



Convegno Nazionale 9 - 10 settembre 2021

La costruzione dei significati in matematica: i linguaggi dei processi risolutivi con la calcolatrice grafica

Francesco BOLOGNA¹, Ilaria VERONESI²

1 - Dipartimento di Matematica, Sapienza Università di Roma

2 - Dipartimento di Matematica, Università di Salerno



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



INTRODUZIONE

L'Ordinanza Ministeriale **n. 257/2017** (Istruzioni e modalità organizzative ed operative per lo svolgimento degli esami di Stato conclusivi dei corsi di studio di istruzione secondaria di secondo grado nelle scuole statali e paritarie) dell'allora MIUR ha introdotto, in modo non equivoco, l'ammissibilità dell'**uso della calcolatrice grafica in occasione della prova scritta di matematica dei licei scientifici.**

L'art. 18 comma 8 dell'O.M. disciplinava la materia nel seguente modo: **“Ai fini dello svolgimento della seconda prova scritta nei licei scientifici è consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche, purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (CAS – Computer Algebraic System).omissis”.**



“la potenziale rivoluzione nella didattica della matematica sia dal punto di vista dei contenuti che dei curricula (Penglase e Arnold nel 1996)



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



INTRODUZIONE

Si pone in evidenza anche l'importanza degli strumenti tecnologici:

*«Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per **rappresentare e manipolare** oggetti matematici: [...] Il percorso, quando ciò si rivelerà opportuno, favorirà l'uso di questi strumenti, anche in vista del loro uso per il trattamento dei dati nelle altre discipline scientifiche. L'uso degli strumenti informatici è una risorsa importante che sarà introdotta in modo critico, senza creare l'illusione che essa sia un mezzo automatico di risoluzione di problemi».*

Decreto del Presidente
della Repubblica 15
marzo 2010, n.89

I Licei





SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



Unione
Matematica
Italiana

«***Il laboratorio di matematica** si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali, basate certamente sull'uso di strumenti, tecnologici e non, ma principalmente finalizzate alla costruzione di significati matematici. La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività.*

(UMI, *Matematica* 2003)



Unione
Matematica
Italiana

«**Il laboratorio di matematica** si presenta come una serie di indicazioni metodologiche basate certamente su attività concrete ma principalmente su attività **matematiche**. La concezione di matematica, è basata sull'uso degli strumenti concettuali e sulle interazioni tra le persone coinvolte durante l'esercizio di tali attività».



(UMI, Matematica 2003)

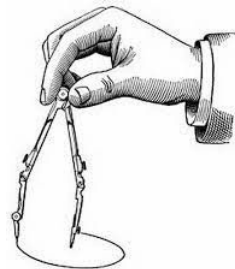
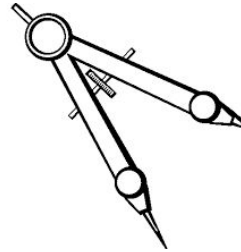
COSTRUTTI METODOLOGICI

Laboratorio di matematica



Arzarello, F., Paola, D. & Robutti, O. (2006). Curricular innovation: an example of a learning environment integrated with technology. In: *The 17th ICMI Study, Technology Revisited, Study Conference*. Hanoi, 03-08 December 2006, Hanoi: Hanoi institute of Technology.

GENESI STRUMENTALE



Artigue, M. (2007) Digital technologies: a window on theoretical issues in mathematics education, in Pitta-Pantazi & Philippou, G. (Eds) *Proceedings of the fifth congress of the European society for research in mathematics education (ERME)*, 68-82,

MODELLO DI APPRENDIMENTO COSTRUTTIVISTA



Lev Semënovič Vygotskij



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

COSTRUTTI METODOLOGICI



Laboratorio di matematica

GENESI STRUMENTALE

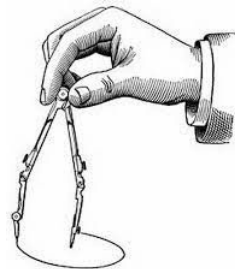
MODELLO DI APPRENDIMENTO
COSTRUTTIVISTA



**La discussione
matematica**

Arzarello, F., Paola, D. & Robutti, O. (2006). Curricular innovation: an example of a learning environment integrated with technology. In: *The 17th ICMI Study, Technology Revisited, Study Conference*. Hanoi, 03-08 December 2006, Hanoi: Hanoi institute of Technology.

