

CAPIRE IL CLIMA DEL PASSATO REMOTO PARTENDO DAL PASSATO PROSSIMO

Piermarco Cannarsa
Università di Roma "Tor Vergata"
cannarsa@axp.mat.uniroma2.it

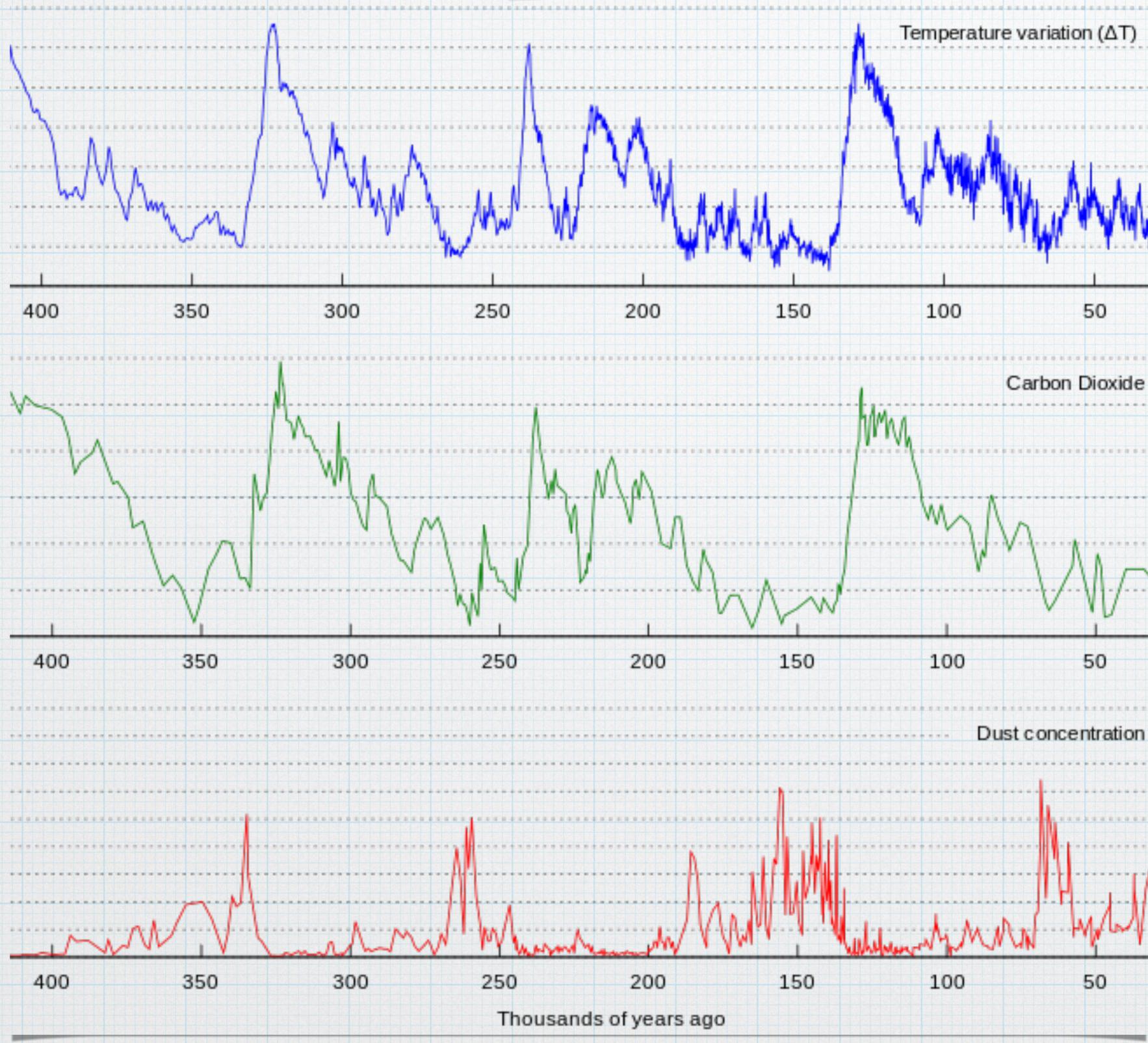
Convegno Nazionale sui Licei Matematici (online)

9-10 settembre 2021



Un termometro che risale nel tempo





Cosa ci dice questa
macchina del tempo

Problemi diretti e problemi inversi

L'evoluzione di un sistema viene descritta da grandezze $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$ che soddisfano una relazione dinamica

in tempo discreto $\longrightarrow u(n+1) = f(n, u(n))$

o in tempo continuo $\longrightarrow \frac{du}{dt}(t) = f(t, u(t))$

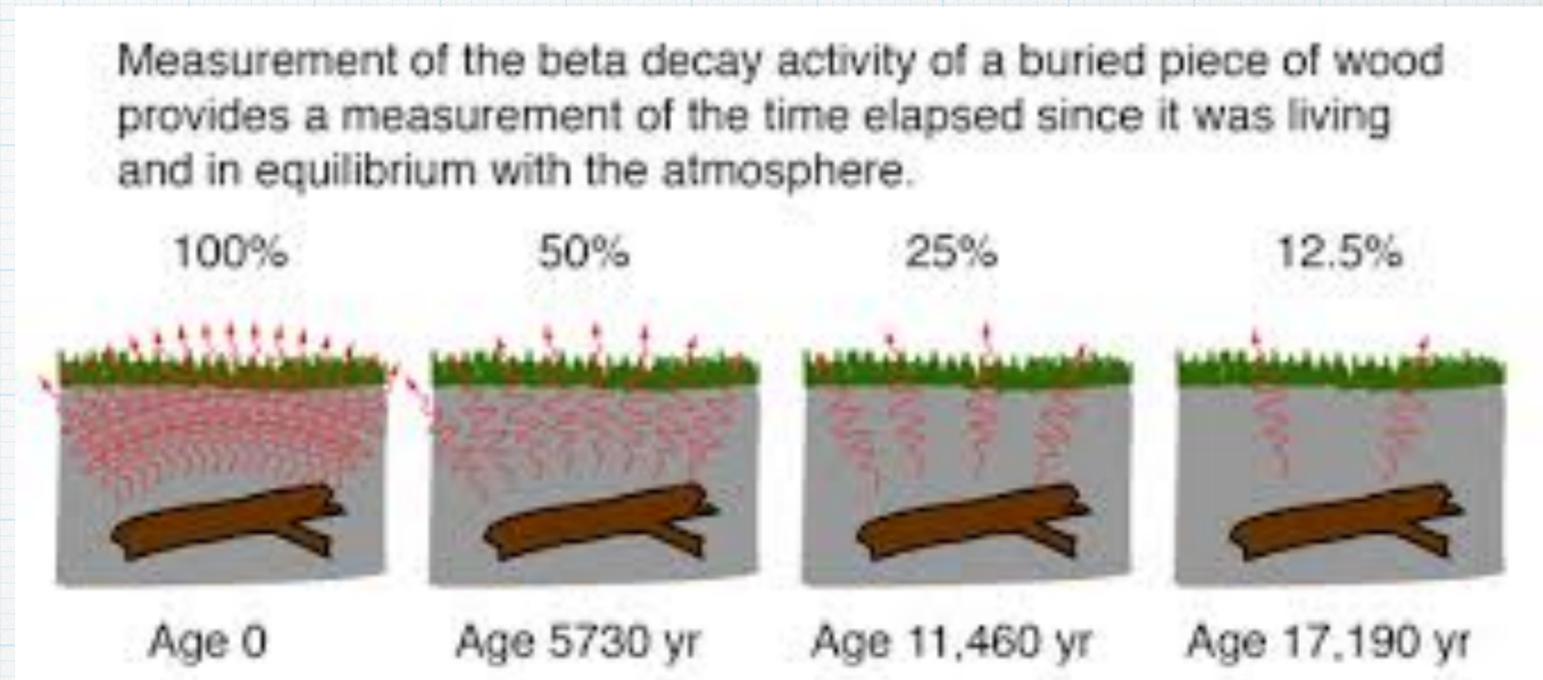
problema diretto

nota $u(0)$
determinare $u(t) \quad (t \geq 0)$

problema inverso

nota $u(t) \quad (t_0 \leq t \leq t_1)$
determinare $u(0)$

Datazione con C14



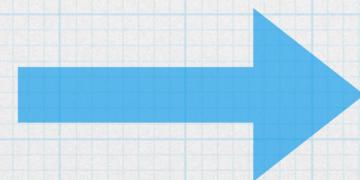
$P(t)$ = percentuale degli atomi di C14 al tempo t

$$\frac{dP}{dt}(t) = -\nu P(t)$$

decadimento radioattivo

soluzione

$$P(T) = e^{-\nu T} P(0)$$



$$T = -\frac{1}{\nu} \log \frac{P(T)}{P(0)}$$

Ricostruzione delle sorgenti

$$\begin{cases} \frac{dP_i}{dt}(t) + \nu P_i(t) = Q_i & t \geq 0 \\ P_i(0) = p_0 \end{cases} \quad (i = 1, 2)$$

$$R(t) = P_2(t) - P_1(t) : \begin{cases} \frac{dR}{dt}(t) + \nu R(t) = Q_2 - Q_1 & t \geq 0 \\ R(0) = 0 \end{cases}$$
$$= (Q_2 - Q_1) \frac{1 - e^{-\nu t}}{\nu}$$

perciò

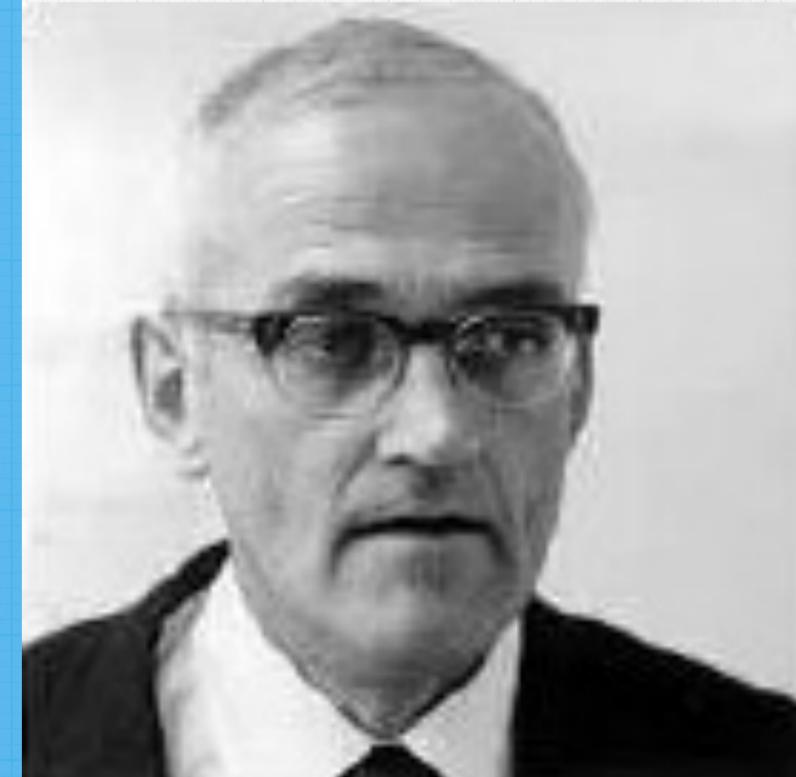
$$R(T) = 0 \implies Q_2 = Q_1$$

falso se $Q_i = Q_i(t)$

Un esperto di piombo...

Clair Patterson fu un geochimico americano che sviluppò un metodo di datazione basato sul Pb generato dal decadimento di U negli zirconi. Riuscì a stimare l'età della terra in 4.55 miliardi di anni

A partire dal 1965 studiò l'inquinamento da Pb nell'atmosfera prendendo posizione contro l'uso del piombo nella benzina. Dall'analisi delle carote di ghiaccio in **Groenlandia** dedusse che prima del **1923** l'atmosfera terrestre fosse pressoché priva di **piombo**



June 2, 1922 –
December 5, 1995

...putroppo fin troppo ottimista

Alexander F. More ha provato che questa tesi era errata nel 2017 basandosi sull'analisi di una carota prelevata dal **Colle Gnifetti** nelle Alpi Italo-Svizzere!

La carota del Colle Gnifetti, essendo molto più vicina alle fonti di inquinamento umane in Europa, ha catturato nei suoi strati dettagli ben più nitidi delle carote della Groenlandia, le quali si trovano a monte dei venti prevalenti, provenienti dall'Ovest



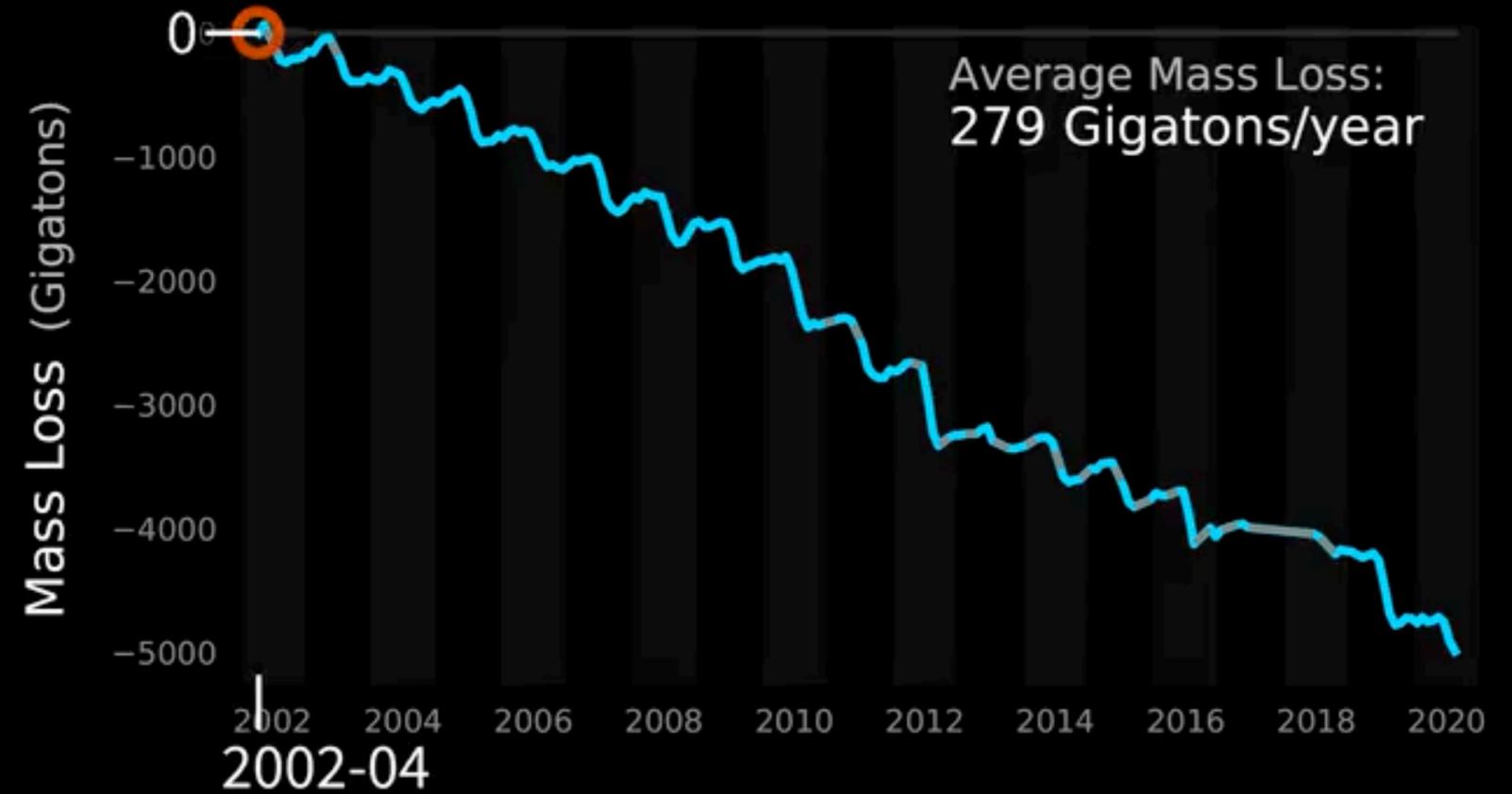
Il Dr. More ed il suo team hanno provato che l'uomo ha inquinato l'atmosfera con Pb per gli ultimi duemila anni. La sola pausa in questo continuo inquinamento è rappresentata da cinque anni corrispondenti alla pandemia di peste del 1348-1353



La scomparsa del ghiaccio nell'Artico

NASA/Goddard Space Flight Center [Scientific Visualization Studio](#).
The Blue Marble data is courtesy of Reto Stockli (NASA/GSFC)

GRACE AND GRACE-FO Observations of Greenland Ice Mass Changes

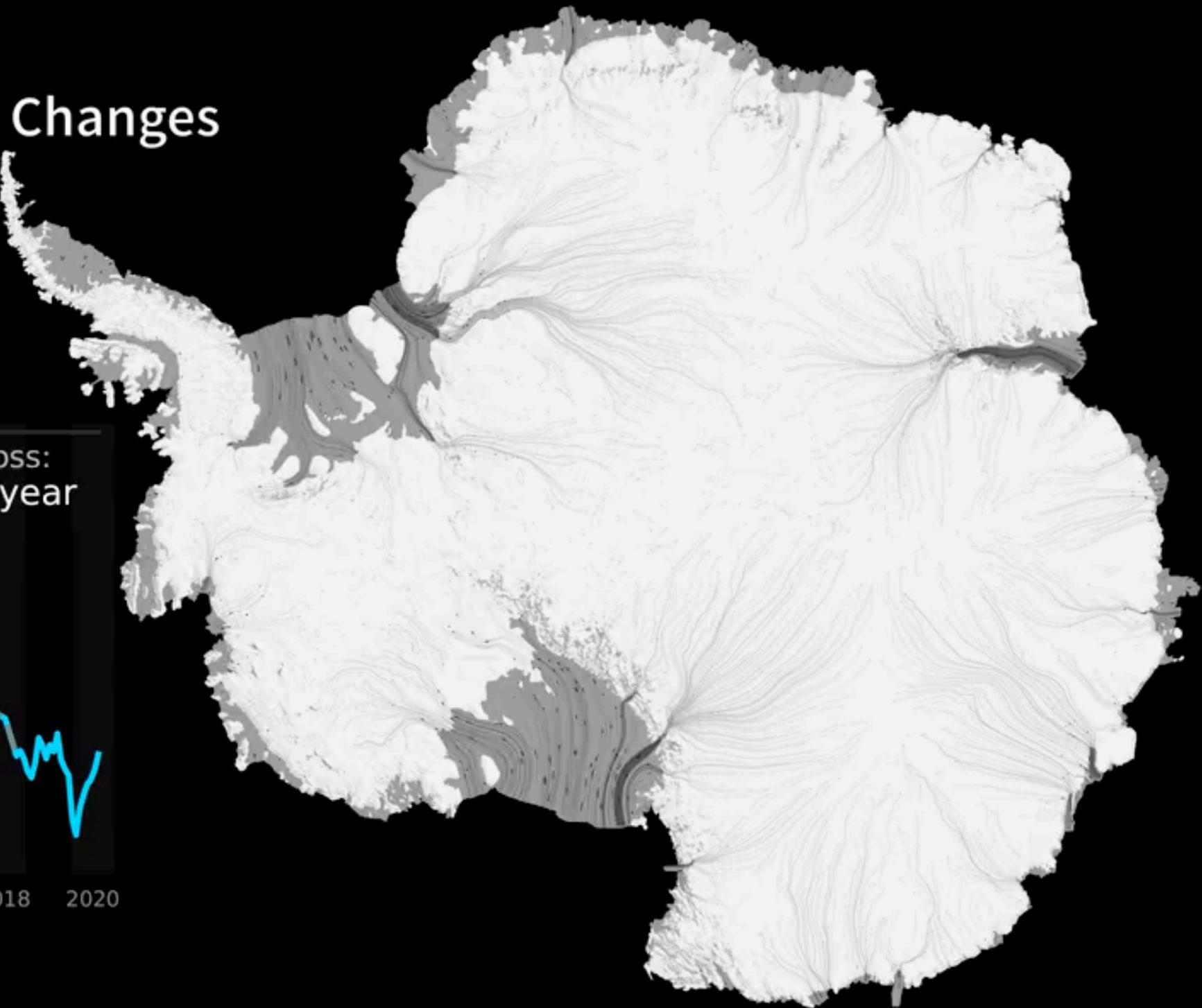
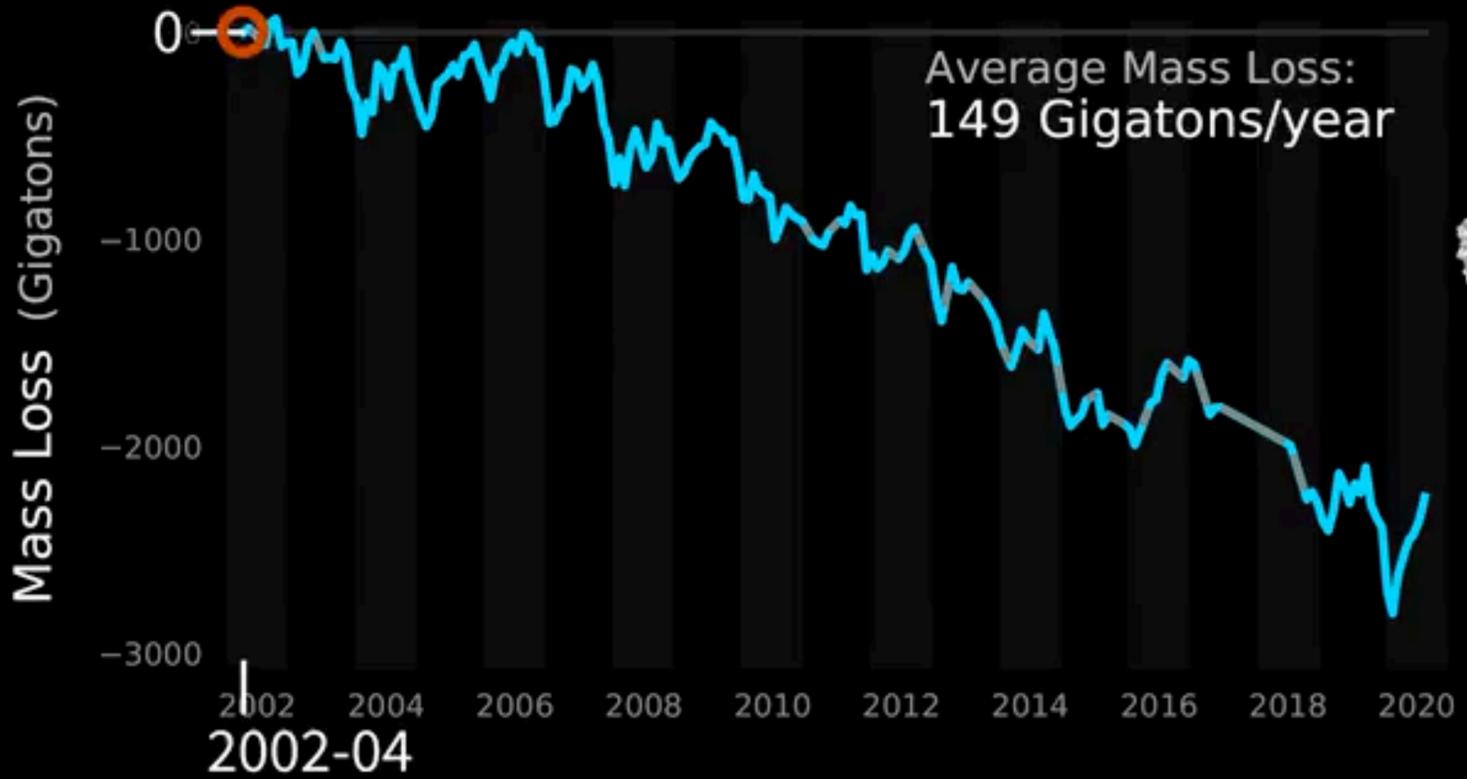


La situazione in Groenlandia

NASA and JPL/Caltech

Piermarco Cannarsa 27/11/2020

GRACE AND GRACE-FO Observations of Antarctic Ice Mass Changes

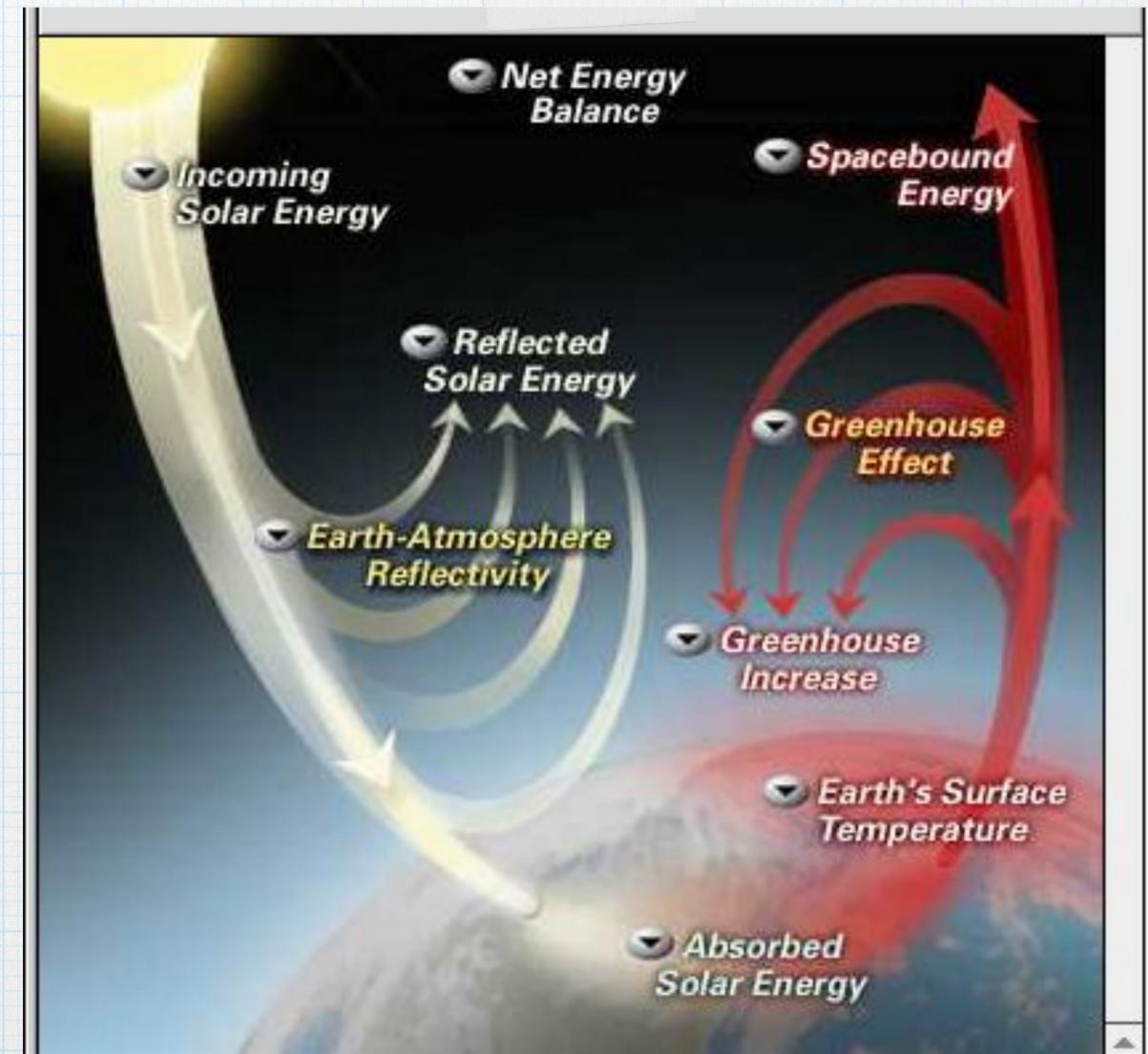


La situazione in Antartide

NASA and JPL/Caltech

Modelli di bilancio energetico (EBCM)

- * La variazione termica sulla superficie del pianeta viene data dal bilancio tra
 - energia solare assorbita
 - energia emessa dal pianeta
 - diffusione del calore sulla superficie



Modello Globale

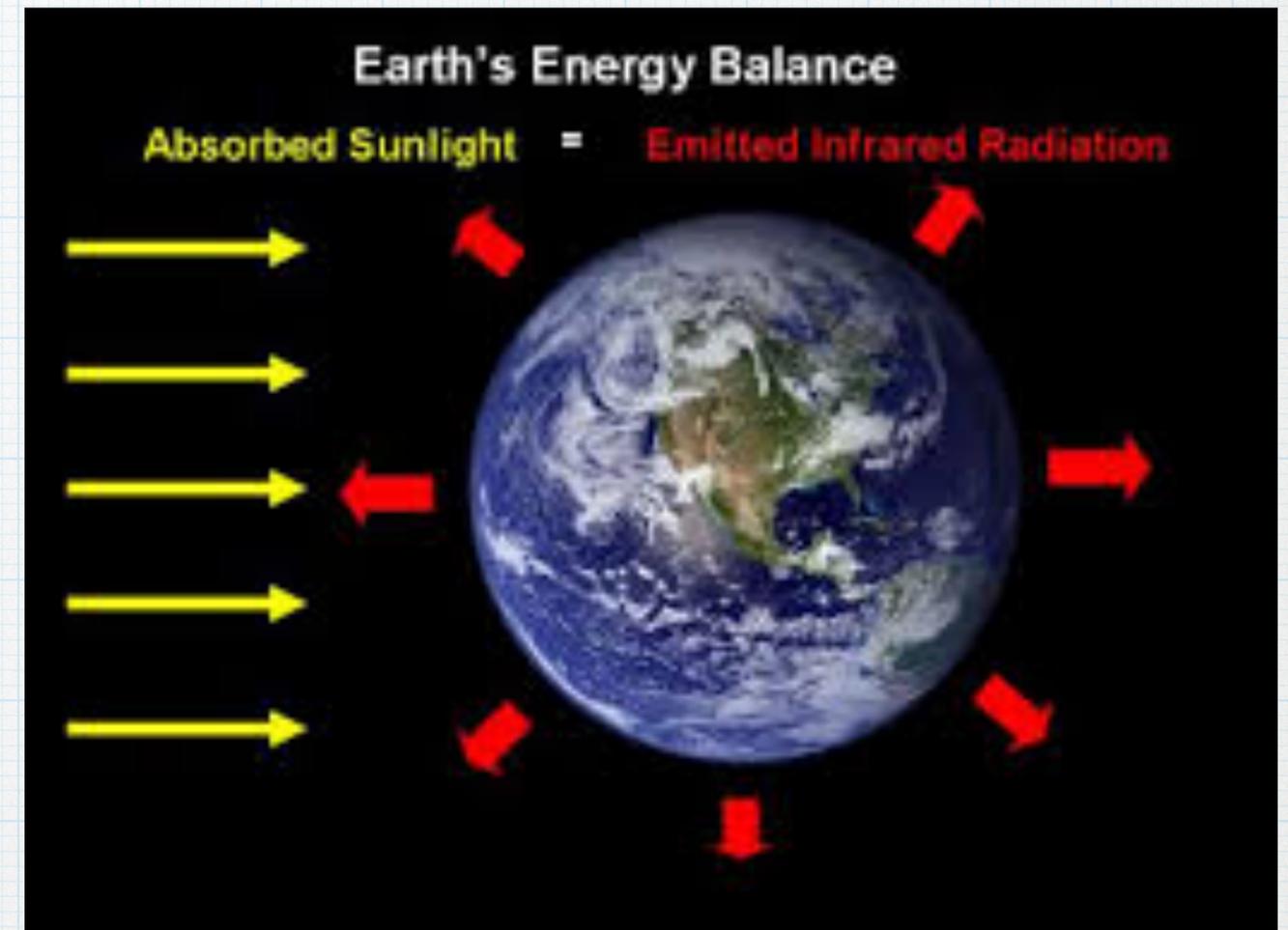
$u(t)$ = temperatura media del pianeta al tempo t

$R_i(t)$ = energia assorbita (ingoing) al tempo t

$R_o(t)$ = energia emessa (outgoing) al tempo t

C = capacità termica per unità di superficie

$$C \frac{du}{dt}(t) = R_i(t) - R_o(t) \quad (t \geq 0)$$



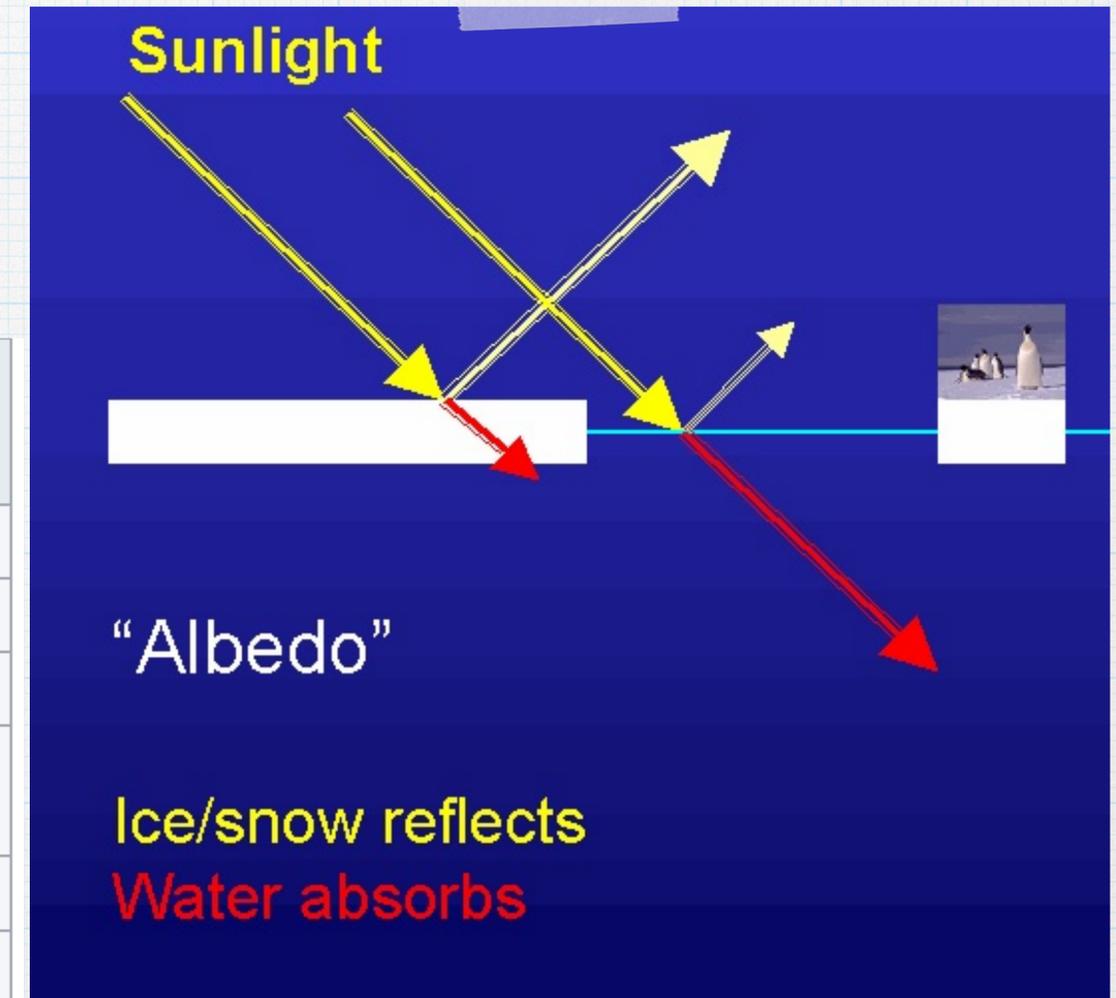
Energia assorbita

$$R_i(t) = Q(t) (1 - \alpha(u(t)))$$

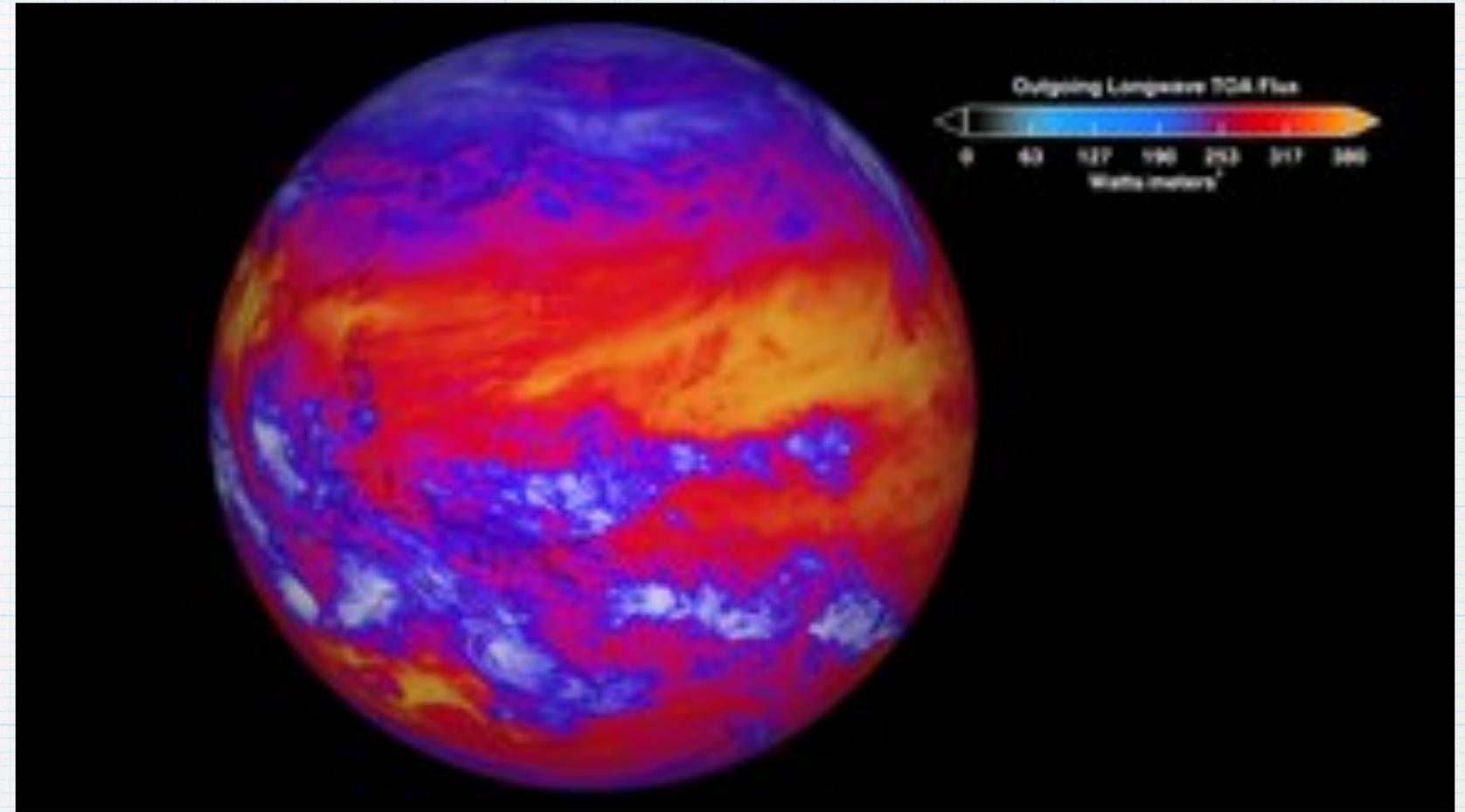
radiazione
solare

albedo

Superficie	Valore di albedo tipico
Asfalto fresco	0.04 ^[2]
Oceano aperto	0.06 ^[3]
Asfalto consunto	0.12 ^[2]
Foresta di conifere (In estate)	0.08, ^[4] da 0.09 a 0.15
Latifoglie	0.15-0.18
Suolo libero	0.17 ^[5]
Erba verde	0.25 ^[5]
Sabbia del deserto	0.40 ^[6]
Cemento fresco	0.55 ^[5]
Ghiaccio oceanico	0.5–0.7 ^[5]
Neve fresca	0.80–0.90 ^[5]



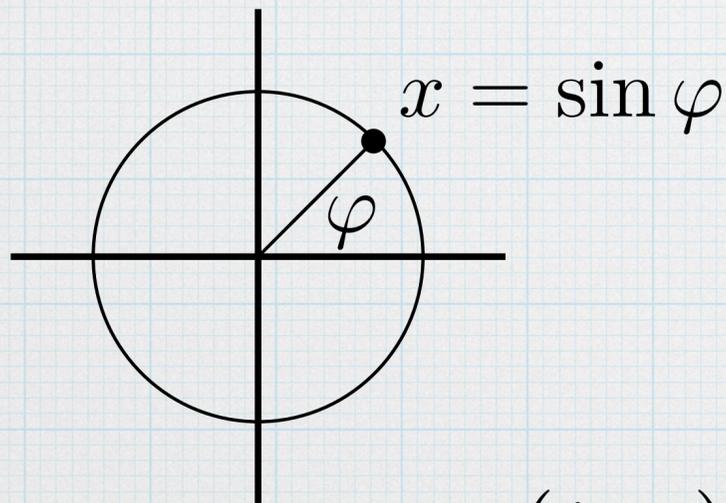
Energia emessa



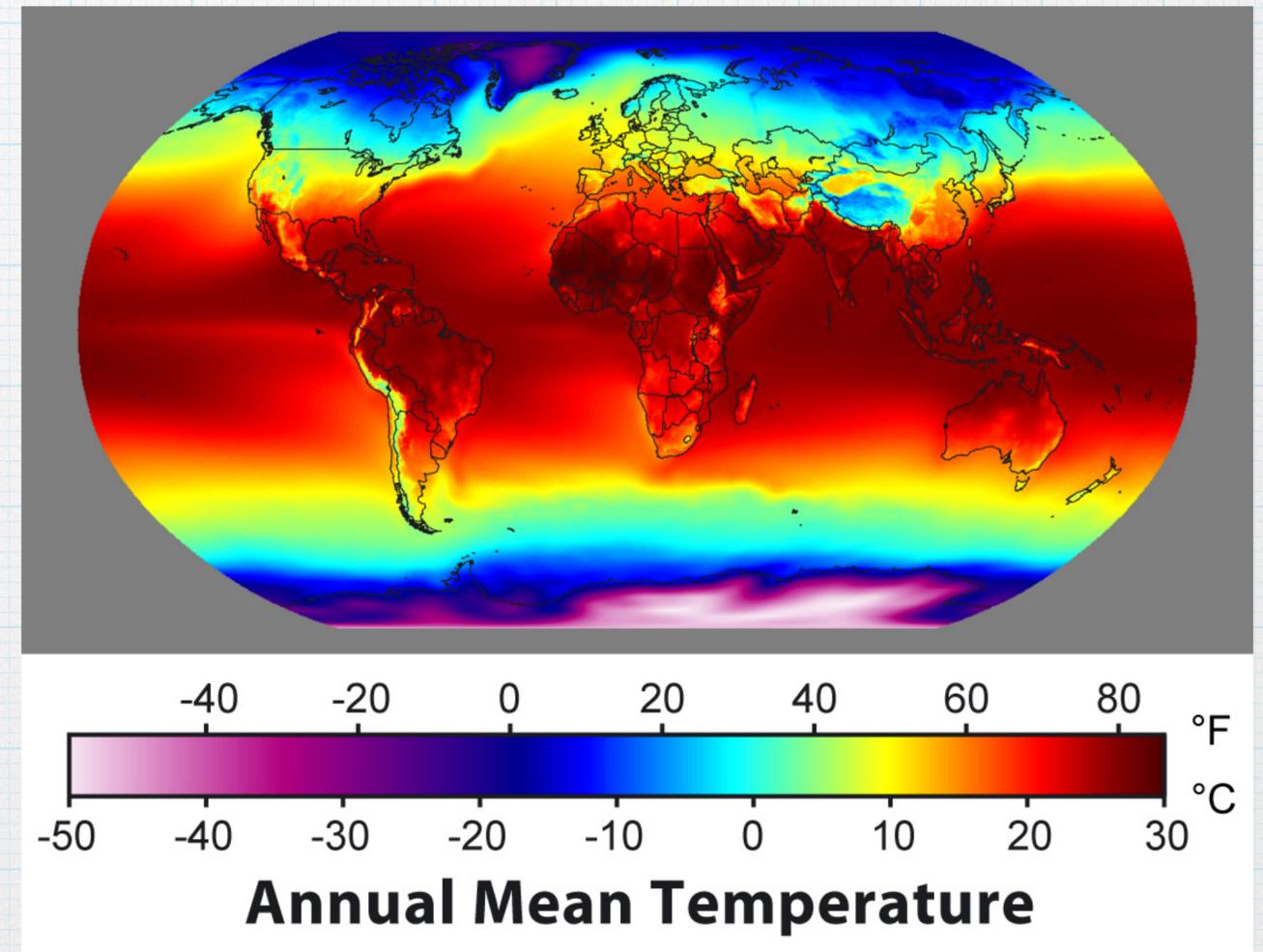
$$R_o(t) = \begin{cases} A + B(u(t) - 273) & (A, B > 0) \\ \sigma_{SB} u(t)^4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Budyko} \\ \text{Sellers} \end{array}$$

Dipendenza dalla latitudine

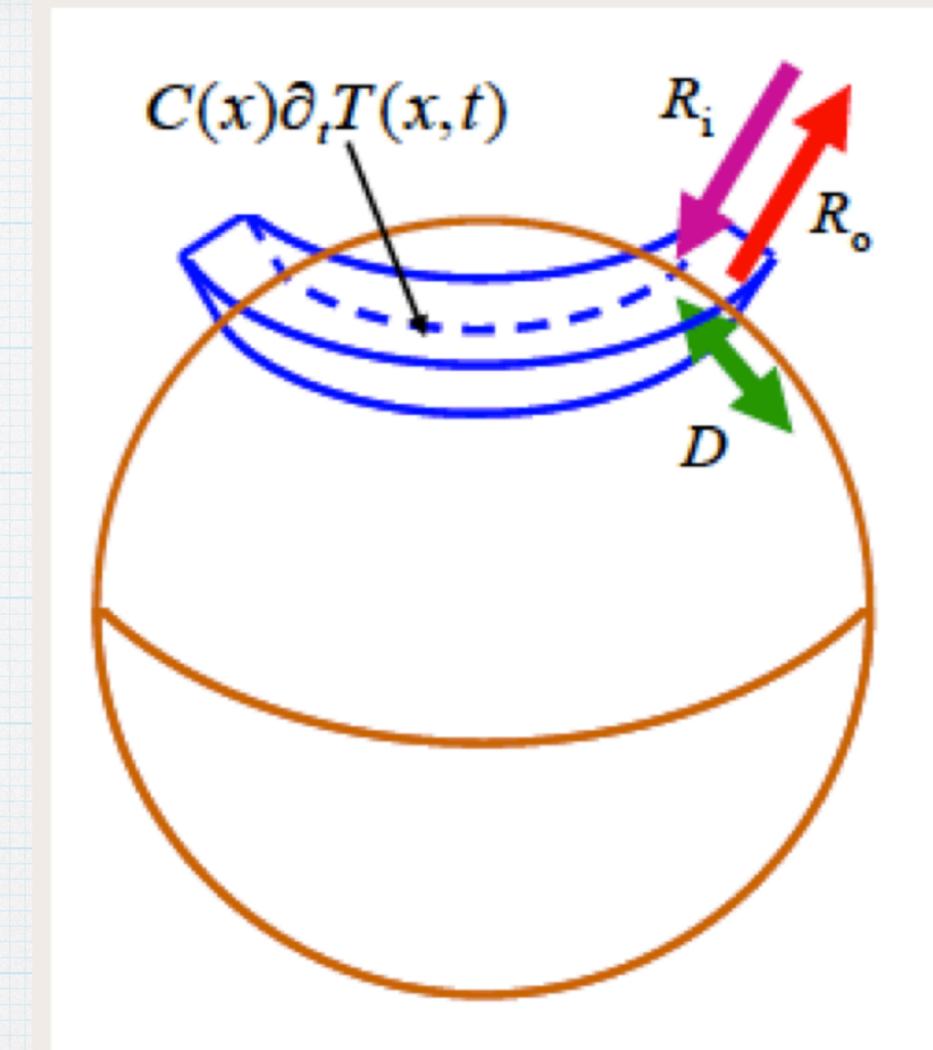
Si ottiene un modello più preciso considerando la temperatura media lungo i paralleli



$$u(t, x) \quad (-1 \leq x \leq 1)$$



EBCM per medie lungo i paralleli



Zonal belt with heat capacity $C(x)$ and temperature $T(t, x)$, subject to incoming radiation R_i , outgoing radiation R_o , and meridional diffusion D .

capacità termica

diffusione superficiale

radiazione solare

energia emessa

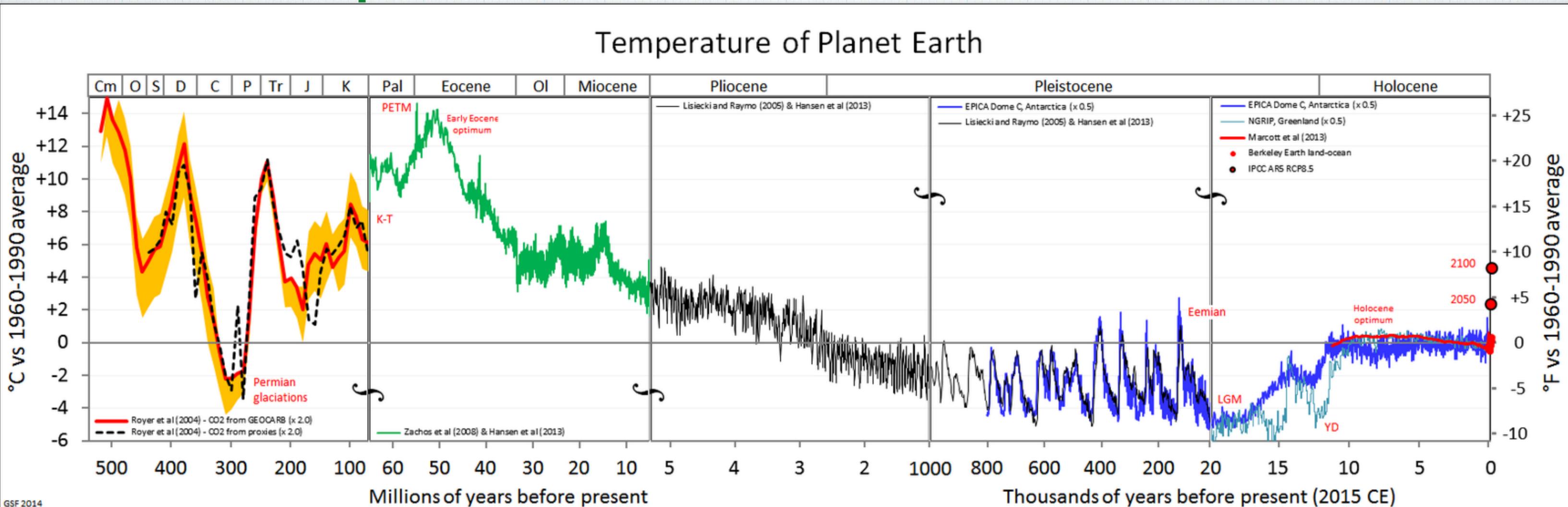
albedo

$$C(x) \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) = Q(t, x) (1 - \alpha(x, u)) - g(x, u), \quad x \in (-1, 1)$$

Uso dei modelli EBCM

"Technological possibilities are irresistible to man. If man can go to the moon, he will. If he can control the climate, he will." ~ John von Neumann

- * ricostruzione dell'irradiazione solare
- * studio del paleoclima



GSF 2014

Ricostruzione dell'irradiazione solare

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho(x) \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) = r(t) q_i(x) (1 - \alpha(u)) - g(u) & t > 0, |x| < 1 \\ \rho(x) \frac{\partial u_i}{\partial x} (t, x) \Big|_{x=\pm 1} = 0 & t > 0 \\ u_i(0, x) = u^0(x) & |x| < 1 \end{cases} \quad (i = 1, 2)$$

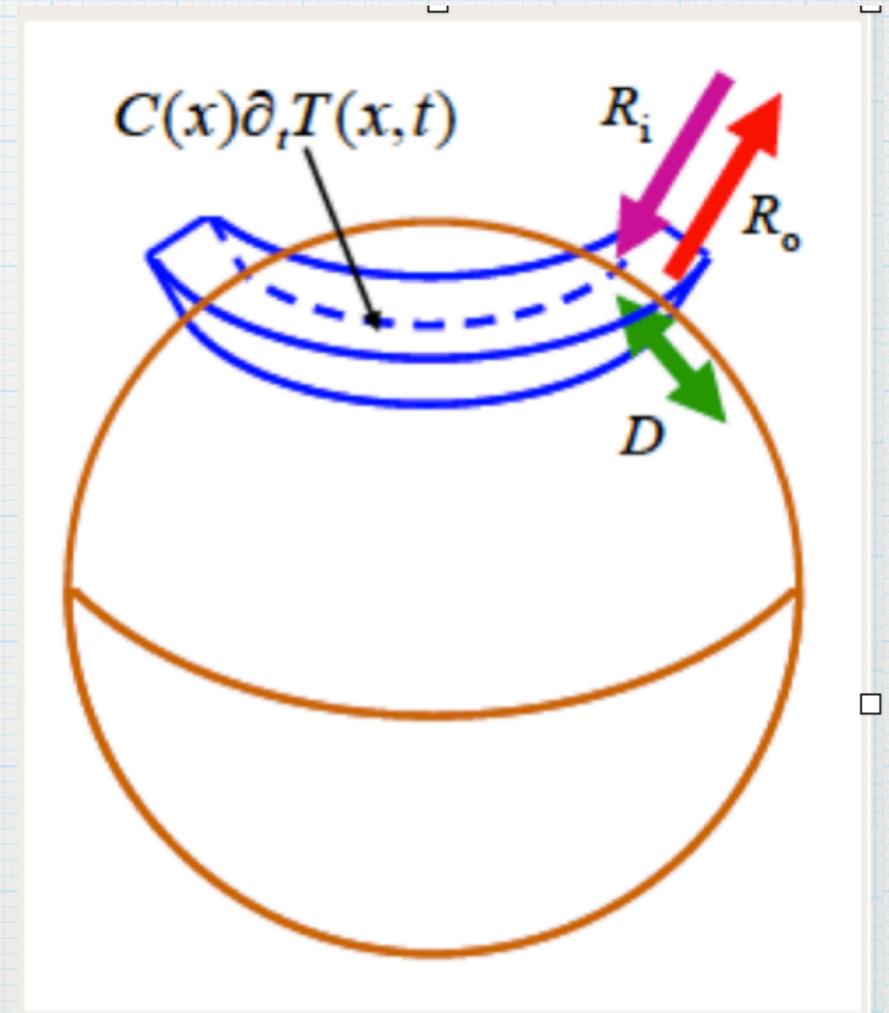
dove abbiamo supposto $Q(t,x)=r(t)q(x)$

Se esistono $T > 0$ e $x_0 \in (-1, 1)$ tali che per ogni $0 < t < T$

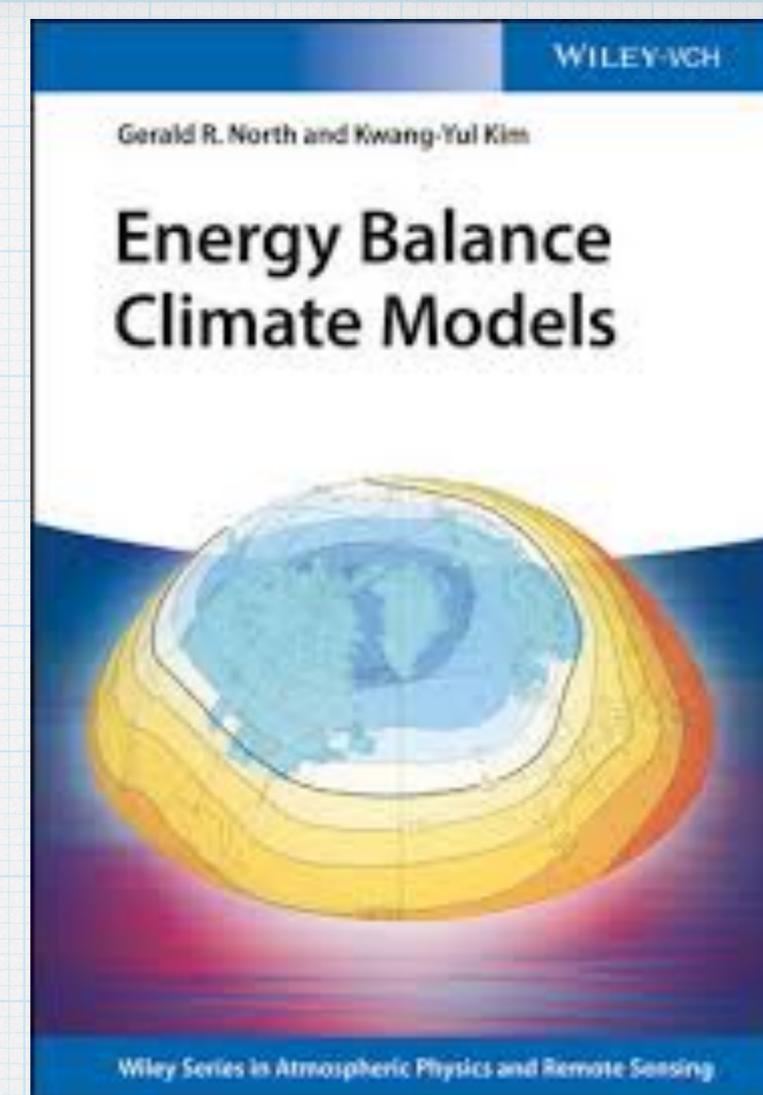
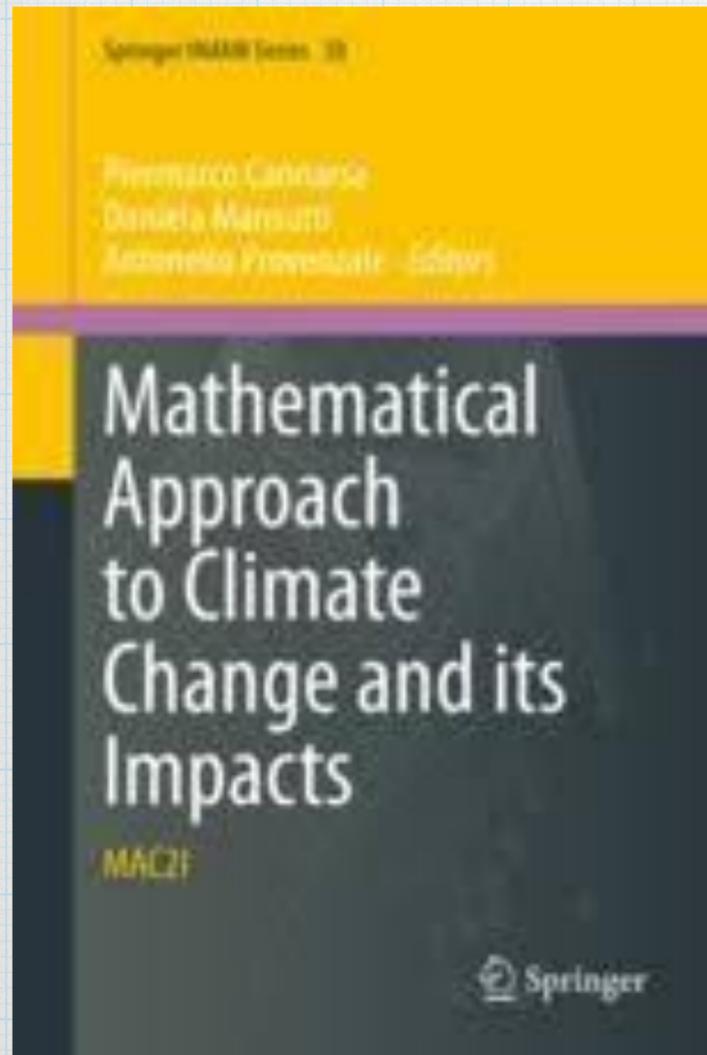
$$u_1(t, x_0) = u_2(t, x_0) \quad \text{e} \quad \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, x_0) = \frac{\partial u_2}{\partial x}(t, x_0)$$

allora

$$q_1(x) = q_2(x) \quad \text{per ogni} \quad x \in [-1, 1]$$



Per saperne di più

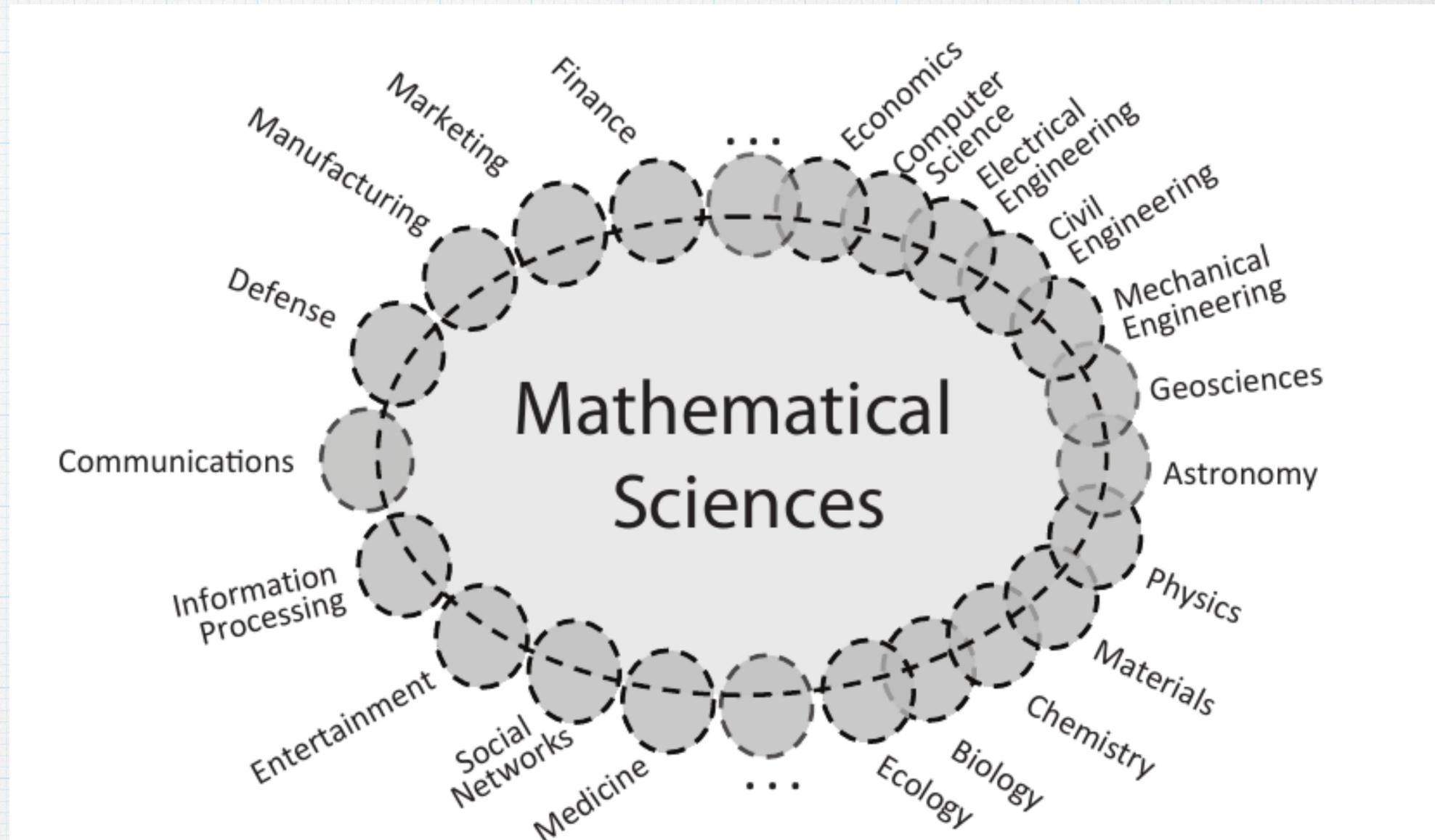


numerose presentazioni di Michael Ghil (UCLA e ENS)

<https://dept.atmos.ucla.edu/tcd/publications/type/presentation/>

Conclusione

I modelli EBCM possono dare informazioni sull'evoluzione del clima su ampie scale temporali



Questo è un esempio del ruolo che la matematica può svolgere come disciplina unificante per la ricerca interdisciplinare

Grazie per l'attenzione

