Liceo Matematico

Convegno Nazionale
9 - 10 settembre 2021

Laboratorio didattico di Teoria delle decisioni con l'ausilio delle tecnologie

Giovanna BIMONTE, Ilaria VERONESI

Dipartimento di Economia e Statistica - Dipartimento di Matematica
Università di Salerno

HIPPOCRATICA CIVITAS STUDIUM SALERNI

DipMat
DIpartimento di Matematica

DISES Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche

INTRODUZIONE

Il laboratorio di Teoria delle decisioni:

- lettura ed interpretazione della società contemporanea,
- applicare modelli matematici in situazioni di realtà.

Il mondo dell'economia

- forte impatto
- orientamento universitario
- potenziali sviluppi di un'ampia varietà di scenari

LICEO MATEMATICO

MODULO DI MATEMATICA ED ECONOMIA

- relazioni tra la cultura scientifica e umanistica
- matematica denominatore comune
- collaborazione tra discipline
- tecnologie
- interconnessione tra scienza, tecnologia e cultura
- acquisire competenze per il futuro e per scegliere i percorsi universitari
- collaborazione tra il mondo della scuola, dell'università e della ricerca
- apprendimento efficace

OBIETTIVI XXI SECOLO

Creatività

pensiero Critico

Collaborazione

Comunicazione

gli studenti lavorano insieme per

- creare soluzioni
- comunicare le proprie soluzioni
- scoprire la strategia più efficace

RIFERIMENTI NORMATIVI

il tema economico è coerente con le linee guida dei progetti sviluppati dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Salerno

In Italia nel 2018 il Ministero dell'Istruzione ha pubblicato le "Indicazioni Nazionali e Nuovi Scenari" ove gli obiettivi si riferiscono ai 17 obiettivi dell'**Agenda 2030** per uno sviluppo sostenibile", in particolare, l'**Obiettivo 4** dell'Agenda evidenzia

"Fornire un'educazione di qualità, equa ed inclusiva,

e opportunità di apprendimento per tutti "

La matematica fornisce strumenti per indagare e spiegare molti fenomeni del mondo che ci circonda, ***favorendo un approccio razionale ai problemi che la realtà pone e fornendo, quindi, un contributo importante alla costruzione di una cittadinanza consapevole*** *(..) La matematica, tuttavia, permette anche di sviluppare competenze trasversali importanti attraverso attività che valorizzano i processi tipici della disciplina: "In particolare, la matematica (…)* ***contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri****."*.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO
Dipartimento di Matematica

DISES Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche

Liceo Matematico

IL PERCORSO
MATEMATICA E TEORIA DELLE DECISIONI

- Laboratorio di Teoria delle Decisioni
  - due incontri di due ore e mezzo ciascuno su piattaforma e-learning - Breakout Rooms favorendo l'apprendimento in *peer to peer* education
  - attività da remoto su piattaforme di e-learning on-line
  - attività sviluppate sulle tematiche fondamentali:
    - Interazione strategica e giochi non Cooperativi
    - Nozioni di equilibrio, esistenza e unicità, e razionalità
    - Giochi di posizionamento sulla retta e nel piano

METODOLOGIA

- Approccio costruttivista
- Role-playing simulato
- Partecipazione attiva per stimolare il pensiero laterale e l’intelligenza emotiva
- Docenti come mediatori culturali

TEORIA DELLE DECISIONI

Nell'analisi economica e sociale, la **teoria delle decisioni** si occupa delle scelte di un agente partendo dalla definizione dell'insieme delle scelte possibili; una decisione è la selezione di una di queste opzioni. L'analisi delle decisioni si concentra sulla ricerca di strumenti, metodologie e software per aiutare gli agenti a prendere decisioni migliori.

Quali criteri dovrebbero soddisfare gli atteggiamenti di preferenza di un agente in qualsiasi circostanza generica che tenga conto della razionalità?

Una buona decisione è quella che si basa sulla logica, considera tutti i dati disponibili e le possibili alternative e applica un approccio quantitativo. **Quindi, la teoria delle decisioni è un modo analitico e sistematico per affrontare i problemi.**

Assunzioni di base

Razionalità individuale: Gli esseri umani sono esseri razionali, sempre alla ricerca della migliore alternativa in un insieme di scelte possibili in modo che ogni giocatore massimizzi la sua utilità.

Stabilità: tutti i giocatori "rispetteranno" un dato profilo di strategia $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ se è una scelta massimizzante del profitto del giocatore **i** quando il resto dei giocatori sceglie esattamente il profilo dato. Nessun giocatore vuole deviare da **x**.