Artigue, M. (2007) Digital technologies: a window on theoretical issues in mathematics education, in Pitta-Pantazi & Philippou, G. (Eds) *Proceedings of the fifth congress of the European society for research in mathematics education (ERME)*, 68-82,



Lev Semënovič Vygotskij



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



DESCRIZIONE DELL'ATTIVITÀ

- ❖ classi terze liceo matematico
- ❖ 4 incontri da due ore ciascuno, 1 incontro a settimana
 - 1° attività: esplorazione **“numerica”**
 - 2° attività: esplorazione **“algebrica”**
 - 3° attività: esplorazione **“tabellare”** e **“grafica”**
 - 4° attività: sintesi delle esplorazioni ed esplorazione **“analitica”**

ESEMPIO: PRIMO INCONTRO



DipMat

Prima attività



π

È possibile chiamare la funzione misteriosa premendo il tasto (4,3).
Calcola la funzione misteriosa per alcuni valori.

- Hai trovato un valore per il quale la funzione restituisce un messaggio di errore?
- Quale?
- A partire dai risultati, puoi indovinare per quali numeri è possibile calcolare la funzione?

Seconda attività



π

- Riesci a trovare un numero per il quale la funzione assume un valore compreso tra 0 e 2?
- Riesci a trovare un numero per il quale la funzione assume un valore compreso tra 0,9 e 1,1?
- Trova un numero per il quale la funzione assume un valore vicino a 1.
- Riesci a trovare un altro numero per il quale la funzione assume un valore più vicino a 1?
- Puoi spiegare come hai proceduto per ottenerlo?



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

ESEMPIO: scheda attività



Università degli Studi di Salerno

Dipartimento di Matematica

Liceo Matematico – Istituto scolastico _____

classe : _____

Modulo di Matematica

Data:

Nome squadra:

Nome studente:

Seconda attività LA FUNZIONE MISTERIOSA

Riesci a trovare un numero per il quale la funzione assume un valore compreso tra 0 e 2?

numero	valore

Riesci a trovare un numero per il quale la funzione assume un valore compreso tra 0,9 e 1,1?

numero	valore

Trova un numero per il quale la funzione assume un valore vicino a 1.

numero	valore

Riesci a trovare un altro numero per il quale la funzione assume un valore più vicino a 1?

numero	valore (inferiore a 1)	numero	valore (superiore a 1)

Puoi spiegare come hai proceduto per ottenerlo?

ESEMPIO: SECONDO INCONTRO



DipMat

Quinta attività



Gioca con la misteriosa funzione per trovare una relazione matematica che collega i numeri delle seguenti triple.

- $\ln(10), \ln(2), \ln(5)$
- $\ln(6), \ln(2), \ln(3)$
- $\ln(15), \ln(3), \ln(5)$

Puoi costruire con la funzione misteriosa altri tripli che soddisfano lo stesso relazione?
Riesci a individuare una regola generale?





ESEMPIO: TERZO INCONTRO

Oggi esplorerai la funzione misteriosa dal punto di vista grafico.

Cominciamo innanzitutto a produrre con la calcolatrice una tabella, analoga a quella che abbiamo costruito nell'attività n. 1 prendendo i valori della funzione misteriosa su un insieme di numeri

Vogliamo che la calcolatrice completi in maniera automatica la tabella seguente.

Accedi al Menu Principale premendo il tasto MENU (2,4). Seleziona il Menu Table (... ti ricordi come fare a selezionare?).

Salva nella variabile Y1 (una variabile di tipo "funzione") la funzione $\ln$

$$Y1 = \ln x$$

Per impostare la costruzione della tabella, seleziona la funzione SET premendo il tasto funzione **F5** (1,5).

Scegli i valori da assegnare a Start, End e Step per costruire la colonna a sinistra della tabella.

Per tornare al menu Table Func premi il tasto EXE (9,5).

Per produrre la tabella seleziona la funzione TABLE premendo il tasto funzione **F6**

NUMERO	VALORE
-0.10	
-0.05	
0.00	
0.05	
0.10	
0.15	
0.20	
0.25	
0.30	
...	
...	
1.85	
1.90	
1.95	
2.00	

La calcolatrice riempie automaticamente la seconda colonna valutando la funzione memorizzata in Y1 sui numeri della prima colonna.

(Se ci sono altre funzioni inizializzate nel menu Table Func la calcolatrice aggiunge automaticamente le relative colonne).

La tabella può essere esplorata con i tasti cursore.

