

LA MACCHINA DI TURING (MdT)

CONVEGNO DEI LICEI MATEMATICI
5 APRILE 2022

Elena Possamai

LICEO
SCIENTIFICO STATALE
NOMENTANO



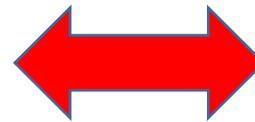
classe: III H
a.s. 2021-22

IL NOSTRO VIAGGIO ALLA SCOPERTA DELLA MACCHINA

**IL GIOCO DI
TURING**

**TURING
MACHINE
SIMULATOR**

**LA MdT
IN UN
GRAFO**





IL GIOCO DI TURING – LO SCOPO

Inizialmente si chiede agli studenti solo di seguire le istruzioni e di cercare di completare il gioco **concentrandosi sul funzionamento** corretto della macchina e non sulle finalità.

Solo successivamente si chiederà loro di **comprendere in modo attivo, guardando dall'interno della macchina, l'esito prodotto dalla MdT** simulata, confrontando i dati in ingresso e in uscita



- Gli studenti vengono divisi in gruppi.
- Ogni gruppo simula una MdT:
1 testina e 6 stati

Ad ogni gruppo vengono consegnati



IL GIOCO DI TURING – KIT SPERIMENTALE

Su ciascun tavolo vengono posizionati:

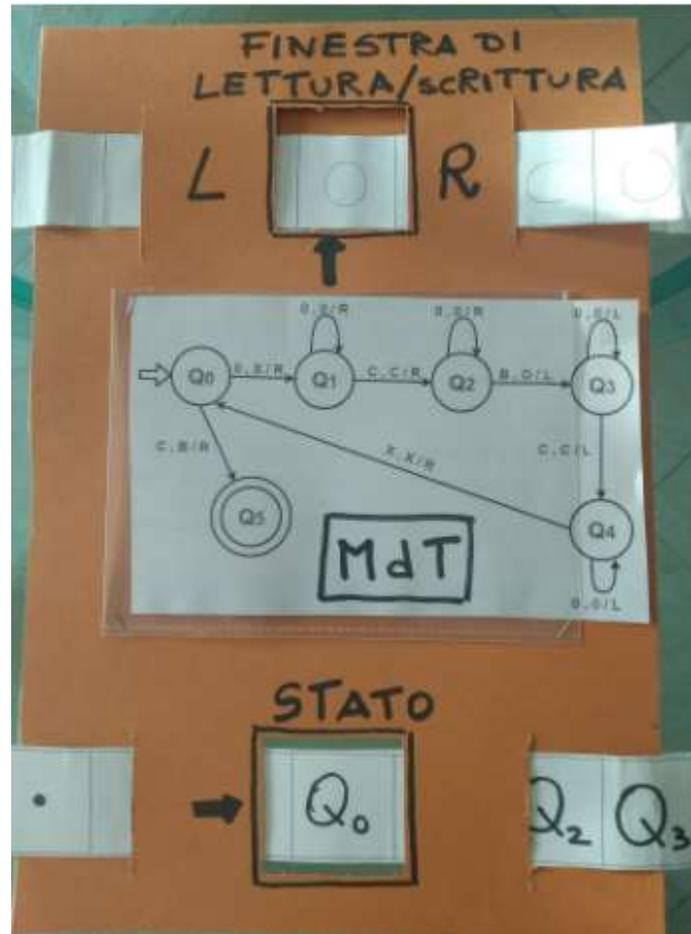
Quattro gettoni, un gettone per ogni simbolo.



Due cartellini, uno con la scritta RIGHT e uno con la scritta LEFT.

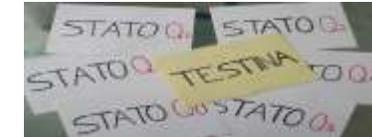


Una MdT di carta



A ciascuno studente viene consegnata una busta contenente:

- La pettorina con il ruolo che assumerà nel gioco



- Le istruzioni che dovrà seguire

ISTRUZIONI PER LO STATO Q1

Attendi seduto fino a quando non vieni chiamato.
Quando vieni chiamato ti alzi in piedi

Devi seguire queste istruzioni quando sei in piedi davanti alla testina

- Attendi in piedi
- Ricevi un gettone dalla testina
- A seconda del gettone ricevuto esegui le seguenti istruzioni

Se il gettone che hai ricevuto ha il simbolo "0"

- Riconsegna alla testina il gettone che hai in mano.
- Attendi in piedi che la testina abbia trascritto il simbolo sul nastro.
- Prendi il cartoncino che indica lo spostamento "RIGHT".
- Mostrilo alla testina con lo spostamento, leggendo ad alta voce lo spostamento indicato, e lo riponi sul banco
- Rimani in piedi.