Formalizziamo

Un gioco in forma normale, Γ, è definito dalla n-upla

$$\Gamma=(N;\ X_1,\ldots,\ldots X_n;\ f_1,\ldots,\ldots f_n)$$

dove

$N:=\{1,\ldots,n\}$ è l'insieme dei giocatori;

$a_i \in X_i$ è un'azione possibile per il giocatore i;

$\mathbf{a}:=(a_i)_{i\in N}$ è un profilo di azioni per il gioco, una per ogni giocatore;

$f_i : \Pi_{i=1,\ldots,n} X_i \longrightarrow R$ la funzione di pay-off.

Laboratorio di voting

Costruiamo la funzione di scelta sociale, partendo dalle preferenze (ordinamenti) individuali: Quale sarà il cavaliere che guiderà l'esercito?

L'esercito del Regno di Mezzo

Uno degli scopi della Teoria delle Decisioni è studiare che cosa è importante sapere per essere un buon decisore.

A: Galahad, figlio di Lancillotto del Lago, valoroso e molto giovane;
B: Palamede il Saraceno, l'intrepido e molto vecchio;
C: Loholt, uno dei figli di re Artù, il saggio e molto lento;
D: Hughes de Payens, cavaliere templare, impulsivo e straordinariamente forte.

Viene chiesto a voi saggi:

Ordinate le vostre preferenze, da quello che gradite di più a quello che preferite di meno.

In che modo avete deciso di ordinarle?

Discutetene con i compagni della vostra squadra.
Mettete per iscritto le vostre conclusioni, motivandole. 6

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO
Dipartimento di Matematica

DISES Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche

Liceo Matematico

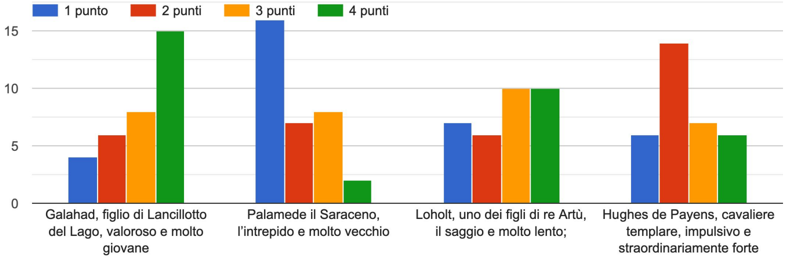
Laboratorio di voting: Scelte individuali

Quale dovrebbe essere secondo te il Cavaliere a capo dell'esercito dei due regni?

35 risposte

Plurality, majority, Borda e Condorcet
Non esiste sempre il vincitore!

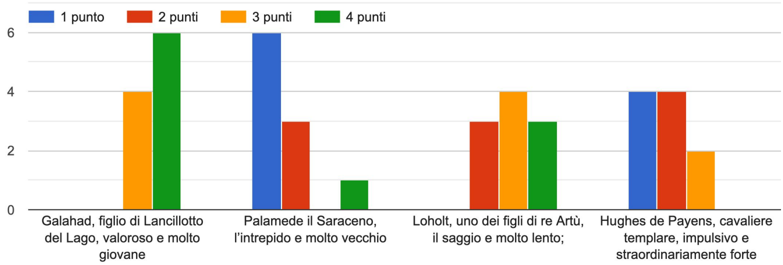
Ordina le tue preferenze, da quello che preferisci di più (4 punti) a quello che preferisci di meno (1 punto).



Scelte Collettive

- 10 coalizioni di 3-4 persone.
- Regola decisionale all'interno del gruppo
- ordinamento collettivo, sulla base delle preferenze individuali.

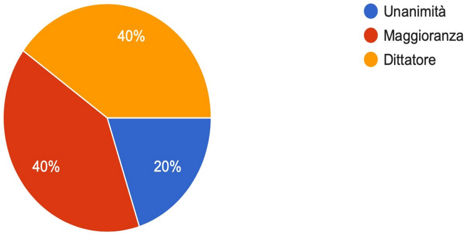
Ordinate le vostre preferenze, da quello che preferite di più (4 punti) a quello che preferite di meno (1 punto).



Ordinamento delle preferenze collettive

Come avete preso la decisione del gruppo?

10 risposte



- il 40% dei gruppi ha preso una decisione **dittatoriale**!
- possibile causa un processo decisionale lungo
- Il risultato della votazione secondo il metodo di Condorcet e di Borda ha avuto lo stesso vincitore.