A. Quali proprietà osservi nella tabella?

B. Quali proprietà della tabella ricordi che erano state osservate durante i primi incontri?



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

ESEMPIO: QUARTO INCONTRO



Liceo Matematico

L'esplorazione comincia...

È possibile chiamare la funzione misteriosa premendo i tasti **SHIFT** **4**

Compare un menù e devi cercare "sinh"

Calcola la funzione misteriosa per alcuni valori.

Ora non sei più un principiante... come pensi di procedere?

Come fai su run matrix? Hai la possibilità di scegliere in altri menù? Quale o quali?

Hai trovato un valore per il quale la funzione restituisce un messaggio di errore?

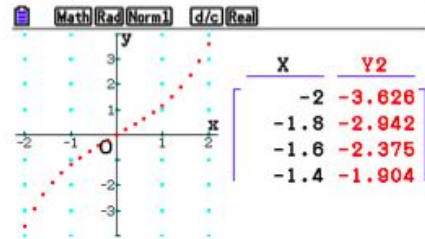
A partire dai risultati, puoi indovinare per quali numeri è possibile calcolare la funzione?

Dalla schermata in cui hai l'equazione della funzione, digita SET UP (2,1)+(2,4), scorri fino a trovare la voce Dual Screen e scegli l'opzione T+G (1,1) poi premi EXE e ancora EXE. Per avere il doppio schermo

C. Quali sono le differenze tra il disegno che hai fatto e quello che hai ottenuto con la calcolatrice?

D. Come spieghi le differenze?

E. per impostare la finestra V-Window in maniera da ottenere esattamente il grafico seguente usa i comandi V-WIN (2,1) + (1,3)





SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

ESEMPIO: QUARTO INCONTRO



Liceo Matematico

È possibile chiamare

Compare un menù e

Calcola la funzione n

Ora non sei più un p

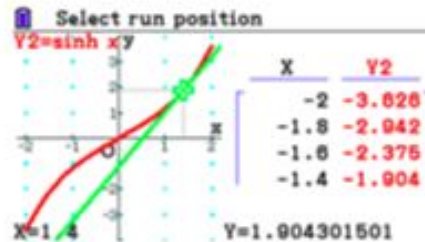
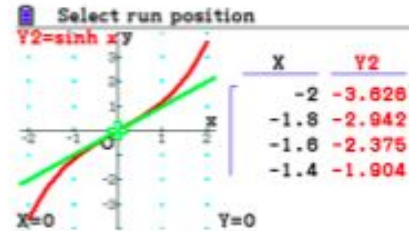
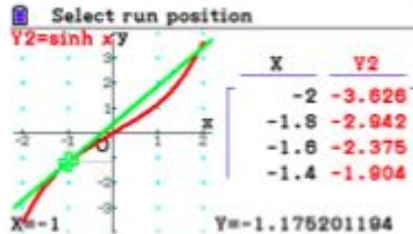
Come fai su run mat

Quale o quali?

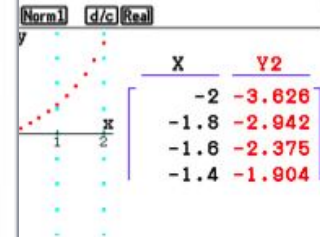
Hai trovato un valor
errore?

A partire dai risult
calcolare la funzione

Ecco cosa vedi sulla calcolatrice



ta SET UP (2,1)+(2,4) , scorri
(1,1) poi premi EXE e ancora



Che proprietà puoi dedurre dall'analisi del grafico?

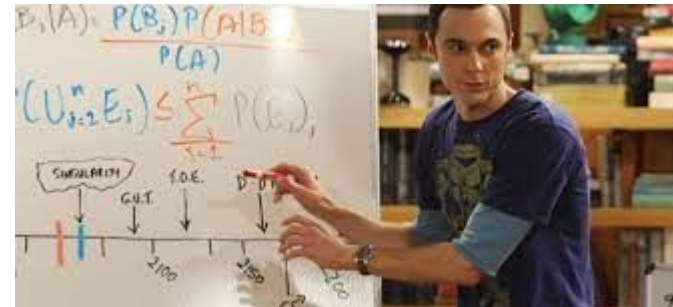
CONCLUSIONI

“Adesso, dopo tutte queste attività, la funzione misteriosa non è più tanto “misteriosa”...

Sviluppando un procedimento euristico, hai analizzato il suo comportamento ricavando molte proprietà di cui gode.