Se il gettone che hai ricevuto ha il simbolo "C"

- Riconsegna alla testina il gettone che hai in mano.
- Attendi in piedi che la testina abbia trascritto il simbolo sul nastro.
- Prendi il cartoncino che indica lo spostamento "RIGHT".
- Mostrilo alla testina con lo spostamento, leggendo ad alta voce lo spostamento indicato, e lo riponi sul banco.
- Chiami lo stato Q2 (che si alza in piedi) e ti siedi.

Se il gettone che hai ricevuto presenta un simbolo diverso da "0" o "C" pronunci ad alta voce "BLOCCARE LA MACCHINA"

IL GIOCO DI TURING

La configurazione iniziale scritta sul nastro

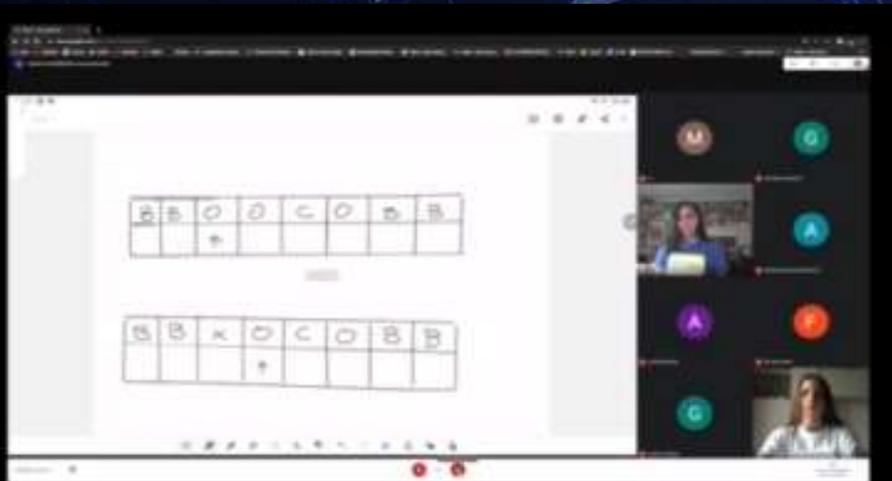
B	B	0	0	C	0	B	B
		↑					

N.B.
il simbolo «**B**» può
essere sostituito con
«**_**»

VIA AL GIOCO!

A distanza

In presenza



IL GIOCO DI TURING

Se la macchina non si blocca e ad un certo punto viene chiamato lo STATO Q5
Secondo istruzioni lo STATO Q5 pronuncerà la *fatidica frase*

“LA MACCHINA HA TERMINATO IL SUO COMPITO”

Se la MdT ha funzionato correttamente, presa in input la stringa

B	B	0	0	C	0	B	B
		↑					

restituisce in output la stringa

B	B	X	X	B	0	0	0	B
				↑				

IL GIOCO DI TURING-PRIME OSSERVAZIONI

Al termine del gioco abbiamo chiesto agli studenti di confrontare le due stringhe, iniziale e finale, e riportare sulla scheda delle prime osservazioni sul processo seguito dalla macchina e sulla trasformazione dall'una all'altra stringa



Le mosse in tutto sono state 19.

Ha iniziato lo stato Q_0 e terminato lo stato Q_5 .

La testina cancellando un simbolo, a volte ha riscritto lo stesso simbolo, altre volte l'ha sostituito con un altro dei 3 possibili.

Il nastro non si è mai fermato, a volte si è spostato a destra a volte a sinistra.

- *Nella stringa iniziale c'è uno spazio vuoto in meno.*
- *Nella stringa iniziale non compare la X.*
- *Nella stringa finale non compare la C.*
- *La casella della C è diventata una casella vuota.*
- *Gli 0 erano tre e sono rimasti tre.*



TURING MACHINE SIMULATOR

Dal gioco si passa alla *fase di implementazione software* della macchina che gli studenti hanno simulato, utilizzando un simulatore on line.