Hotelling e la città lineare

- Hotelling (1929) ha analizzato il comportamento di due venditori di un prodotto omogeneo che scelgono il prezzo e la posizione in un mercato delimitato e unidimensionale.
- I consumatori sono distribuiti uniformemente sull'intervallo [0, 1]. Le imprese possono scegliere qualsiasi luogo in [0, 1] dove aprire un negozio. I consumatori fanno acquisti in uno dei negozi più vicini.
- Gioco (one-shot) dove i giocatori sono i rivenditori, l'insieme delle azioni è [0, 1] e il payoff è la quantità di consumatori che un rivenditore attrae.
- A seconda del numero di rivenditori, gli equilibri possono esistere o meno e possono essere unici o meno.

I carretti delle mele candite

I carretti delle mele candite

Nella via principale del Regno di Sotto, durante i festeggiamenti due venditori di mele candite devono decidere dove posizionarsi per ottenere il maggior numero possibile di clienti. I cittadini sono distribuiti uniformemente, i due venditori Arnold e Barth vendono lo stesso prodotto.

Per i consumatori è indifferente andare dall'uno o dall'altro venditore, il loro obiettivo e massimizzare la propria utilità e mangiarsi una mela candita! La scelta del consumatore terrà conto del prezzo e della distanza dal carretto, i prodotti offerti sono identici. Un prezzo più basso non è sufficiente per attrarre tutti i consumatori, la distanza è un'altra variabile di scelta.

Dove si posizionano? Perchè? Se potessero cambiare la posizione, dove si metterebbero?

Discutetene con i compagni della vostra squadra. Mettete per iscritto le vostre conclusioni, motivandole.

54

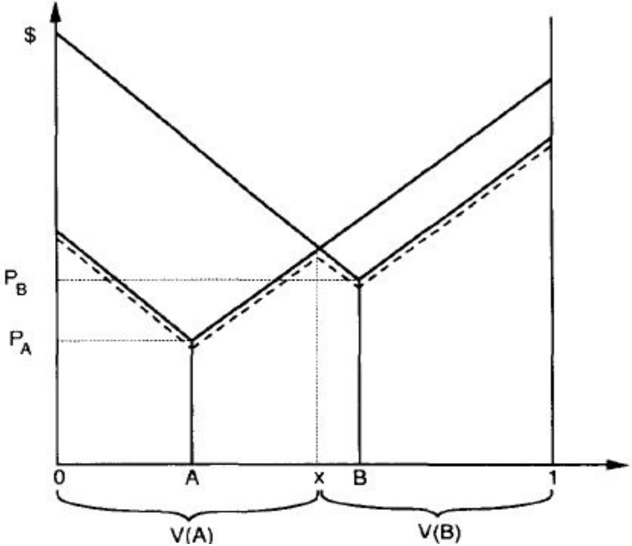
Un problema di ottimizzazione

- Ogni giocatore vuole massimizzare il proprio pay-off (numero di clienti) scegliendo la posizione del proprio negozio (carretto delle mele candite)

- (P_i) : Maximize $z_i = F_i(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_i, \ldots, \underline{x}_n)$
  subject to $x_i \in X_i$

- Tutte le scelte vengono fatte simultaneamente
- l'equilibrio esiste se nessun giocatore ha incentivo a cambiare la propria scelta.

Posizione ottima individuale e sociale (ottimo Paretiano)

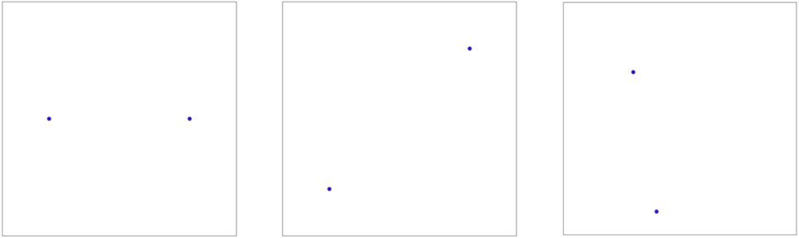


Problema di localizzazione ottima nel piano

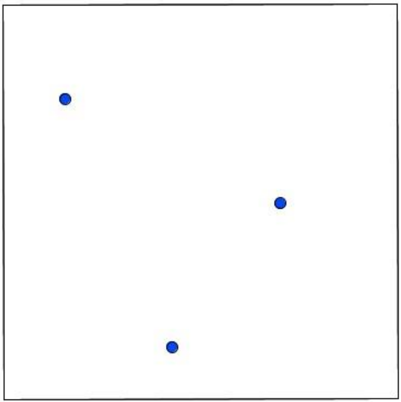
- I consumatori sono distribuiti nel piano (sottoinsieme compatto)
- Ci sono n venditori già posizionati nel piano
- Un nuovo negozio vuole trovare la posizione ottima per massimizzare la quota di mercato (consumatori) che può raggiungere.

