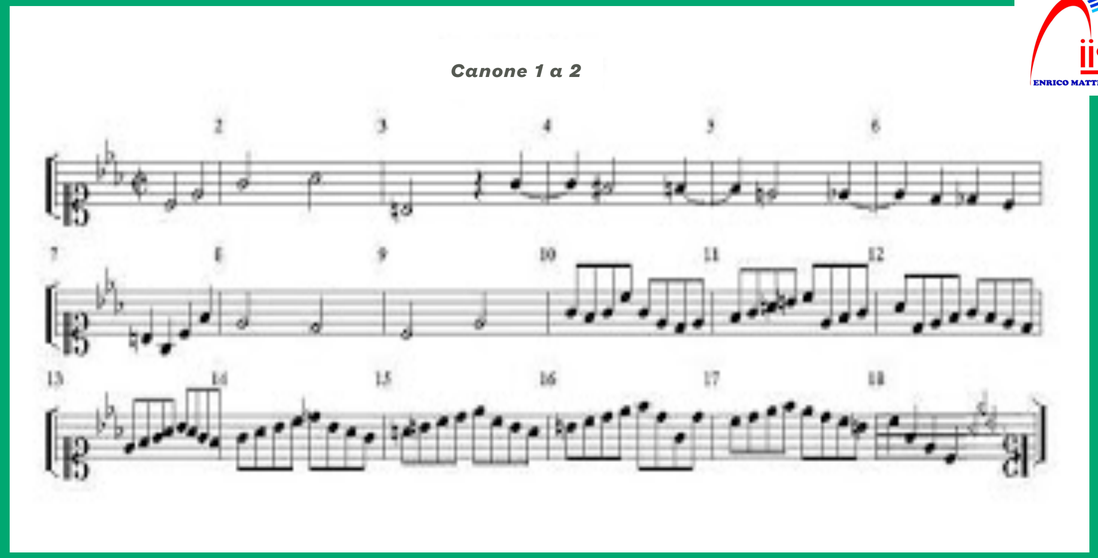
I canoni di Bach

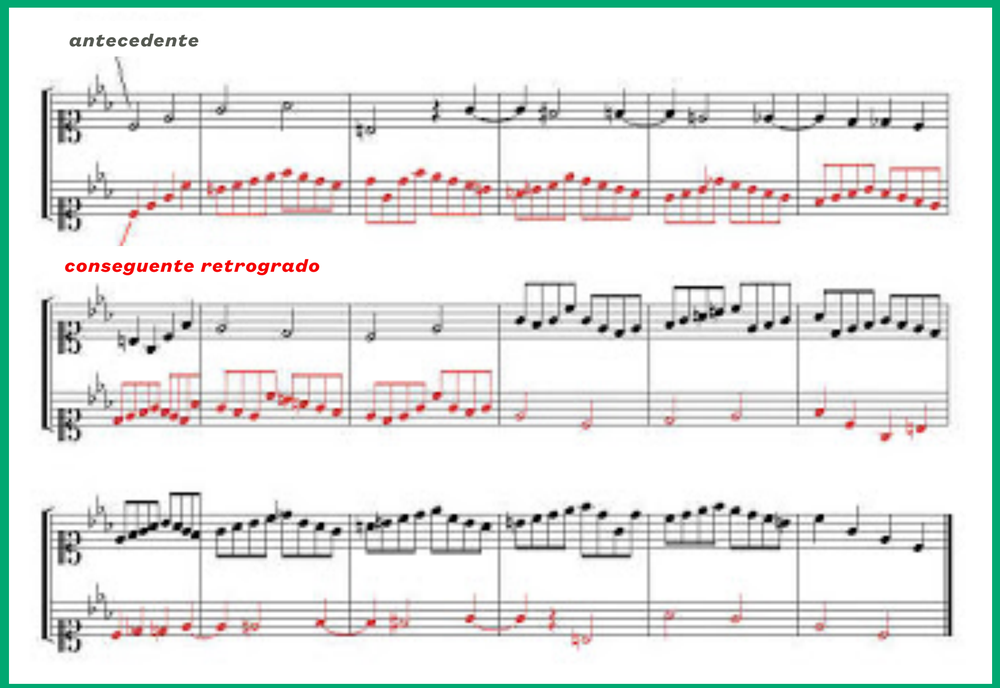


Aria

La musica di Bach è piena di canoni. Nelle variazioni di Goldberg il tema semplicissimo, noto come Aria, subisce trenta elaborazioni di cui tutte quelle multiple di 3 sono canoni.

