



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

La “matematica ricreativa” tra medioevo e rinascimento: un percorso focalizzato sulla riflessione linguistica e sull’analisi di strategie risolutive

Andrea Antonelli (Liceo Mamiani, Roma)

Angela Brandimarte (Liceo Croce-Aleramo, Roma)

Cecilia De Angelis (Liceo Mamiani, Roma)

Maria Antonella Pugliese (Liceo Croce-Aleramo, Roma)

Annalisa Cusi (Sapienza Università di Roma)



... Convegno Nazionale dei Licei Matematici – 9/10 Settembre 2021

Il focus del laboratorio

Un percorso focalizzato sull'**analisi di alcuni giochi matematici**, raccolti in diverse epoche storiche con intenti didattici

Il percorso progettato si colloca nell'ambito di un **approccio all'insegnamento della matematica che preveda l'analisi diretta di fonti originali** (Demattè, 2006)

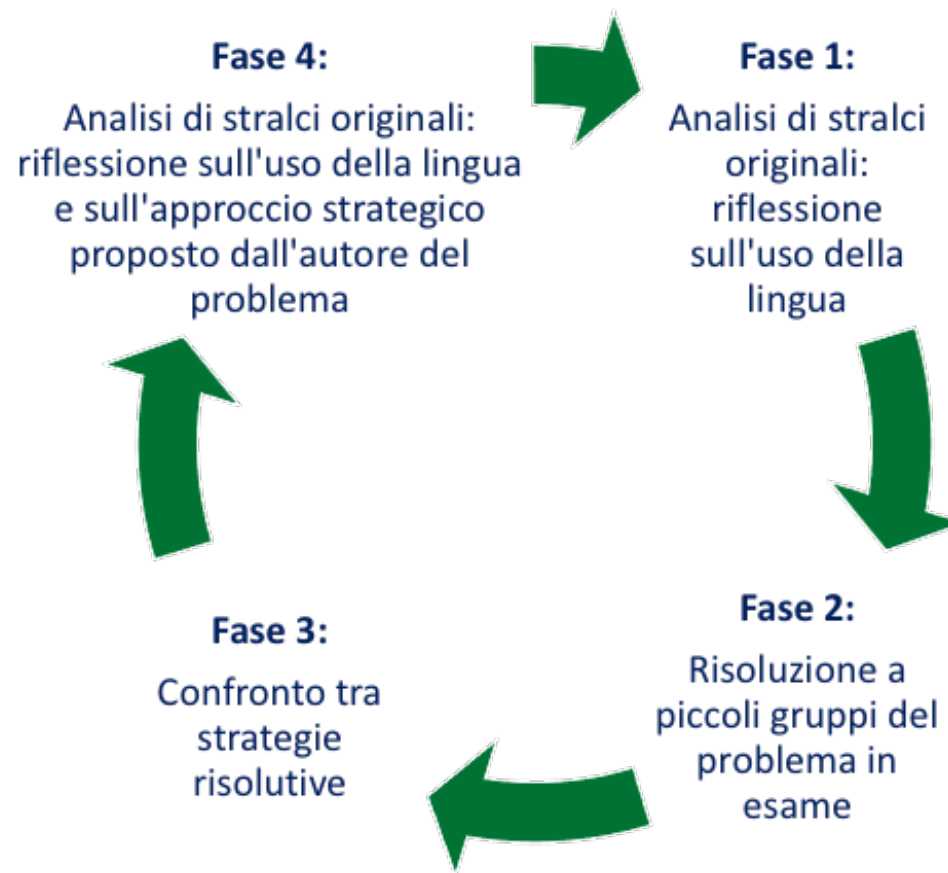
**La “matematica ricreativa” tra medioevo e rinascimento:
un percorso focalizzato sulla riflessione linguistica
e sull'analisi di strategie risolutive**

**Laboratorio interdisciplinare,
frutto della collaborazione tra
docenti di matematica e di lettere**

L'analisi ed il confronto tra strategie risolutive sono associati ad una riflessione sull'uso della lingua.