SIMULATORE ONLINE DI MACCHINA DI TURING

<https://turingmachinesimulator.com>

Cancellare tutto ciò che trovate scritto e ricopiate le istruzioni che trovate sulla scheda.

```
//Author: LM gruppetto"Guido  
ed Emma Castelnuovo"
```

```
init: q0  
accept: q5
```

```
q0,0  
q1,X,>
```

```
q0,C  
q5,_,-
```

```
q1,0  
q1,0,>
```

```
q1,C  
q2,C,>
```

```
q2,0  
q2,0,>
```

```
q2,_  
q3,0,<
```

```
q3,0  
q3,0,<
```

```
q3,C  
q4,C,<
```

```
q4,0  
q4,0,<
```

```
q4,X  
q0,X,>
```

TURING MACHINE

Inserisci

Passaggi: 0 Stato: Nessuno

Ingresto Caricare ▶ || ■ ⏪ Velocità:

Inserisci

Passaggi: 0 Stato: q0

00C0

Caricare ▶ || ■ ⏪ Velocità:

↑
copia la
sequenza

↑
Clicca qui

↑
Via...

E. Possamai - P. Berneschi - 20 novembre 2020

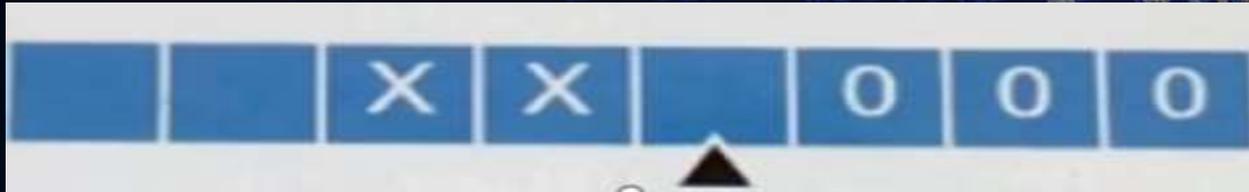
TURING MACHINE SIMULATOR

The image shows a screenshot of a Turing Machine Simulator interface. At the top, the title "TURING MACHINE" is displayed in a large, outlined font. Below the title, there are two buttons: "Accesso" and "Iscriviti". The main interface is divided into several sections:

- Inserisci:** A text input field for entering the initial tape configuration.
- Passaggi: 0:** A label indicating the current step of the simulation.
- Stato: q0:** A label indicating the current state of the machine.
- Tape:** A horizontal row of blue cells representing the tape. The current configuration is "0 0 C 0", with a black triangle pointing to the first "0".
- Controls:** A row of buttons including a pencil icon for editing, a "Caricare" button, a play/pause button, a stop button, and a "Velocità:" slider.

TURING MACHINE SIMULATOR - OSSERVAZIONI

ESITO SIMULATORE



ESITO GIOCO



**NON ABBIAMO ANCORA CAPITO
COSA HA FATTO LA MACCHINA, MA IL
NOSTRO GIOCO HA PORTATO ALLO
STESSO RISULTATO!**



**visto che la «B» corrisponde alla
casella vuota...
LA NOSTRA MACCHINA HA
FUNZIONATO!**

**visto che la nostra macchina di carta
ha dato lo stesso risultato del
simulatore on line, LE ISTRUZIONI
SCRITTE IN ITALIANO sono le stesse
inserite nel simulatore IN
LINGUAGGIO MACCHINA.**

TURING MACHINE SIMULATOR – LA SINTASSI

Si è chiesto agli studenti di capire la sintassi del linguaggio macchina, aiutandosi con le istruzioni utilizzate nel gioco.

init: q0	q1,C	q3,C
accept: q5	q2,C,>	q4,C,<
q0,0	q2,0	q4,0
q1,X,>	q2,0,>	q4,0,<
q0,C	q2,-	q4,X
q5,-	q3,0,<	q0,X,>
q1,0	q3,0	
q1,0,>	q3,0,<	

sintassi

- init = stato iniziale
- accept = stato finale
- comandi: ognuno formato da una quintupla di istruzioni secondo la seguente struttura

[stato iniziale] , [simbolo letto]

[nuovo stato] , [nuovo simbolo] , [movimento del puntatore]

- ogni simbolo deve essere costituito da un unico carattere
- le caselle bianche devono essere indicate con il simbolo: _
- i movimenti del puntatore devono essere indicati con i seguenti simboli:

> = destra

< = sinistra

- = fermo

TURING MACHINE SIMULATOR – ANALISI

Avendo a disposizione il simulatore on line, si è chiesto di cambiare le stringhe iniziali e, analizzando le stringhe ottenute in output, cominciare a formulare delle congetture sul funzionamento della MdT simulata e su quale operazione effettuata.

Ipotesi sul funzionamento: La macchina ha 6 stati, da Q0 a Q5 e ogni stato, in base alle istruzioni fornite alla macchina può leggere e modificare solo alcuni simboli (B, X, 0, C) e far spostare il puntatore o a destra o a sinistra.