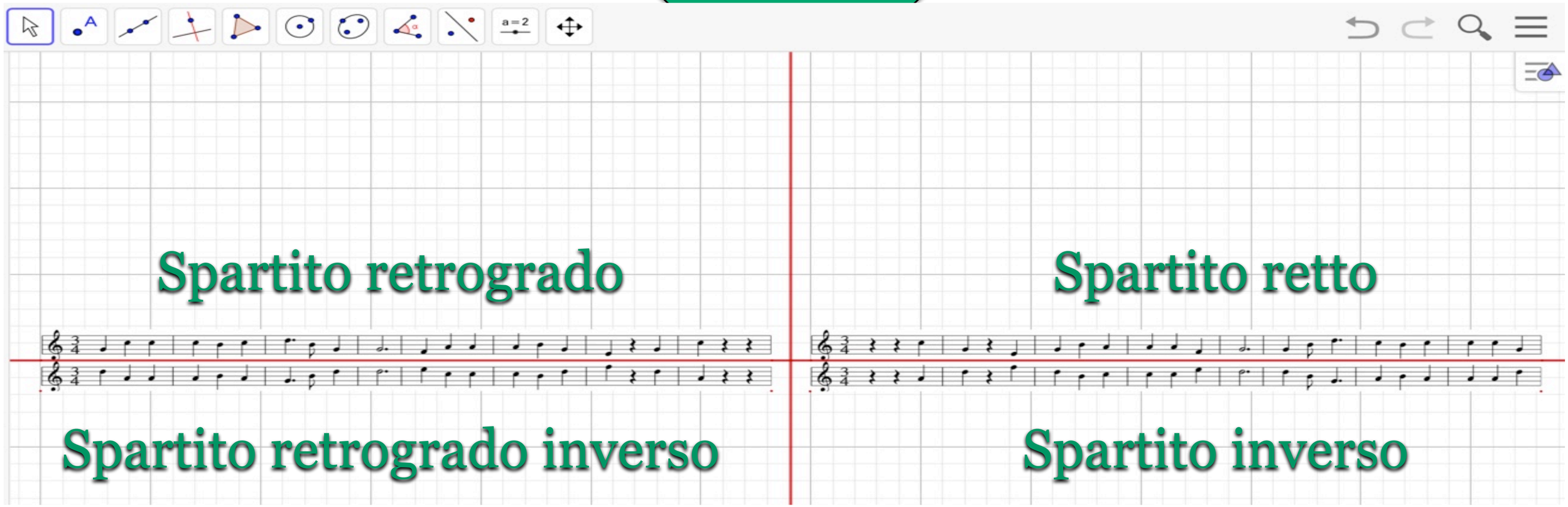
I canoni di Bach



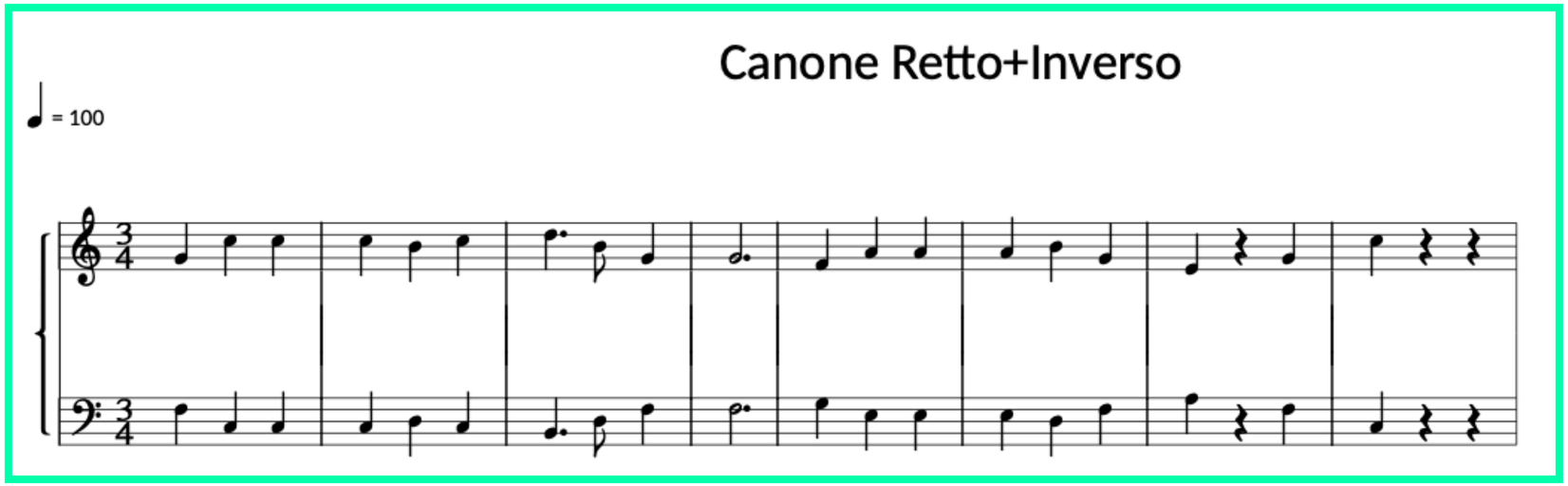


L'Offerta Musicale è un'altra opera di Bach che presenta molti canoni

Attività:
I spartiti creati dai ragazzi



Attività:
I canoni creati dai ragazzi



Cosa osservo?

Le nostre creazioni, pur rispettando pienamente le regole matematiche delle riflessioni, non risultano molto armoniose