Caratteristiche dell'approccio didattico

Creazione di schede di lavoro che guidano gli studenti in un percorso articolato in 4 principali fasi

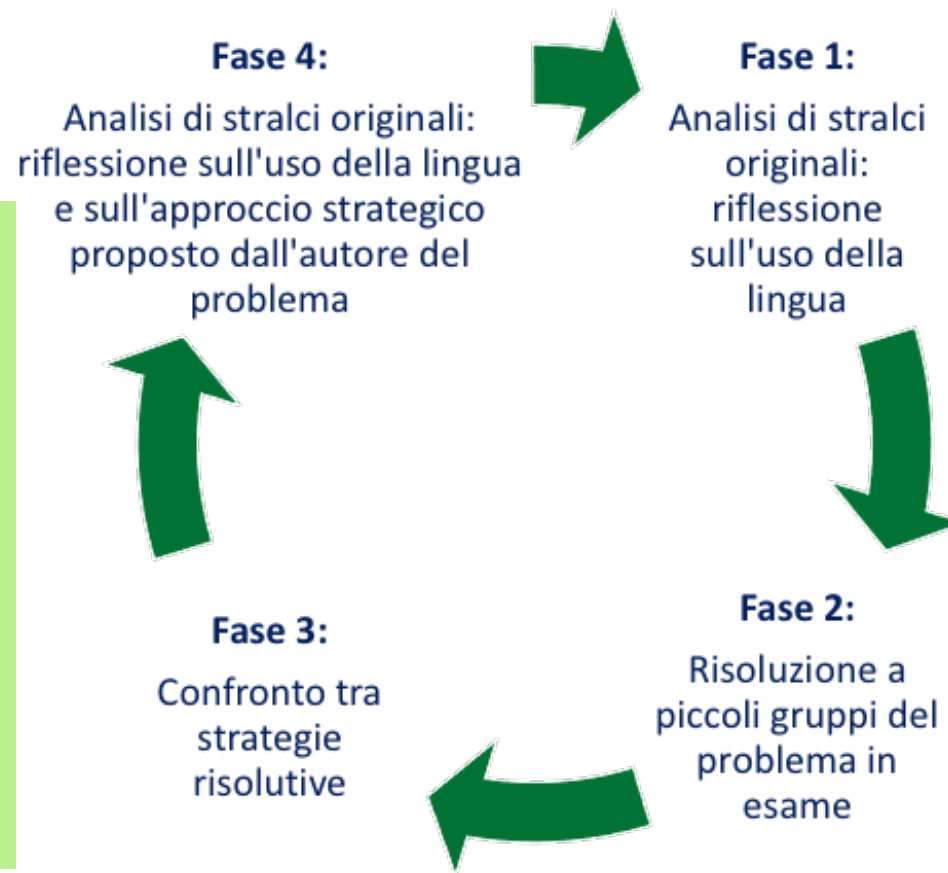


Caratteristiche dell'approccio didattico

Creazione di schede di lavoro che guidano gli studenti in un percorso articolato in 4 principali fasi

Il lavoro su schede diverse attraverso cicli successivi consente di:

- Favorire lo sviluppo di una **crescente autonomia nell'analisi e nella riflessione**
- Stimolare una **riflessione sull'evoluzione dell'uso del linguaggio** nei diversi stralci analizzati
- Stimolare una **riflessione sugli strumenti matematici utilizzati** dall'autore del problema in esame e sull'evoluzione degli strumenti stessi



Struttura dell'incontro

- **Introduzione (5 minuti)**
- **Presentazione della prima scheda e momento di lavoro individuale (5 minuti)**
- **Presentazione della seconda scheda e momento di lavoro individuale (5 minuti)**
- **Discussione (10 minuti)**

Struttura dell'incontro

- Introduzione (5 minuti)
- Presentazione della prima scheda e **momento di lavoro individuale** (5 minuti)
- Presentazione della seconda scheda e **momento di lavoro individuale** (5 minuti)
- **Discussione** (10 minuti)

Domanda guida per il momento di lavoro individuale e per la discussione: su quali **aspetti (linguistici e matematici)** gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulle schede progettate?

Materiali condivisi

Caricheremo in chat due versioni diverse di ciascuna scheda

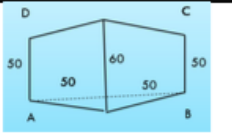
La "matematica ricreativa" tra medioevo e rinascimento: un percorso focalizzato sulla riflessione linguistica e sull'analisi di strategie risolutive

SCHEDA DI LABORATORIO – Prima parte

Il seguente quesito in latino è tratto da "Propositiones ad acuendos juvenes", una collezione di 53 problemi, scritto all'incirca nell'800 d.C. e rappresenta il più antico testo matematico medioevale oggi noto.

Propositio de campo fastigioso (22)

Est campus fastigiosus, qui habet in uno latere perticas C, et in altero latere perticas C, et in fronte perticas L, et in medio perticas LX, et in altera fronte perticas L. Dicati, qui potest, quot aripennas claudere debet?