Approccio geometrico

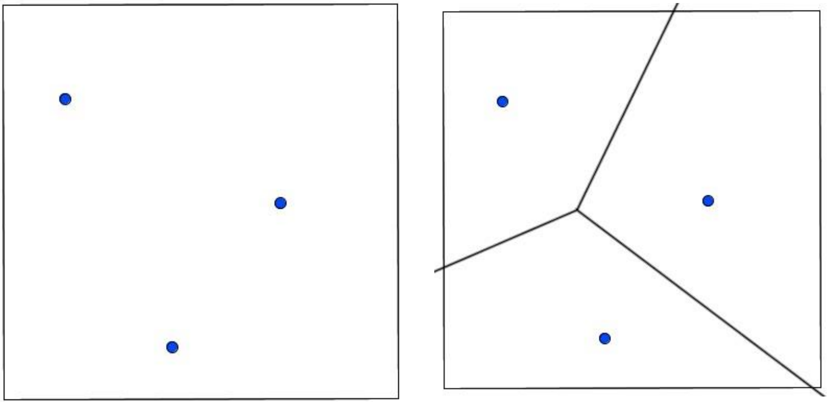
Dividere il piano massimizzando la parte di ciascun rivenditore (punto)



Problema con 3 punti



Problema con 3 punti

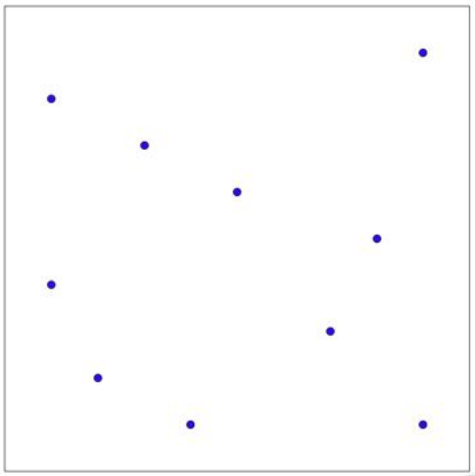


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO
Dipartimento di Matematica

DISES Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche

Liceo Matematico

...e con 10 punti?



Equilibrio di Nash

Consideriamo un gioco a n giocatori in forma normale $\Gamma=(N; X_1,\dots,\dots X_n; f_1,\dots,\dots f_n)$. Un equilibrio di Nash è un profilo di strategie tale per cui la strategia ottima di ogni giocatore è la risposta ottima alla strategia scelta da tutti gli altri:

Un profilo di strategie $a^*=(a^*_1, \dots, a^*_n)$ tale che per ogni $i \in N$ e ogni strategia ammissibile $a_i \in X_i$ si ha

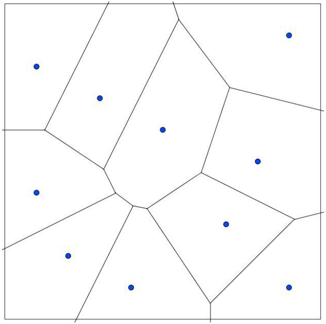
$$f_i(a^*) \geq f_i(a^*_1,\dots a_i,\dots,a^*_n)$$

cioé, $f_i(a^*)= \max_{xi \in Xi} f_i(a^*_{-i},a_i)$

Geogebra

https://www.geogebra.org/

Tassellazione di Voronoi



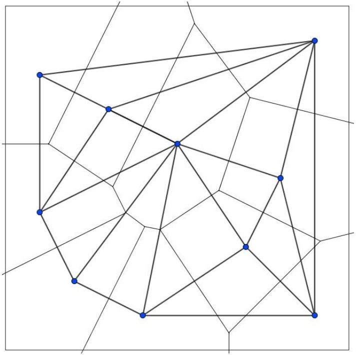
Sullo spazio S è definita una tassellazione:

Sia $P_K := \{p_1, \ldots, p_k\} \subset S$ un insieme finito di punti in S dove i rivenditori hanno appena aperto un negozio,