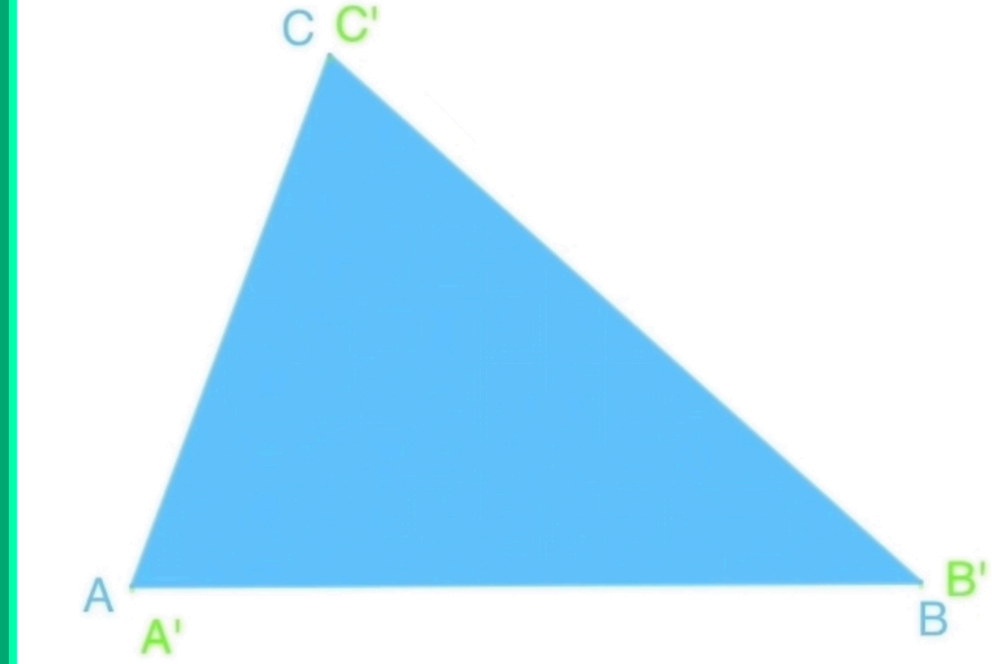
FASE DI LAVORO 4

ATTIVITÀ DI DIMOSTRAZIONE

Teorema fondamentale delle isometrie

Teorema fondamentale delle isometrie

Ogni isometria è esprimibile come composizione di al più tre simmetrie assiali



Dimostrazione

Caso a

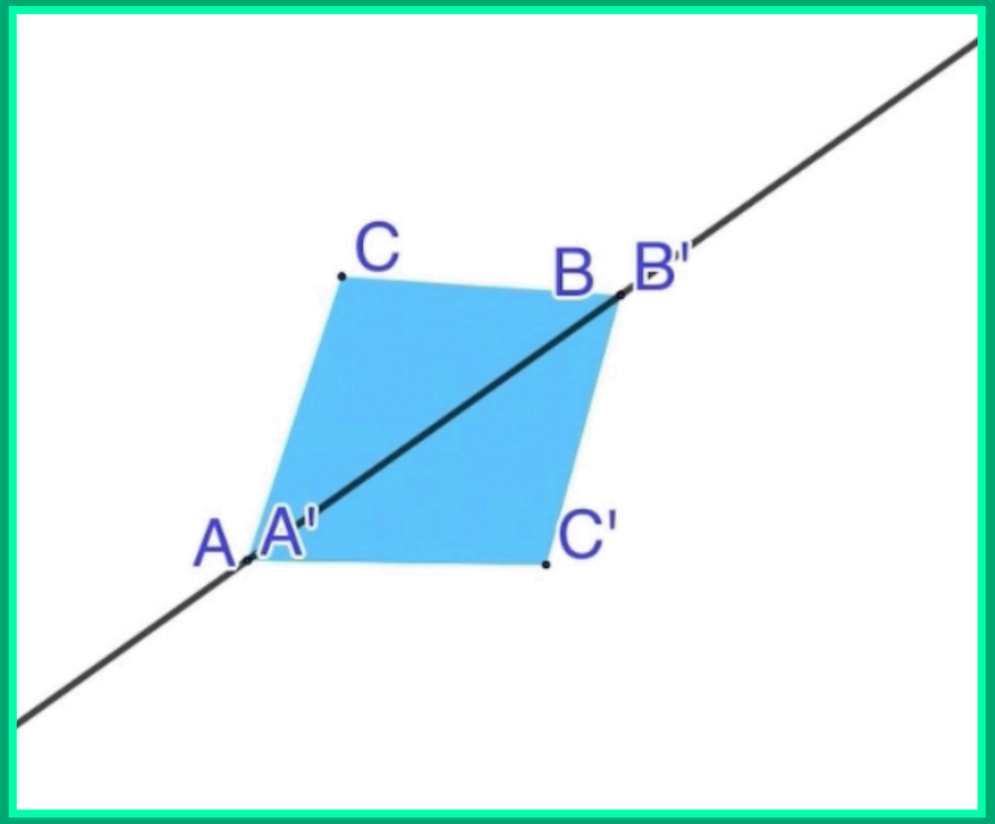
$A \equiv A'$

$B \equiv B'$

$C \equiv C'$

$\Rightarrow f = id$

Dimostrazione



Caso b

$A \equiv A'$

$B \equiv B'$

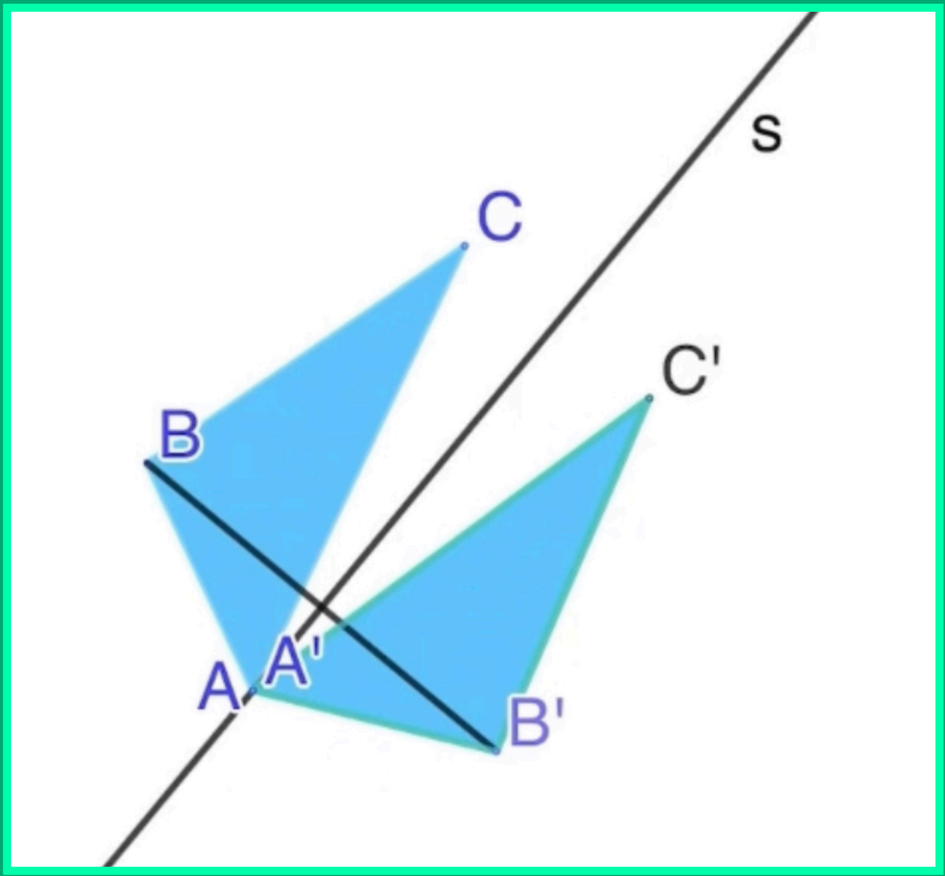
$C \neq C'$

$\sigma_{AB}(C) = C'$

$\Rightarrow f = \sigma_{AB}$