(1) Analizzate il testo del problema, rispondendo alle seguenti domande guida:

(A) Livello di analisi grammaticale e logica:

- Qual è la funzione logica dell'aggettivo FASTIGIOSUS?

- Qual è il significato degli aggettivi correlativi UNO...ALTERO? Perché si trovano in ablativo? Con quali sostantivi concordano? Quale sostantivo sottintende, in qualità di attributo, il pronome MEDIO?

Scheda per gli studenti

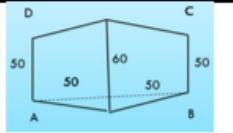
La "matematica ricreativa" tra medioevo e rinascimento: un percorso focalizzato sulla riflessione linguistica e sull'analisi di strategie risolutive

SCHEDA DI LABORATORIO – Prima parte

Il seguente quesito in latino è tratto da "Propositiones ad acuendos juvenes", una collezione di 53 problemi, scritto all'incirca nell'800 d.C. e rappresenta il più antico testo matematico medioevale oggi noto.

Propositio de campo fastigioso (22)

Est campus fastigiosus, qui habet in uno latere perticas C, et in altero latere perticas C, et in fronte perticas L, et in medio perticas LX, et in altera fronte perticas L. Dicati, qui potest, quot aripennas claudere debet?



(1) Analizzate il testo del problema, rispondendo alle seguenti domande guida:

(A) Livello di analisi grammaticale e logica:

- Qual è la funzione logica dell'aggettivo FASTIGIOSUS?

L'aggettivo ha la funzione logica di predicato verbale (est=si trova), di immediata concretezza.

- Qual è il significato degli aggettivi correlativi UNO...ALTERO? Perché si trovano in ablativo? Con quali sostantivi concordano? Quale sostantivo sottintende, in qualità di attributo, il pronome MEDIO?

Gli aggettivi correlativi uno...altero sono, in questo caso, in ablativo, preceduti da in, e il sostantivo fronte è ancora un complemento da altera, ad indicare i lati opposti della figura, quella in medio, fondamentale suggerimento per la soluzione.

Scheda per i docenti, contenenti integrazioni utili e le parafrasi/traduzioni dei testi originali (in rosso).

Interazione a distanza

Per interagire utilizzeremo, oltre alla chat di Zoom, lo strumento padlet

padlet

Annalisa Cusi 1m

La "matematica ricreativa" tra medioevo e rinascimento

Un percorso focalizzato sulla riflessione linguistica e sull'analisi di strategie risolutive

CLONA CONDIVIDI

Su quali aspetti gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulla scheda "Pacioli"?

Su quali aspetti gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulla scheda "Alcuino di York"?

Aggiungi commento

Aggiungi commento

E' possibile:

- commentare i post già inseriti, cliccando su "aggiungi commento";
- inserire altri post in bacheca (o file di diverse tipologie), cliccando sul tasto "+".

https://padlet.com/annalisa_cusi/Matematica_ricreativa

Il padlet resterà attivo anche dopo la fine del convegno, per mantenere un canale di comunicazione con chi è interessato a sperimentare queste attività in classe.

Presentazione – Scheda "Pacioli"

*La “matematica ricreativa” tra medioevo e
rinascimento*

Il anno di Liceo Classico (V ginnasio)

Scheda studente

2021/2022



In "Scheda Pacioli_docente"
troverete la parafrasi del testo
ed un esempio esplicativo

(1) Leggete con attenzione il seguente testo del problema “TRE COSE” scritto da Luca Pacioli in un italiano *volgare* di fine ‘400 con particolari caratteristiche dialettali.

[1] Bolzone. Uno dispen[s]a 3 varie cose fra tre persone e ciaschuno n'à una d'esse, dimando chi à l'una e chi l'altra avendo destribuito fra loro duchato, carlino e sestino.

[2] Fa' chosì, prima per modo d'abecho. Dirai a uno che sapia multiplichare che faccia star costoro uno presso l'altro, e tu dona a ciaschuno de loro un numero. Al primo dona uno, al secondo 2, al terzo 3. Facto questo dirai che colui che ha la principal cosa redopi el numero che tu gli ài dato, e poi dirai che colui che à la seconda cosa multiplichì per 9 quello numero che tu gli ài dato, e poi dirai che quello che à la terza cosa - zoè mancho stimata- multiplichì per 10 el numero che tu li desti; e facto questo dirai che gionga tutte queste 3 multiplichationi insemi e che le chavi de 60, e quello che resta lui lo parta per 8, e quello virà de ditto partimento sirà quello che arà la principal chosa, e quello che remarà sirà lo numero de quello che arà la seconda cosa. Dela terza non si fa chaso, però che l'averà l'altro per forza.