La nostra macchina, inoltre, accetta come stringa iniziale:

- una C seguita da una sequenza di qualsiasi altri simboli (la macchina legge la C e termina subito il suo lavoro)
- una sequenza di 0 seguiti da una C
- due sequenze di 0 separate da una C

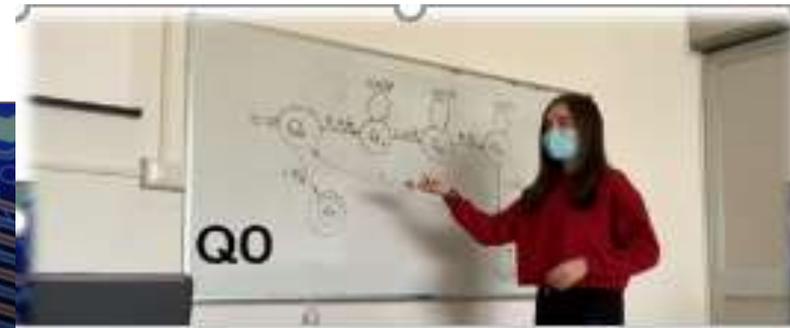
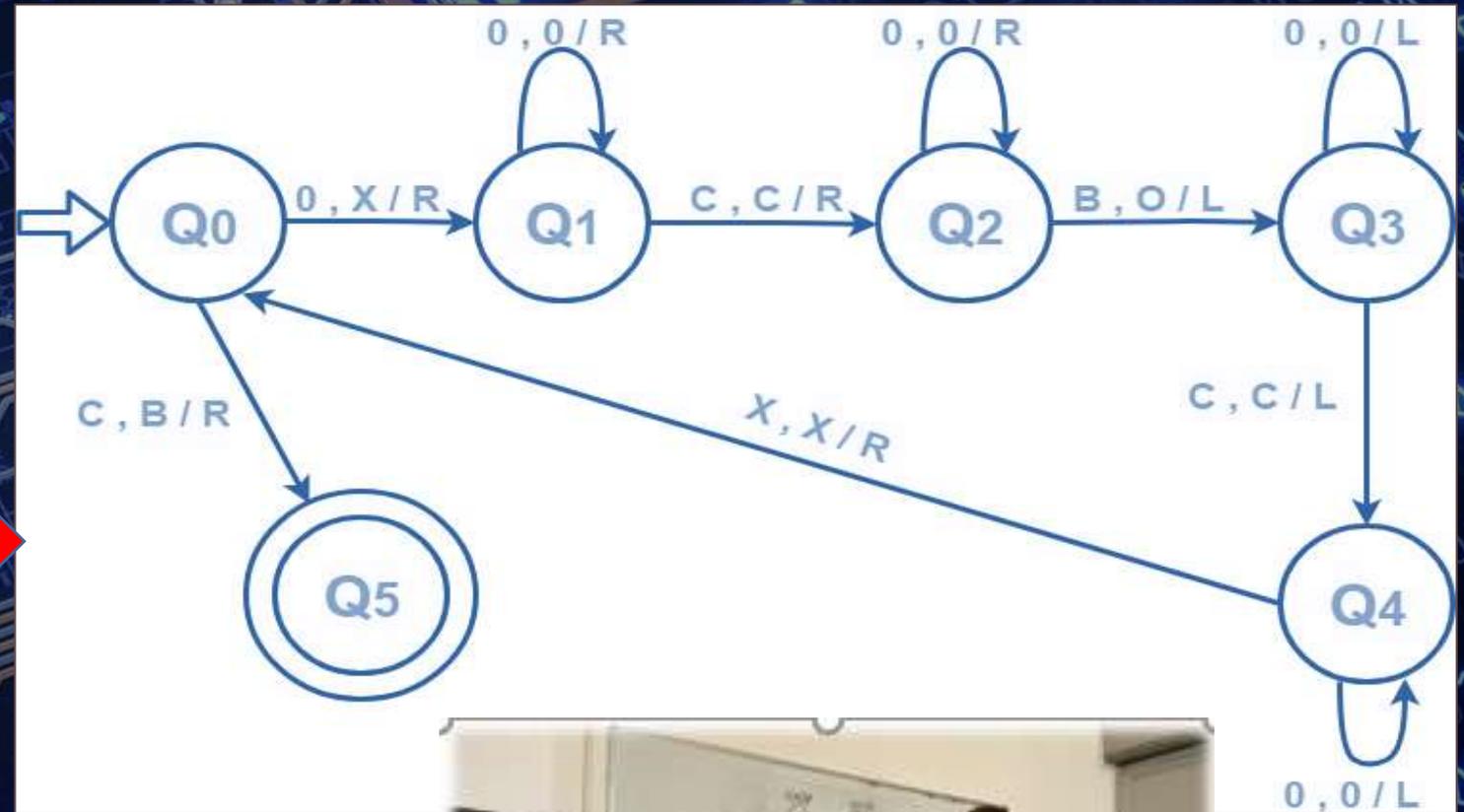
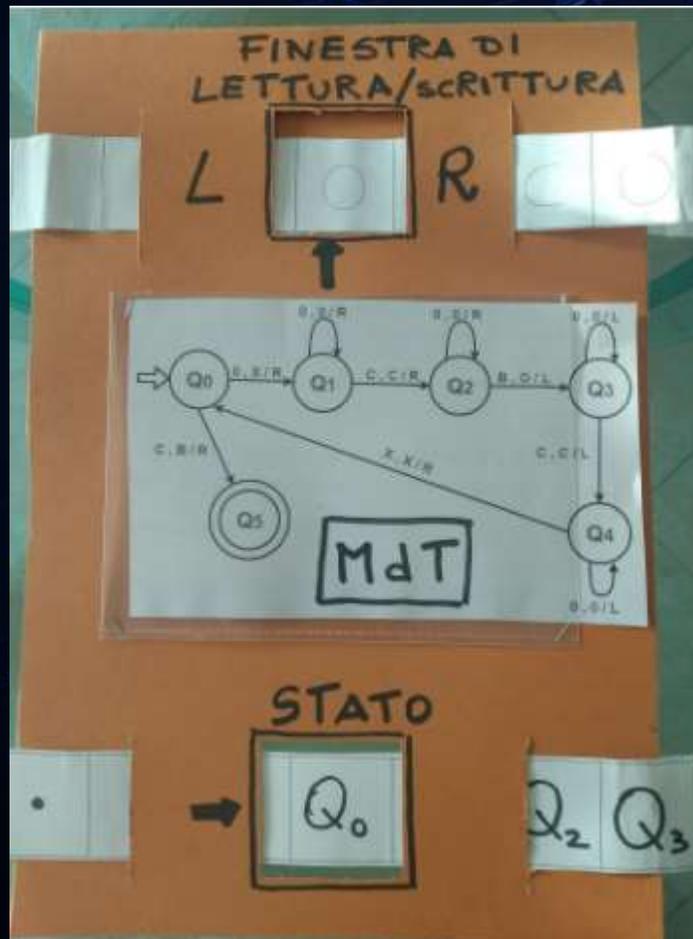


La macchina copia ogni 0 prima della C nelle caselle vuote dopo la sequenza di 0 che segue la C, sostituisce ad ogni 0 copiato una X e, terminati gli 0 che precedono la C, sostituisce la C con una casella vuota.

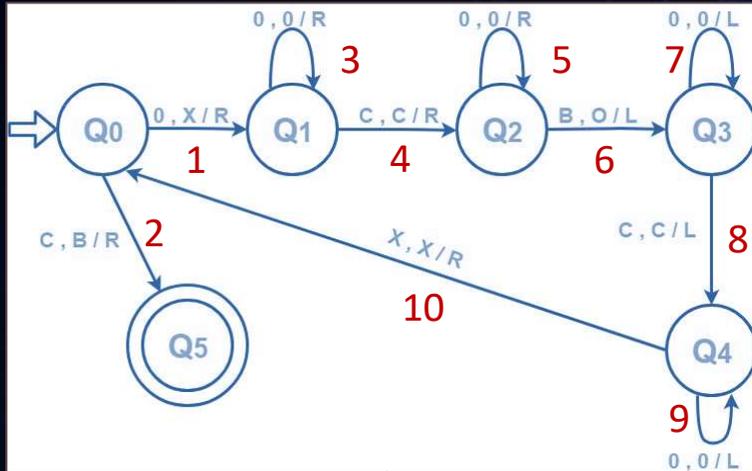
È UNA MACCHINA ADDIZIONATRICE!

LA MDT IN UN GRAFO

È arrivato il momento di capire cosa rappresenta il grafo presente sulla macchina di carta



CONFRONTO TRA I DIVERSI LINGUAGGI



Dal grafo al linguaggio della macchina e ritorno, passando attraverso il linguaggio verbale

Istruzione nel grafo	Istruzione a parole	Istruzione nel linguaggio macchina
	Se Q ₀ riceve 0, lo 0 diventa X, il puntatore si sposta a destra e la macchina passa allo stato Q ₁ .	q ₀ ,0 q ₁ ,X,>
	Se Q ₀ riceve la C, la C diventa una B (una casella vuota), il puntatore si sposta a destra e la macchina passa allo stato Q ₅ , che termina il lavoro della macchina	q ₀ ,C q ₅ ,->
	Se Q ₃ riceve 0, lo 0 non varia, il puntatore si sposta a sinistra e la macchina rimane nello stato Q ₃ .	q ₃ ,0 q ₃ ,0,<

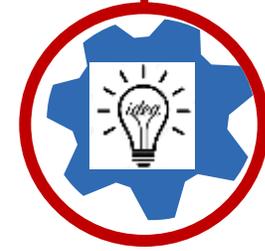
init: q ₀	q ₁ ,C	q ₃ ,C
accept: q ₅	q ₂ ,C,>	q ₄ ,C,<
q ₀ ,0	q ₂ ,0	q ₄ ,0
q ₁ ,X,>	q ₂ ,0,>	q ₄ ,0,<
q ₀ ,C	q ₂ ,_	q ₄ ,X
q ₅ ,->	q ₃ ,0,<	q ₀ ,X,>
q ₁ ,0	q ₃ ,0	
q ₁ ,0,>	q ₃ ,0,<	

UNA MDT PIÙ COMPLESSA

***DAL GRAFO AL
CODICE***

***GESTIRE LA
MACCHINA***

***INVENTARE
NUOVE
MACCHINE***



ANALISI DEL GRAFO DELLA NUOVA MDT

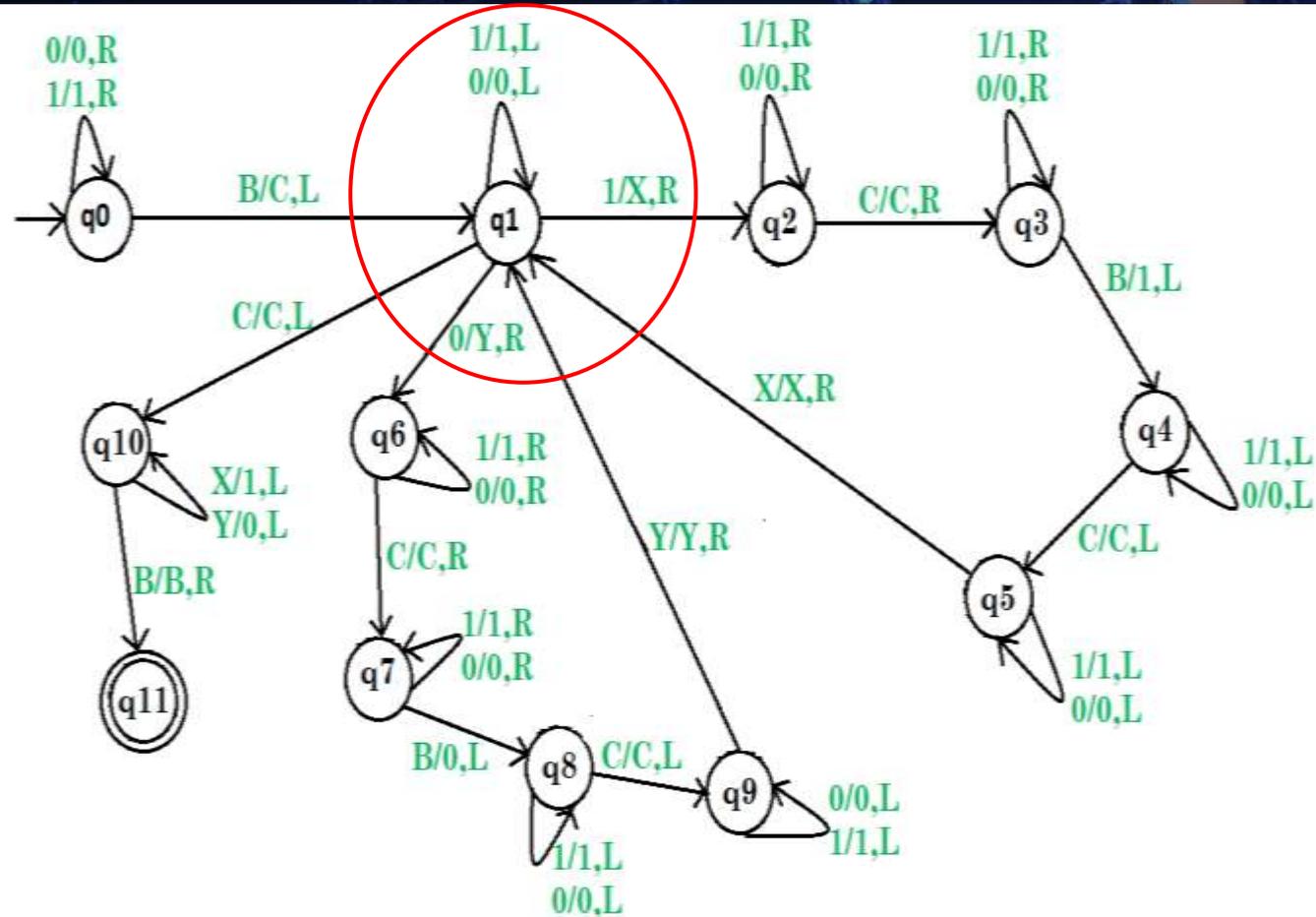
È stata consegnata una scheda con il seguente grafo e si è chiesto di