Caso c

$A \cong A'$, $B \neq B'$, $C \neq C'$



Dimostrazione

Caso c_1

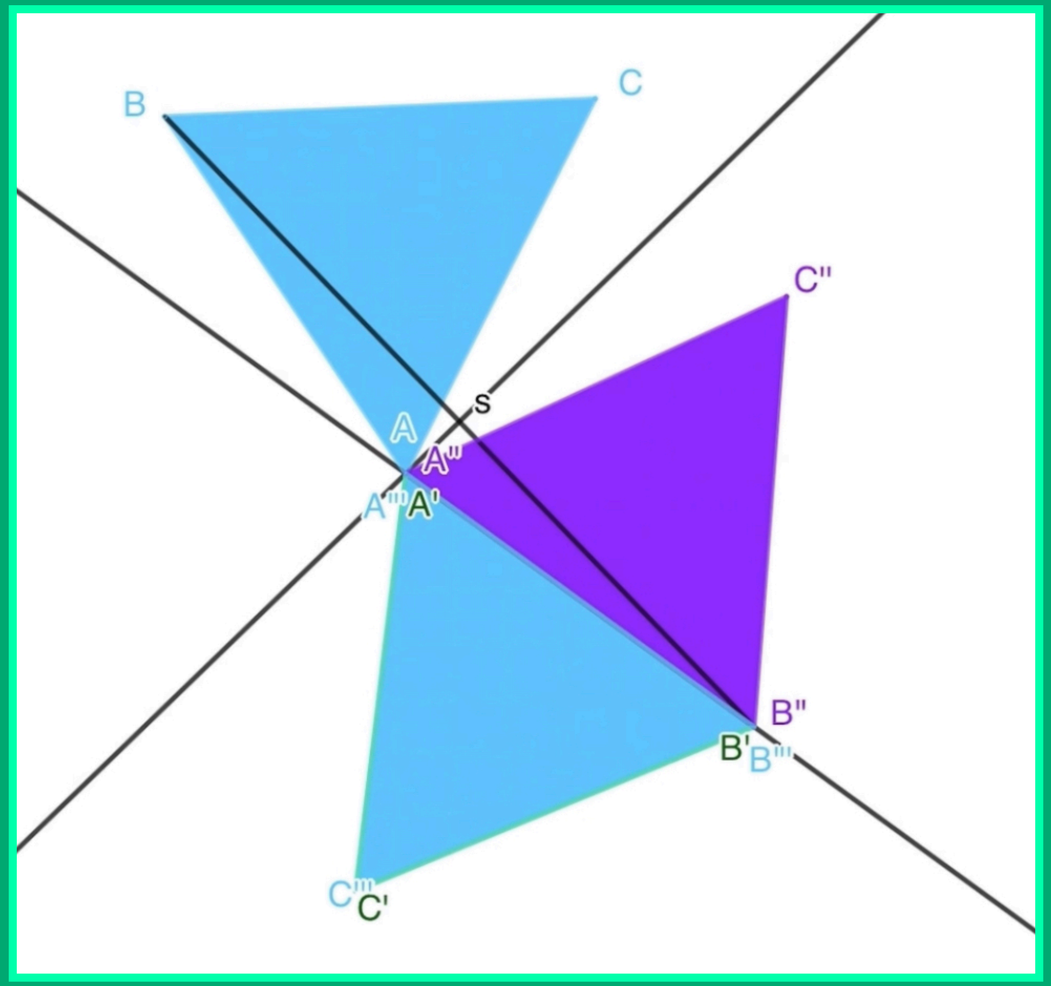
s = *asse* BB'

$\sigma_s(A) = A' = A$

$\sigma_s(B) = B'$

$\sigma_s(C) = C'$

$\Rightarrow f = \sigma_s$



Dimostrazione

s = *asse* BB'