Presentazione – Scheda "Pacioli"

(4) Tenendo fissate le costanti utilizzate da Pacioli nella spiegazione del gioco (1, 2, 3, 60, 2, 9, 10, 8), il gioco funziona sempre? Perché? Se ritenete che il gioco funzioni sempre, cercate di dimostrarlo.

Visto il poco tempo a disposizione, il focus del lavoro individuale sarà sulla domanda 4.

Presentazione – Scheda "Alcuino di York"

La “matematica ricreativa” tra medioevo e rinascimento: un percorso focalizzato sulla riflessione linguistica e sull’analisi di strategie risolutive

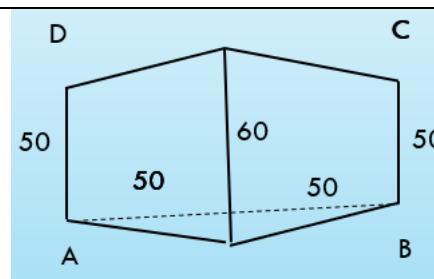


SCHEDA DI LABORATORIO – Prima parte

Il seguente quesito in latino è tratto da “*Propositiones ad acuendos juvenes*”, una collezione di 53 problemi, scritto all’incirca nell’800 d.C. e rappresenta il più antico testo matematico medioevale oggi noto.

Propositio de campo fastigioso (22)

Est campus fastigiosus, qui habet in uno latere perticas C, et in altero latere perticas C, et in fronte perticas L, et in medio perticas LX, et in altera fronte perticas L. Dicati, qui potest, quot aripennas claudere debet?



In "Scheda Alcuino di York_docente" troverete la traduzione del testo del problema e della soluzione proposta da Alcuino

Presentazione – Scheda "Alcuino di York"

(6) Interpretate la soluzione proposta dall'autore.
Che tipo di ragionamento fa?

Visto il poco tempo a disposizione, il focus del lavoro individuale sarà sulla domanda 6.

DISCUSSIONE

Domanda guida per la discussione: su quali **aspetti (linguistici e matematici)** gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulle schede progettate?

DISCUSSIONE

Domanda guida per la discussione: su quali **aspetti (linguistici e matematici)** gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulle schede progettate?

(4) Tenendo fissate le costanti utilizzate da Pacioli nella spiegazione del gioco (1, 2, 3, 60, 2, 9, 10, 8), il gioco funziona sempre? Perché? Se ritenete che il gioco funzioni sempre, cercate di dimostrarlo.

SCHEDA PACIOLI

... perché funziona?

$$\begin{array}{r|l} 60 - (2\underline{x} + 9\underline{y} + 10z) & 8 \\ & \hline & \underline{x} \end{array}$$

$$60 - 2x - 9y - 10z = 8x + y$$

$$60 - 10x - 10y - 10z = 0$$

$$60 - 10(x + y + z) = 0$$

$$6 = x + y + z$$

Andrea Antonelli

DISCUSSIONE

Domanda guida per la discussione: su quali **aspetti (linguistici e matematici)** gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulle schede progettate?

SCHEDA PACIOLI

Possibili domande di approfondimento:

- E se invece del numero 60 volessimo utilizzare 250?
- E se invece di effettuare una divisione per 8 volessimo effettuare una divisione per 7? O per 11? Cosa dovremmo cambiare?
- E se invece di assegnare i numeri 1, 2, 3 volessimo assegnare numeri diversi? Sotto quali condizioni dovremmo assegnarli? Provare a fornire un esempio utilizzando numeri diversi da 1, 2, 3, 60, 8, 2, 9, 10

Andrea Antonelli

DISCUSSIONE

La metodologia di lavoro per supportare la fase di analisi del testo

In base all'analisi del fabbisogno e al livello della classe si possono suggerire delle strategie didattiche per l'analisi e comprensione del testo:

■ lettura ad alta voce



Proiezione sulla LIM con visualizzazione e lavoro condiviso in plenaria

■ ri-lettura in piccoli gruppi (se possibile) o singolarmente



Individuazione delle criticità del testo

■ esecuzione del lavoro, eventualmente individuando dei "ruoli" nel gruppo (tutor, trascrittore, portavoce ecc...ma interscambiabili e complementari)

■ supporto agli studenti dove necessario (*scheda docente* implementabile)

Cecilia De Angelis

DISCUSSIONE

La metodologia di lavoro per supportare la fase di analisi del testo

Si possono fornire:

- ♦ indicazioni ortografiche e di grammatica storica (es. *h* etimologica, *ch* e *c* palatale o gutturale)
- ♦ Indicazioni indicazioni lessicali, etimologiche - lessico tecnico: es. bolzone, unità monetarie,
- ♦ elementi di dialettologia con richiami alla biografia dell'autore (venetismi)
- ♦ approfondimenti disciplinari e interdisciplinari (dalla programmazione di Italiano, ma anche di Latino e Greco)

Cecilia De Angelis

DISCUSSIONE

Domanda guida per la discussione: su quali **aspetti (linguistici e matematici)** gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulle schede progettate?