Ora si tratta solo di scoprire il nome della nostra “funzione misteriosa”.....”

La funzione misteriosa ha un nome, si chiama logaritmo!



CONCLUSIONI

“Adesso, dopo tutte queste attività, la funzione misteriosa non è più tanto “misteriosa”...

Sviluppando un procedimento euristico, hai analizzato il suo comportamento ricavando molte proprietà di cui gode.

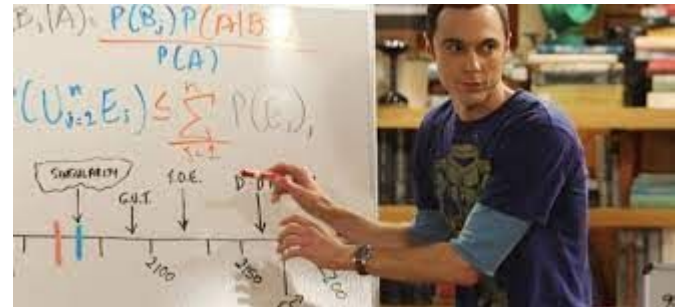
Ora si tratta solo di scoprire il nome della nostra “funzione misteriosa”.....”

La funzione misteriosa ha un nome, si chiama **logaritmo**!

"Finalmente ho capito che cos'è quel

logaritmo di cui parlano spesso a

Big Bang Theory!!"





SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

OSSERVAZIONI DEGLI STUDENTI SULL'ATTIVITÀ SVOLTA



Da 1/10 quanta difficoltà hai avuto a spiegare quello che hai fatto?

➤ Diciamo che la difficoltà non stava tanto nel spiegare quello che si era fatto ma stava nelle parole da utilizzare anche perché **parlando di matematica occorre utilizzare dei termini specifici e adatti** e anche se si sbaglia una sola parola uno può fraintendere



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

OSSERVAZIONI DEGLI STUDENTI SULL'ATTIVITÀ SVOLTA



Dovendo fare un confronto tra una lezione tradizionale fatta dalla prof in cui ti vengono spiegate le regole che tu poi devi imparare e una (con la calcolatrice grafica) in cui tu scopri le regole e proprietà e alla fine riassumi quanto hai appreso, quale metodo preferisci? Quale trovi meno faticoso e più efficace? Perché?

➤ preferisco il secondo ...perché alla fine **quando scopri tu una cosa ti rimane sempre un po' più impressa rispetto a quando te la spiega qualcuno** ... quando la devi scoprire ..ti devi proprio tu applicare per andarla a trovare, devi metterci tu là del tempo.

➤ di sicuro il secondo anche perché **dopo che tu l'hai scoperto è difficile che te la scordi** e quindi come più efficace il secondo ovviamente



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

OSSERVAZIONI DEI FORMATORI SULL'ATTIVITÀ SVOLTA



nella classe del matematico gruppo-classe curricolare anche mattutina:

- dinamiche di lavoro di gruppo fluide,
- abitudine a collaborare e a svolgere attività di laboratorio
- naturalezza nello svolgere le attività

nella classe del matematico con studenti che nel curricolare si trovano in sezioni diverse, anche per indirizzo:

- disorientamento iniziale,
- comprensione dell'approccio euristico delle attività
- interesse e divertimento



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

OSSERVAZIONI DEI DOCENTI SULL'ATTIVITÀ SVOLTA



- i ragazzi hanno risposto bene e senza intoppi all'approccio formale, non hanno trovato difficoltà nella memorizzazione e applicazione delle proprietà e nello svolgere gli esercizi. La classe ha fatto meno fatica a comprendere quello che spiegavo rispetto alle altre classi in passato, sono andata infatti più velocemente avanti



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

OSSERVAZIONI DEI DOCENTI SULL'ATTIVITÀ SVOLTA



- Il mio approccio è stato quello classico sapendo che la classe aveva già fatto esperienze laboratoriali sullo stesso argomento.

La ricaduta è stata buona, c'è però da dire che si tratta di una classe particolarmente vivace, intellettualmente parlando, aperta agli stimoli, curiosa e assetata di conoscenze



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

OSSERVAZIONI DEI DOCENTI SULL'ATTIVITÀ SVOLTA



- nelle mie due classi terze sono arrivata a cenni di equazioni logaritmiche i ragazzi della terza del matematico erano molto avvantaggiati, soprattutto quelli che avevano partecipato attivamente al corso



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



grazie dell'attenzione