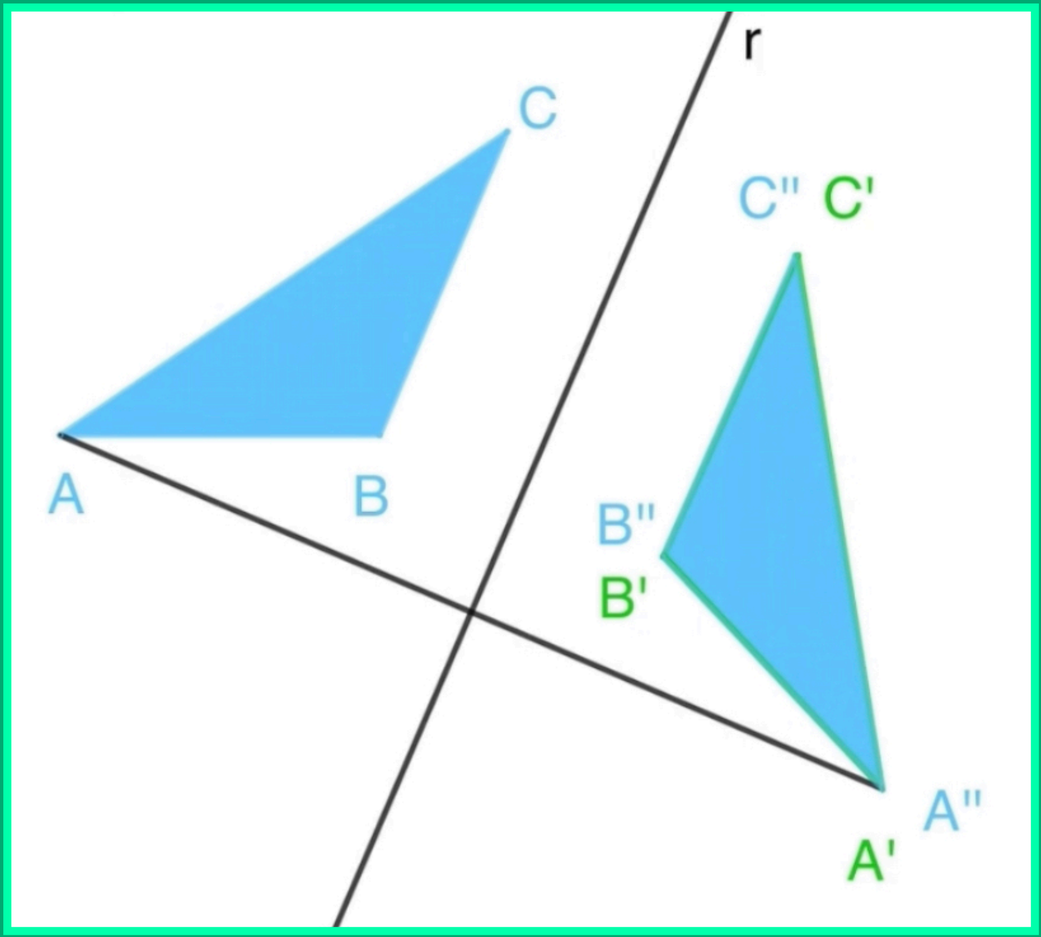
$\sigma_s(A) = A' = A$ $\quad$ $\sigma_{A'B'}(A) = A'$

$\sigma_s(B) = B'$ $\quad$ $\sigma_{A'B'}(B') = B'$

$\sigma_s(C) = C'' \neq C'$ $\quad$ $\sigma_{A'B'}(C'') = C'$

$$\Rightarrow f = \sigma_s \circ \sigma_{A'B'}$$

A≠A’, B≠B’, C≠C’



Dimostrazione

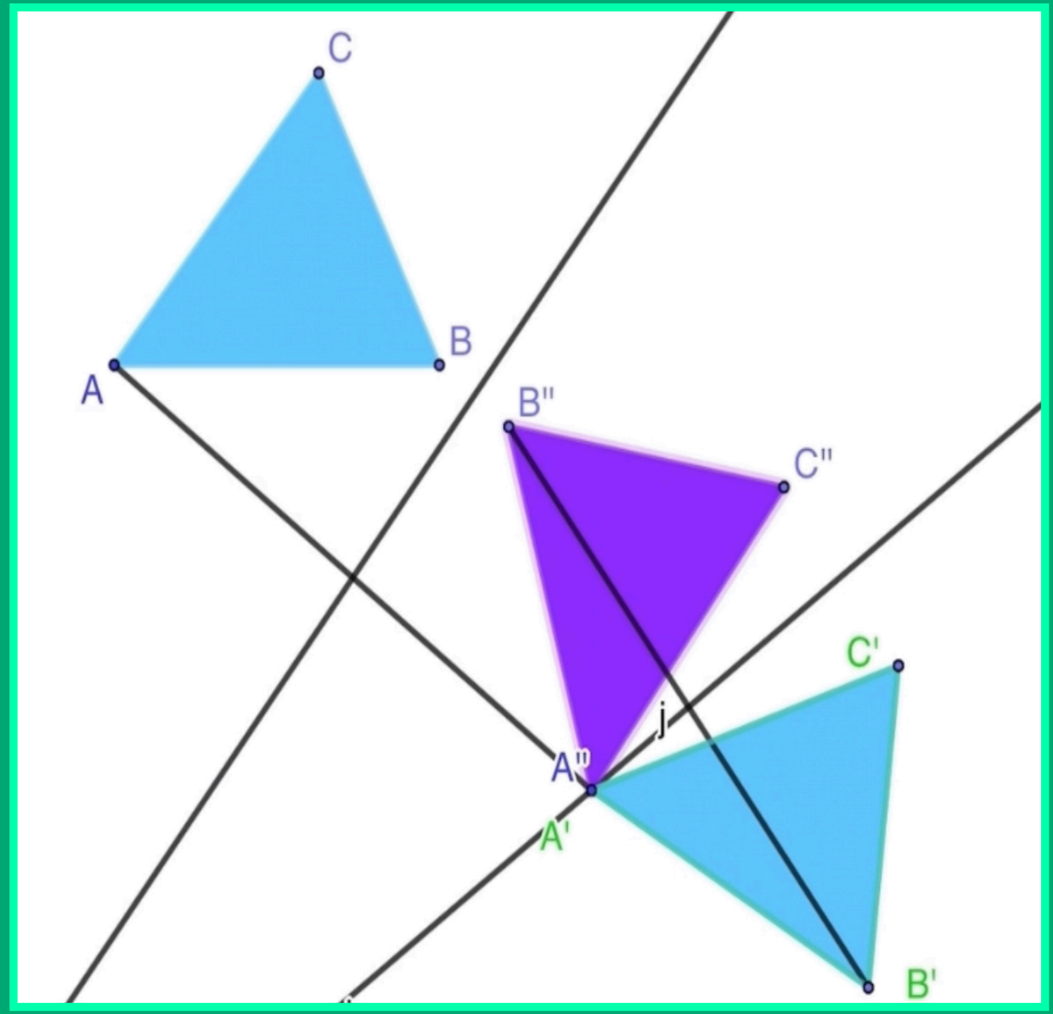
r = asse AA'

$\sigma_r(A) = A'$

$\sigma_r(B) = B' = B''$

$\sigma_r(C) = C' = C''$

$\Rightarrow f = \sigma_r$



Dimostrazione

Caso d2

$\sigma_r (A) = A'$

$\sigma_r (B) = B'' \neq B'$

$\sigma_r (C) = C'' \neq C'$

s = asse $B'B''$

$\sigma_s (A) = A'$

$\sigma_s (B'') = B'$

$\sigma_s (C'') = C'$

$\Rightarrow f = \sigma_s \circ \sigma_r$

Dimostrazione

Caso d3

r = asse AA’ s = asse B’B’’

$\sigma_r(A) = A''$ $\sigma_s(A'') = A'''$

$\sigma_r(B) = B''$ $\sigma_s(B'') = B'''$

$\sigma_r(C) = C'' \neq C'$ $\sigma_s(C'') = C'''$

$\sigma_{A'B'}(A''') = A'$

$\sigma_{A'B'}(B''') = B'$

$\sigma_{A'B'}(C''') = C'$

$$\Rightarrow f = \sigma_{A'B'} \circ \sigma_s \circ \sigma_r$$

Progetto “MusiMateFisica”

Classe 2^C - Liceo delle Scienze Applicate

IIS “E. Mattei” - Vasto (CH)

LICEO MATEMATICO
IIS E. MATTEI

Prof.ssa Vitullo Antonella

Prof.ssa Di Sciascio Nicoletta