(6) Interpretate la soluzione proposta dall'autore. Che tipo di ragionamento fa?

**SCHEDA
ALCUINO DI YORK**

Nella soluzione proposta Alcuino tiene conto di una formula che all'epoca era ritenuta corretta ma che in realtà fornisce solo un'approssimazione del valore esatto: la considerazione impropria che qualunque quadrilatero sia equivalente ad un rettangolo avente per dimensioni la media dei lati opposti del quadrilatero di partenza.

Maria Antonella Pugliese

DISCUSSIONE

Domanda guida per la discussione: su quali **aspetti (linguistici e matematici)** gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulle schede progettate?

ASPETTI LINGUISTICI CHE E' POSSIBILE APPROFONDIRE DURANTE LA DISCUSSIONE CON GLI STUDENTI:

- Quali sono le parole chiave con cui il testo assume il valore di problema geometrico?
- Puoi spiegare come hai ottenuto la figura, soffermandoti sui modi, i tempi e soprattutto la forma dei verbi utilizzati?

ASPETTI MATEMATICI CHE E' POSSIBILE APPROFONDIRE DURANTE LA DISCUSSIONE CON GLI STUDENTI:

- Per determinare l'area di una figura, anche nel caso più semplice del triangolo equilatero, cosa bisogna conoscere?
- Se invece di una sella a schiena d'asino (due trapezi equilateri affacciati) la figura fosse costituita da due qualsiasi quadrilateri, la procedura di soluzione dell'autore sarebbe valida?

**SCHEDA
ALCUINO DI YORK**

Angela Brandimarte

Maria Antonella Pugliese

DISCUSSIONE

Domanda guida per la discussione: su quali **aspetti (linguistici e matematici)** gli studenti hanno l'opportunità di riflettere grazie al lavoro sulle schede progettate?

**SCHEDA
ALCUINO DI YORK**

Il laboratorio è stato per gli alunni occasione per

- Saper ascoltare e convincere attraverso l'argomentazione
- Elaborare, comunicare spiegazioni e argomentazioni nel contesto del problema nel confronto con gli altri
- Costruire relazioni positive tra pari e con i docenti, migliorando l'autostima e la conoscenza di sé.

Metodi risolutivi maggiormente utilizzati dagli studenti per affrontare il problema:

- Geometria euclidea
- Trigonometria

Maria Antonella Pugliese



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

**La “matematica ricreativa” tra medioevo e rinascimento:
un percorso focalizzato sulla riflessione linguistica
e sull’analisi di strategie risolutive**

**Per continuare ad interagire
anche dopo il convegno**

andrea.antonelli@liceomamiani.cloud

angela.brandimarte@crocealeramo.edu.it

annalisa.cusi@uniroma1.it

cecilia.deangelis@liceomamiani.cloud

maria.pugliese@crocealeramo.edu.it

Bibliografia

- Fonte di riferimento per l'elaborazione della prima scheda:

Alcuino di York (a cura di Raffaella Franci) (2016). *Giochi matematici alla corte di Carlomagno. Problemi per rendere acuta la mente dei giovani*. Edizioni ETS.

- Fonte di riferimento per l'elaborazione della seconda scheda:

D. Bressanini, D., & Toniato, S. (2018). *I giochi matematici di Luca Pacioli. Trucchi, enigmi e passatempi di fine Quattrocento*. Edizioni Dedalo.

- Altre fonti alle quali ci siamo ispirati durante la progettazione del percorso:

Demattè, A. (2006). *Fare Matematica con i documenti storici. Una raccolta per la scuola secondaria di primo e secondo grado* (volume per l'alunno e volume per l'insegnante). Centro Duplicazioni della Provincia Autonoma di Trento

Materiali prodotti dal Liceo Avogadro di Roma ("Fare Matematica con i documenti storici") e dal Liceo Peano di Monterotondo ("Giochi matematici") nell'ambito del progetto Liceo Matematico, condivisi al seguente link: <https://www.mat.uniroma1.it/liceo-matematico/gruppo4>