$V_K(p_k) := \{y \in S : d(y, p_k) \leq d(y, p_j) \text{ for all } p_j \in P_K\}$ è la tassellazione Voronoi di S indotta da P_K

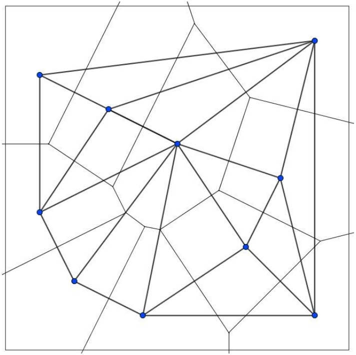
La cella $V_K(p_k)$ contiene tutti i punti la cui distanza da p_k è non maggiore della distanza dagli altri punti in P_K.

Triangolazione di Delaunay

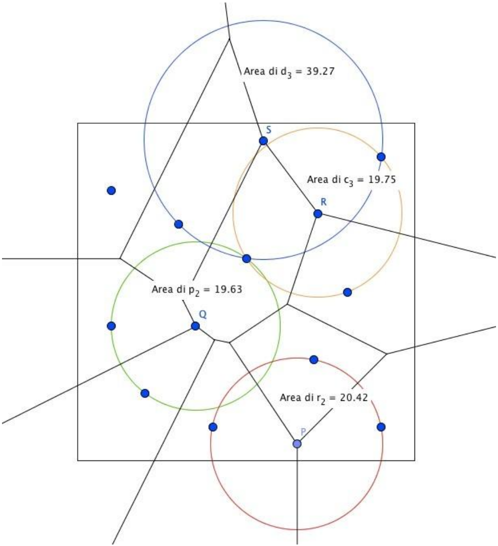


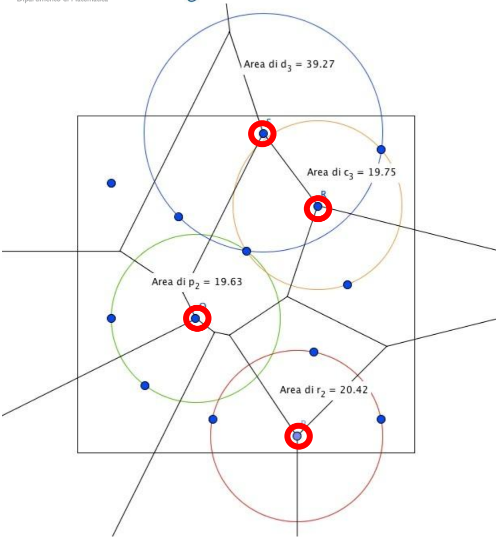
La Triangolazione di Delaunay, DT (P_K), per un insieme di punti P_K è una triangolazione tale che nessun punto in P_K è all'interno del cerchio circoscritto a qualsiasi triangolo in DT (P_K). i lati di DT (S) sono chiamati lati di Delaunay.

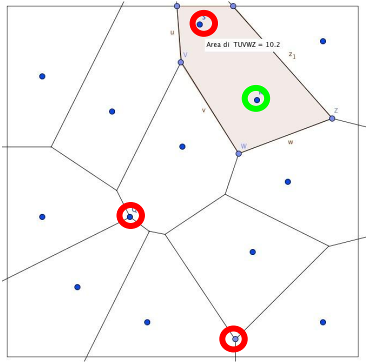
Triangolazione di Delaunay



In queste ipotesi, l'ubicazione della nuova struttura è determinata dalla massimizzazione della distanza dalle altre strutture esistenti: cioè l'impresa decide di localizzare il nuovo punto vendita nel punto più lontano rispetto a tutti i negozi esistenti. Il compito di determinare questa posizione è il più grande problema del cerchio vuoto.


Area di d_3 = 39.27
S
Area di c_3 = 19.75
R
Area di p_2 = 19.63
Q
Area di r_2 = 20.42
P


Area di d_3 = 39.27
Area di c_3 = 19.75
Area di p_2 = 19.63
Area di r_2 = 20.42


Area di TUVWZ = 10.2

Liceo Matematico

Convegno Nazionale
9 - 10 settembre 2021

Grazie dell’attenzione!

Giovanna BIMONTE, Ilaria VERONESI
gbimonte@unisa.it, iveronesi@unisa.it

DipMat
DIpartimento di Matematica

HIPPOCRATICA CIVITAS STUDIUM SALERNI

DISES Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche