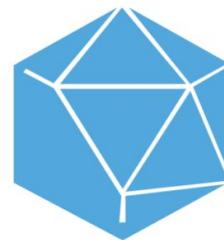


Liceo Matematico



L.S. FERMI . CS



Unione  
Matematica  
Italiana

# ALLA RICERCA DEI MEDI PROPORZIONALI

**LM Calabria • N.Chiriano, O.Lietz, S.Pellicanò, E.Florio**

*Convegno sui Licei Matematici - 5 aprile 2022*

# IL PROBLEMA

***Calcolare - in via approssimata - due medie  
proporzionali tra due valori  $a$  e  $b$  dati.***

Si tratta cioè di determinare la lunghezza di  
un segmento  $x$  e di un segmento  $y$  tali che

$$a : x = x : y = y : b$$

Problema molto studiato nel mondo antico, se ne  
sono occupati:

Eratostene, Nicomede, Erone, Pappo,

Filone di Bisanzio, Sporo di Nicea,

Apollonio di Perga, Diocle, Menecmo,

Archita di Taranto

# SOLUZIONE DEL PROBLEMA

Esistono due **antologie** che raccolgono diverse soluzioni di tipo geometrico, che si trovano all'interno di:

1. *Collezioni Matematiche* di **Pappo** di Alessandria
2. Commento alla Prop. II.2 de *La sfera e il cilindro* di Archimede da parte di **Eutocio** di Ascalona

Il **Mesolabio** di **Eratostene** fornisce una soluzione meccanica a questo problema.

# CERCHIAMO SUL VOCABOLARIO...

Vocabolario Treccani online

 = lemma

 = qualifica grammaticale abbreviata

 = definizione enciclopedica

 = etimologia

mešolàbio s. m. [dal lat. *mesolabium*, e questo dal gr. μεσόλαβος o μεσόλαβον der. di μεσολαμβάνω «prendere nel mezzo»]. – Strumento inventato dallo scienziato greco Eratostene di Cirene (3° sec. a. C.) per trovare in maniera sperimentale due successive medie proporzionali tra due segmenti dati: era composto di tre tavolette rettangolari uguali e disposte in modo che due di esse potessero scorrere su guide e sovrapporsi parzialmente tra loro e alla terza.

MESOLABIO. S. m. Strumento lineare ordinato a ritrovare una, due o anche più medie proporzionali, ovvero ad accrescere proporzionalmente, serbata la stessa figura per qualsivoglia grandezza, un corpo cubico. Gr. Μέτρος, Λαμβάνω. E in Vitr. — Baldi Bernard. Oper. 421. (Fanf.)

Tommaseo, N., Bellini, B. (1861-1879), *Dizionario della Lingua Italiana*, Torino: UTET.

# IL DIZIONARIO ETIMOLOGICO

Il **dizionario etimologico** è un'opera in cui vengono raccolte ed elencate, generalmente in ordine alfabetico, una o più ipotesi sulla storia, l'origine o etimologia delle parole di una qualsiasi lingua umana. Non tutti i dizionari etimologici incontrano l'approvazione generale dell'intero arco degli studiosi e i migliori sono quelli che riportano tutte le possibili ipotesi, scientificamente argomentate, illustrandole criticamente.

- = lemma
- = genere grammaticale
- = definizione enciclopedica
- = etimologia
- = anno di prima attestazione
- = ambito d'uso
- = le parole di trafila dotta ( o latinismi) conservano piuttosto fedelmente l'originaria forma latina, non subendo cambiamenti fonetici nel tempo.

Battisti, C., Alessio G. (1950-1957), *Dizionario etimologico italiano*, Firenze: Barbera.

mesolàbio m. (a. 1749, (Chambers) mat. ; strumento antico inventato da Eratostene per trovare due medie proporzionali; v. dotta, fr. *mésolabe* (a. 1611), lat. tardo *mesolabium* (Vitruvio), dal gr. *mesolábion*, cfr. 'meso-' e '-làbio'.

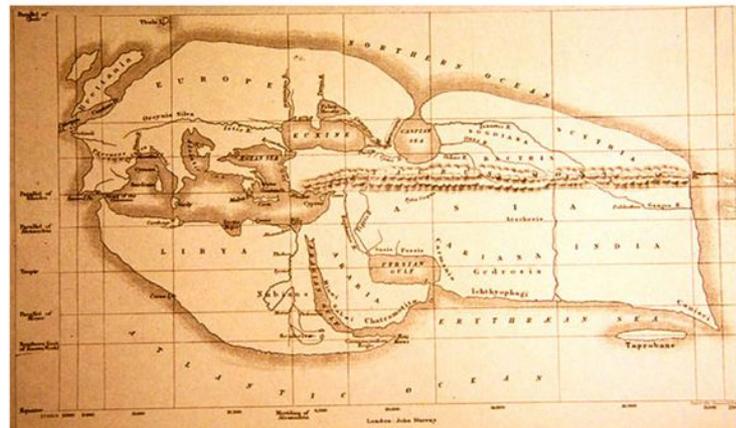
# ERATOSTENE, CHI ERA COSTUI?



Eratostene di Cirene (attuale Libia)

- Detto **il  $\beta$** , nato 276-272 a.C., morì (194 ca.) ad Alessandria d'Egitto
- Fondatore della **cronologia storica**

- *Geografia* (stima del **meridiano terrestre**, **carta del mondo**)
- *Matematica*, **duplicazione del cubo**, **mesolabio**, “**crivello di Eratostene**”

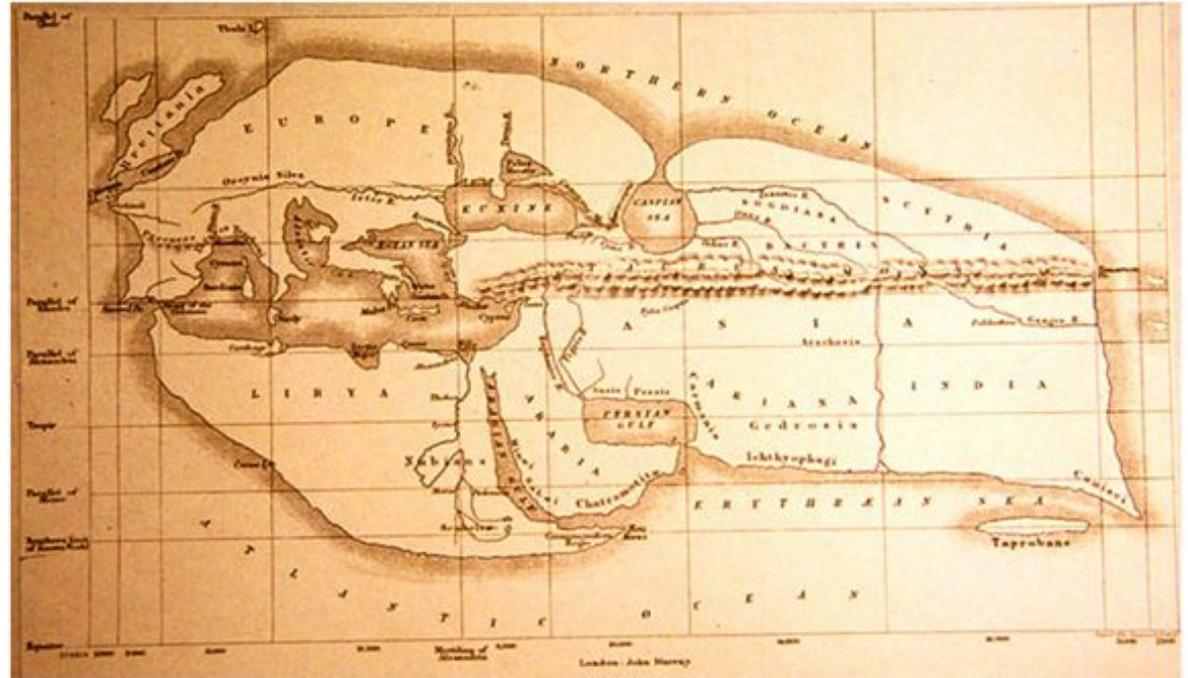


L'ecumene di Eratostene.

Fonte: Di Bunbury, E.H. (1811-1895) / Eratosthenes? – Bunbury, E.H. (1811-1895), A History of Ancient Geography among the Greeks and Romans from the Earliest Ages till the Fall of the Roman Empire. London: John Murray, 1883. Digital original: <http://www.henry-davis.com/MAPS/Ancient%20Web%20Pages/112.html>, Pubblico dominio, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2298975>

Disegnò la **carta del mondo**, che indicava l'**ecumene**, ossia la porzione di Terra conosciuta e abitata dall'uomo. Prese atto che esisteva un'altra ecumene agli antipodi (in Estremo Oriente).

Il risultato fu un'immagine approssimata per i **paesi del Mediterraneo**, e assolutamente immaginaria per le regioni più a nord, più a sud e per l'Estremo Oriente.



**L'ecumene di Eratostene.**

Fonte: Di Bunbury, E.H. (1811-1895) / Eratosthenes? – Bunbury, E.H. (1811-1895), A History of Ancient Geography among the Greeks and Romans from the Earliest Ages till the Fall of the Roman Empire. London: John Murray, 1883. Digital original: <http://www.henry-davis.com/MAPS/Ancient%20Web%20Pages/112.html>, Pubblico dominio, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2298975>

ECUMENE

# ORIGINI STORICHE DEL PROBLEMA

Il problema dal calcolo di medi proporzionali, di cui il mesolabio fornisce una soluzione meccanica, si trova esposto (insieme alla descrizione dello strumento) in una lettera che **Eratostene** inviò a **Tolomeo III**.

La lettera è riportata da **Eutocio** nel commento all'opera di **Archimede**.



*ERATOSTENE a Tolomeo salute.*

*Narrano che uno degli antichi poeti tragici facesse apparire sulla scena MINO (re di Creta) nell'atto di far costruire una tomba al figlio GLAUCO e che MINO, accorgendosi che questa era lunga da ogni lato 100 piedi, dicesse: "Piccolo spazio invero accordasti a un sepolcro di re: raddoppialo, conservando sempre la forma cubica, raddoppia subito tutti i lati del sepolcro".*

*Ora è chiaro che egli si ingannava. Infatti duplicandone i lati, una figura piana si quadruplica, mentre una solida si ottuplica. Allora anche fra i geometri fu agitata la questione in qual modo si potesse duplicare una data figura solida qualunque, conservandone la specie. E questo problema fu chiamato **duplicazione del cubo**. Dopo che tutti furono per lungo tempo titubanti, per primo IPPOCRATE da Chio trovò che se tra due segmenti dei quali il maggiore sia doppio del minore si iscrivono due medie in proporzione continua, il cubo sarà duplicato e così tramutò una difficoltà in un'altra non minore.*

*Si narra poi che i Delii, spinti dall'**oracolo** a duplicare una certa ara, caddero nello stesso imbarazzo. Ed alcuni ambasciatori vennero inviati ai geometri che convivevano con PLATONE nell'Accademia, per eccitarli a cercare quanto era stato richiesto. Essi se ne occuparono con diligenza e si dice che, avendo cercato di inserire due medie tra due segmenti, ARCHITA da Taranto vi riuscisse col semicilindro ed EUDOSSO invece mediante certe linee curve.*

*Questi furono seguiti da altri, nel rendere più perfette le dimostrazioni, non però nell'effettuare la costruzione ed accomodarla alla pratica, eccettuato forse MENECSMO e con gran fatica.*

**Eustachio**, *De sphaera*,  
in *Archimedis opera*, 2<sup>a</sup> ed., Heiberg, III, p. 88

# DUPLICAZIONE DEL CUBO

Pare che il mesolabio fosse conservato in un tempio sulla cui facciata era riportata la dimostrazione geometrica alla base dello strumento.

Esso poteva servire anche a **duplicare il cubo** cioè a determinare lo spigolo  $x$  di un cubo di volume doppio rispetto a un cubo assegnato. Se quest'ultimo ha lo spigolo di lunghezza 1, allora, come già **Ippocrate** da Chio aveva osservato,  $x$  è uno dei due medi proporzionali tra 1 e 2

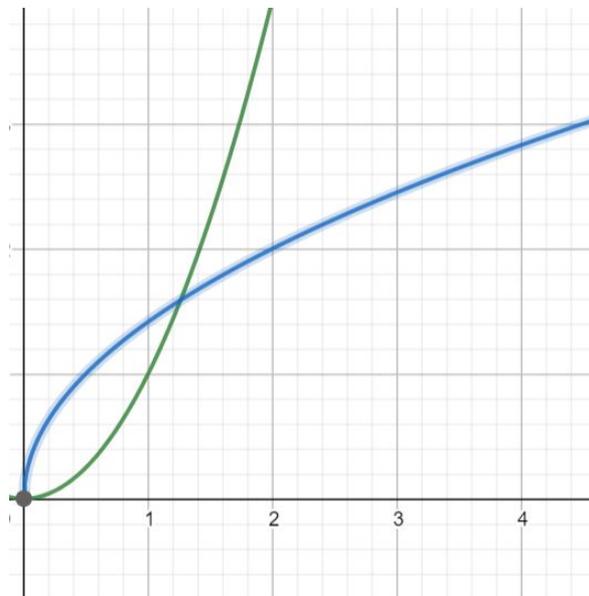
$$2 : y = y : x = x : 1$$

infatti in questo caso abbiamo

$$x^2 = y \text{ e } y^2 = 2x$$

da cui

$$y^3 = 2x^3$$



Curve  $y = x^2$  e  $x = y^2 / 2$

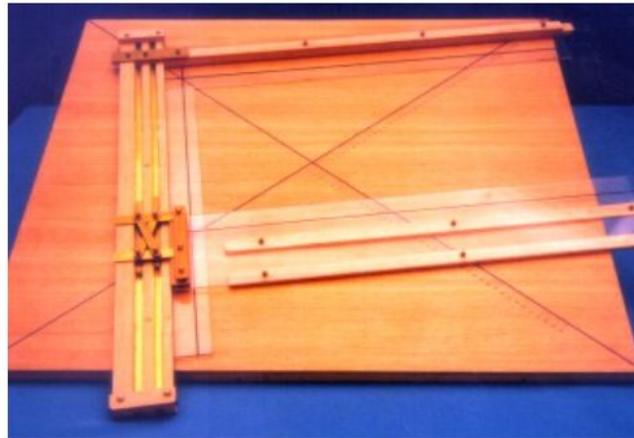
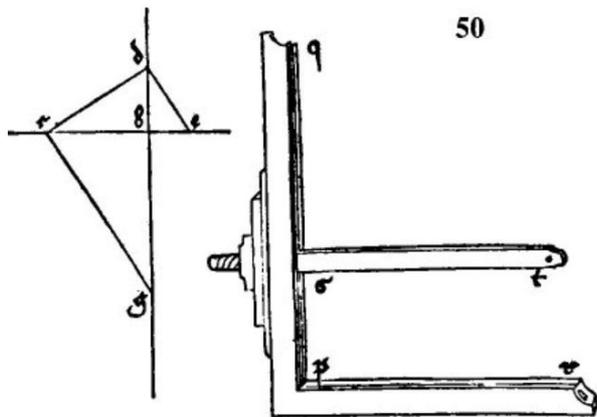
nel primo quadrante



# ALTRI STRUMENTI

## RETTANGOLO di Platone - Dürer

Platone ideò una semplice soluzione meccanica basata sul teorema: la perpendicolare condotta dal vertice dell'angolo retto di un triangolo rettangolo sull'ipotenusa è media proporzionale fra i segmenti dell'ipotenusa stessa.



Lo strumento in figura è una versione semplificata di quello di Platone. Si trova in “*Underweysung der Messung*” (Manuale di pittura) di Dürer, libro IV., 1525.

**Albrecht Dürer** (1471-1528) è considerato il massimo esponente della pittura rinascimentale tedesca.

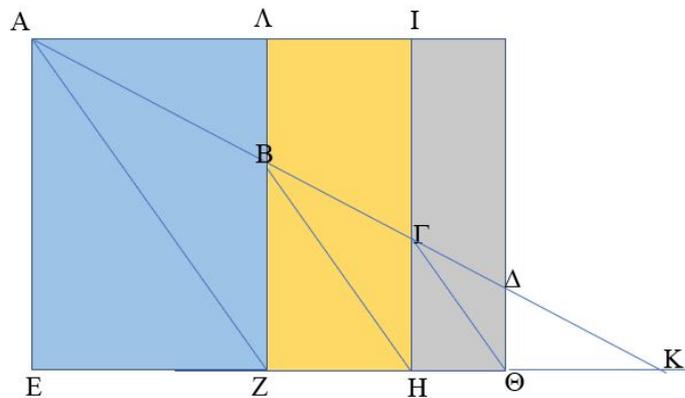
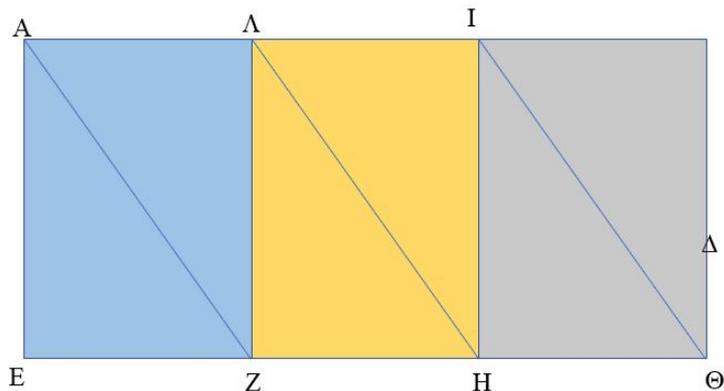
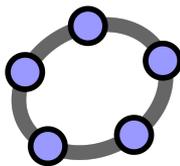


# L'IDEA DI ERATOSTENE

Per ottenere le due medie proporzionali,

*«si costruisce un mattoncino di legno o di bronzo o di rame, a cui siano strettamente legate tre tavolette uguali massimamente esili, di cui **la media sia fissa**, mentre **le altre due si muovano** tra le scanalature, della stessa grandezza e della stessa specie che a ciascuno piacerà».*

Dati i segmenti  $AE$  e  $\Delta\Theta$ , spostiamo le tavolette con i punti  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  e  $\Delta$  che restano allineati.



# COSTRUZIONE

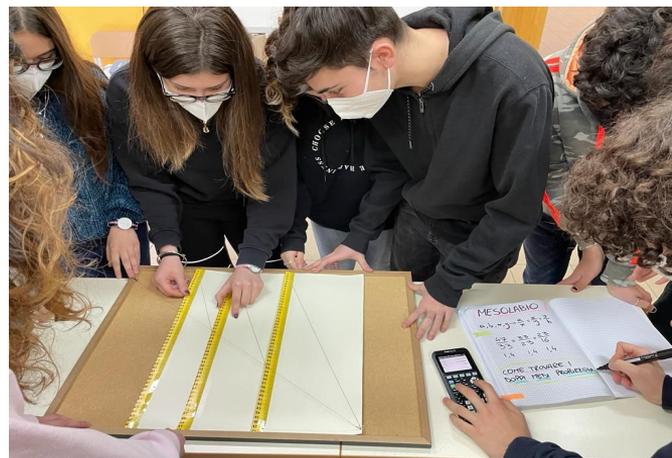
## Materiale occorrente

- cornice 50 cm x 70 cm
- cartoncino 50 cm x 70 cm
- rocchetto di filo
- riga
- forbici, nastro adesivo
- penne, matite
- puntine
- centimetri di carta



# GLI ALUNNI SPERIMENTANO...

Nome	$a$	$x$	$y$	$b$	$a/x$	$x/y$	$y/b$
Rossana	17,2	12,8	8,4	4	1,34	1,52	2,10
Giuseppe	10	6,9	4,6	3	1,45	1,50	1,53
Simone	11,5	8,5	6,2	5,5	1,35	1,37	1,13
Chiara	13	10,6	8,55	6,9	1,23	1,24	1,24
Giovanni	15	10,7	7,5	5,4	1,40	1,43	1,39
Samuel	10,1	9,15	8,25	7,45	1,10	1,11	1,11
Silvia	17,1	14,2	11,9	10,1	1,20	1,19	1,18
Francesco	13	7,5	4,9	3	1,73	1,53	1,63
Miriam	20	15,9	12,6	10	1,26	1,26	1,26
Sofia	20	18,5	17,1	15,8	1,08	1,08	1,08
Francesca	15	13	11,5	10	1,15	1,13	1,15





# APPROFONDIMENTO "MATEMUSICALE"



***Gioseffo Zarlino***

(1517 - 1590)

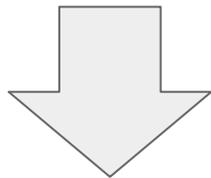
---

# COME DIVIDERE UN INTERVALLO IN 2 PARTI UGUALI

1

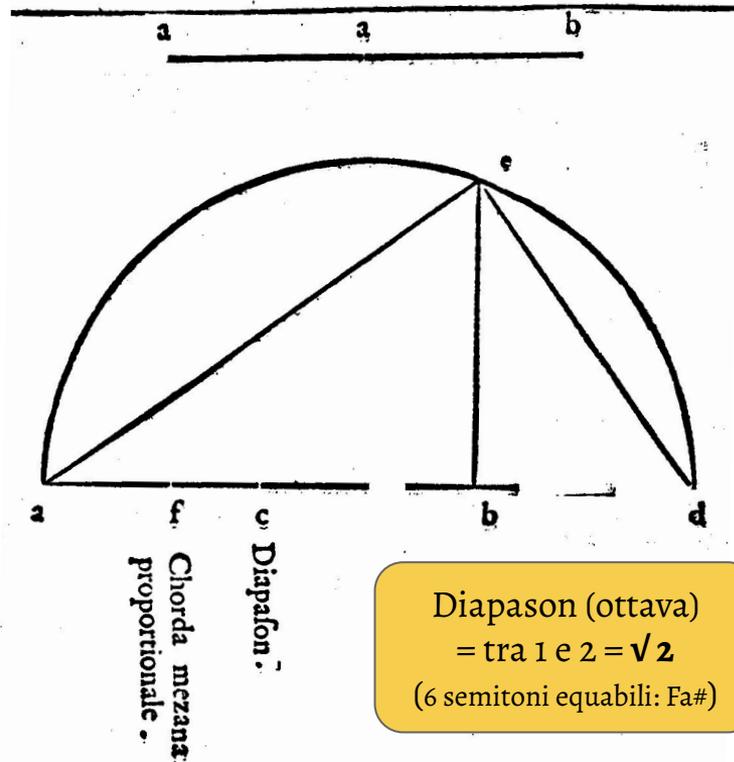
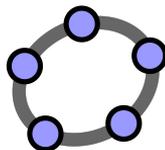
Dati due segmenti,  
trovarne il medio proporzionale

Euclide - *Elementi* (300 a.C.)  
(Libro VI, Proposizione 13)



Dati due suoni,  
trovarne il medio proporzionale

Gioseffo Zarlino - *Istitutioni Harmoniche* (1589)  
(parte II capp. 24 e 25)



# COME DIVIDERE UN INTERVALLO IN 2 O PIÙ PARTI UGUALI

2

*“L'altro modo è non solo bello, ma più utile del primo, essendo più universale”*

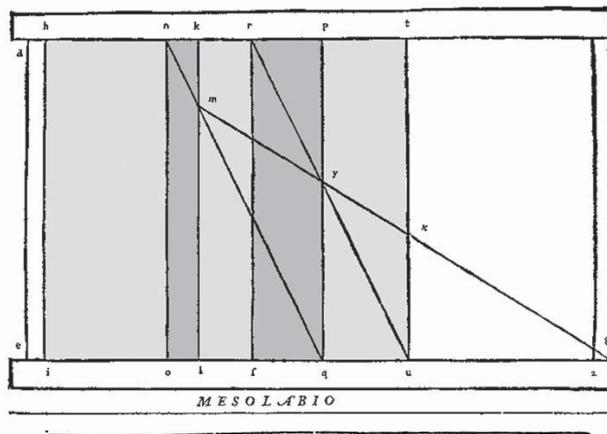
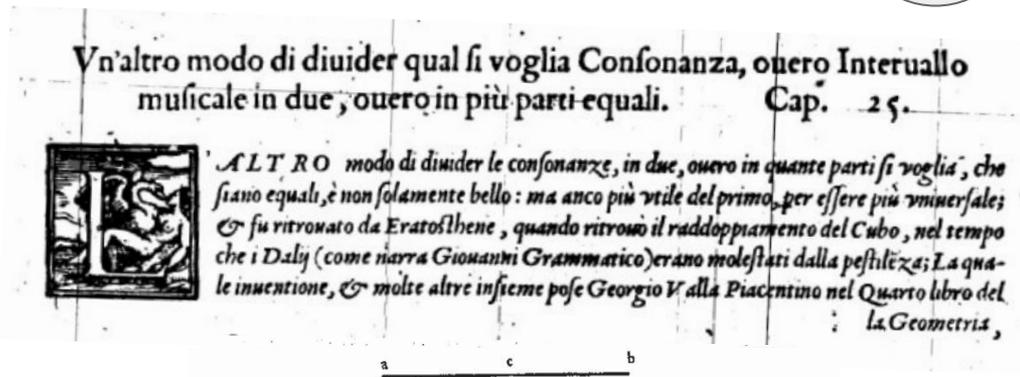
## Mesolabio

mostra come costruirlo e poi spiega come usarlo

## Modifica “alla Zarlino”

per ogni ulteriore suddivisione della linea (corda) si aggiunga un altro rettangolo uguale ai primi tre, in modo che i loro bordi destri siano intersecati nello stesso punto dal loro **diametro** (diagonale) e dal filo

Ditono vs. Terza pura  
= tra 1 e  $5/4 = \sqrt{5/2}$   
(tono medio Do-Re e Re-Mi)



# SUDDIVISIONE DELL'OTTAVA IN 12 SEMITONI

3

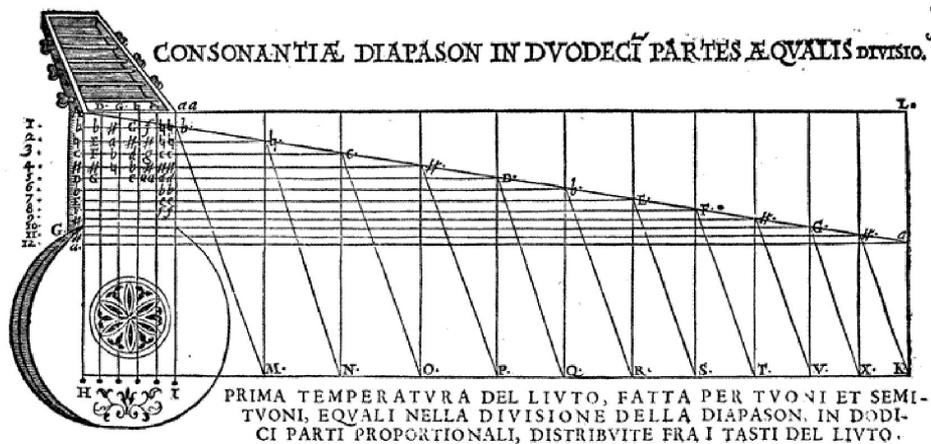
Sopplimenti · IV.27 - "D'una nuova distribuzione fatta in dodeci semitoni"

*"senza sopravanzare o mancare spazio alcuno quantunque minimo"*

ossia esattamente in 12 semitoni (o 6 toni) uguali e proporzionali, si può ottenere **in 3 modi** applicando

*"le cose geometriche a quelle della musica"*

1. col **mesolabio** "nel quale ritrovai minor fatica"
2. con **Euclide** "modo ingegnoso e bello ma si fa con un poco di più fatica e di tempo"
3. altri nuovi metodi "che li vederemo al suo luogo"



Ero "in procinto di mandar in luce queste mie inuenzioni" quando "mi viene alle mani il "Dialogo di musica" del molte fiate da me nominato mio discepolo [V.Galilei] che mi fece soprastare per aver ritrovato in esso una distribuzione fatta in questo proposito, la quale in se conteneva molti errori, onde volsi far di essa memoria e dimostrarla in queste mie fatiche, e far insieme vedere cotali errori accioché qualcheduno inavedutamente non intrasse a credere il falso per il vero".

GRAZIE  
PER  
L'ATTENZIONE !