- individuare analogie e differenze con il grafo della MdT addizionale,
- scrivere in linguaggio macchina le istruzioni fornite.

Analisi del nuovo grafo

simboli : 0, 1, B, C, X, Y

stati: gli stati sono 12, da q0 a q11



Leggendo il grafo provando a riportare le istruzioni nel linguaggio macchina **ci rendiamo conto che sono presenti due comandi contraddittori relativi allo stato q1**

Riportando le istruzioni complete sul **simulatore** questo **dà errore** proprio in corrispondenza di tali comandi

q1,1
q1,1,<

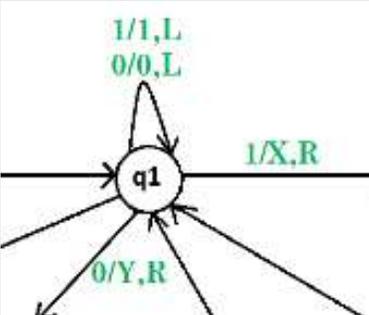
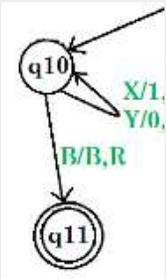
q1,1
q2,X,>

q1,0
q1,0,<

q1,0
q6,Y,>

C'è un errore!

DALLA CORREZIONE DELL'ERRORE AD UNA MDT

Osservazioni	Correzioni	A livello pratico	Sul grafo
Dal grafo si evince che allo stato q1 sono associati più comandi da eseguire in medesime situazioni.	Eliminazione dei comandi $q1,1$ $q1,1 <$ e $q1,0$ $q1,0 <$	Lo stato q1 deve eseguire un solo comando se riceve 1 o 0	
la macchina si blocca allo stato q10	Sostituzione del comando $q10,b$ $q11,-$ con $q10,c$ $q11,-$	Lo stato q10 chiama lo stato q11 (che blocca la macchina) se riceve C	

TURING MACHINE

Copiatrice ultima cifra

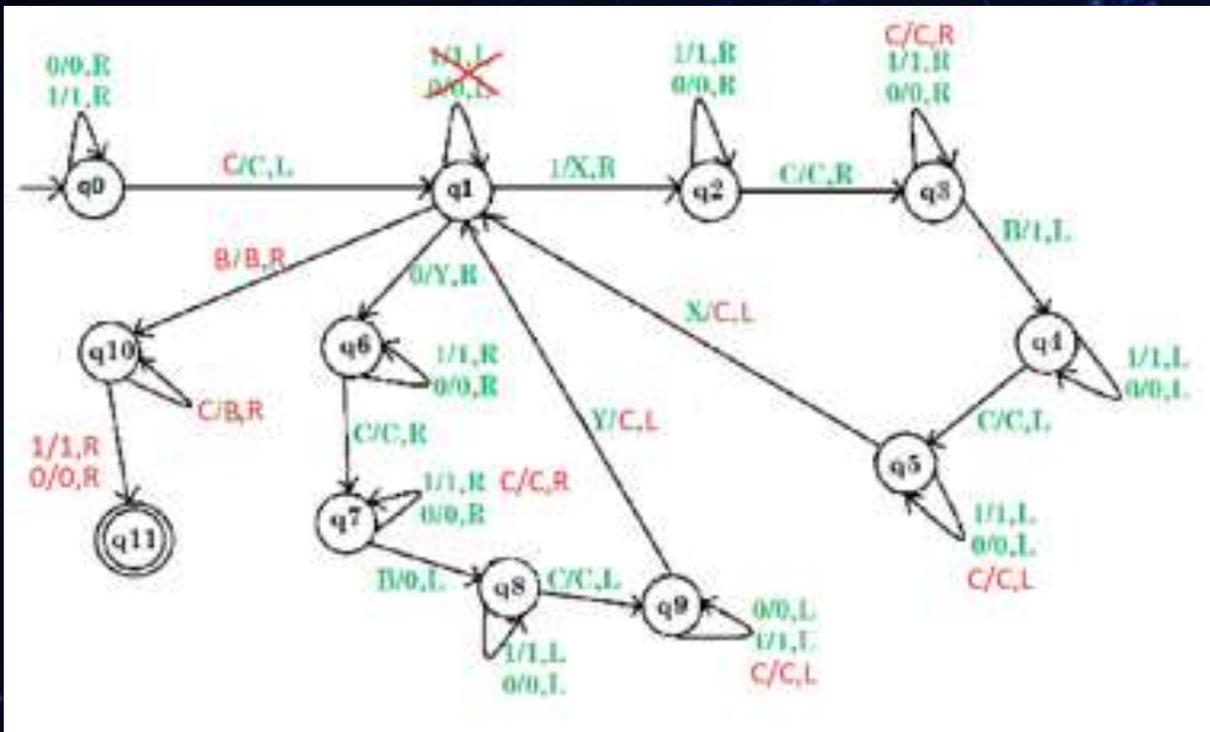
Steps: 7 State: q2

0 1 0 1 X C

01011 Load ▶ ⏸ ■ ▶ Speed:

**COPIATRICE
ULTIMA CIFRA**

DALLA CORREZIONE DELL'ERRORE AD UNA MDT



init: q0	q3,1	q6,C	q8,0
accept: q11	q3,1,>	q7,C,>	q8,0,<
q0,0	q3,0	q4,1	q8,C
q0,0,>	q3,0,>	q4,1,<	q9,C,<
q0,1	q3,_	q7,1	q9,C
q0,1,>	q4,1,<	q7,1,>	q9,C,<
q0,C	q3,C	q7,0	q10,C
q1,C,<	q3,C,>	q7,0,>	q10,_>
q1,1	q4,0	q7,_	q10,1
q2,X,>	q4,0,<	q8,0,<	q11,1,-
q1,0	q4,C	q7,C	q10,0
q6,Y,>	q5,C,<	q7,C,>	q11,0,-
q1,_	q5,X	q9,Y	
q10,_>	q1,C,<	q1,C,<	
q2,C	q5,C	q8,1	
q3,C,>	q5,C,<	q8,1,<	

TURING MACHINE

Copiatrice che ribalta

Steps: 48

State: q3

0 X C C C C 0 1 1 1 0

01011C01

Load



Speed:



MACCHINA RIBALTATRICE

CORREGGERE L'ERRORE PER OTTENERE UNA MDT COPIATRICE

GESTIRE LA MACCHINA

Ci è stato assegnato il compito di creare una «**copiatrice**» (funzione originale del secondo grafico senza errori), ovvero una macchina in grado di *copiare la stringa di codice* inserita come input.

Anche questa è stata **costruita da zero** grazie all'esperienza accumulata.

Scrivendo uno stato alla volta, uno per ogni compito, e correggendo gli errori grazie al simulatore, siamo riusciti a scrivere il codice.

- La macchina inizia il lavoro ponendo una **C** per *dividere il codice iniziale* da quello che sarà la copia.
- Attraverso gli stati successivi facendo avanti e indietro **copia un elemento alla volta** partendo da quello più a sinistra.
- Gli 0 e 1 iniziali vengono *sostituiti da X e Y*. Per concludere l'operazione un ultimo stato è necessario per ritrasformare X e Y in 0 e 1.

TURING MACHINE

Copiatrice 6 stati

Steps: 41

State: q2

X Y X 1 1 C 0 1

01011

Load

Speed:

DA QUI...ALTRE MDT, PARTENDO DA ZERO



La macchina *Addizionatrice Binaria* si compone di 6 stati che operano simultaneamente su tre nastri.



**ADDIZIONATRICE
BINARIA**

LA MACCHINA CRIPTATRICE / DECRYPTATRICE E LA SCACCHIERA DI POLIBIO

ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΚΛΜΝΞΟΠΡΣΤΥΦΧΨΩ					
	α	β	γ	δ	ε
α	A	B	Γ	Δ	E
β	Z	H	Θ	I	K
γ	Λ	M	N	Ξ	O
δ	Π	P	Σ	Τ	Υ
ε	Φ	Χ	Ψ	Ω	



A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T U V W X Y Z					
	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I	K
3	L	M	N	O	P
4	Q	R	S	T	U
5	V	W	X	Y	Z

init: q0 accept: q26	q0,F q6,2,>	q0,M q12,3,>	q0,S q18,4,>	q0,Y q24,5,>
q0,_ q26,_,-	q6,_ q0,1,>	q12,_ q0,2,>	q18,_ q0,3,>	q24,_ q0,4,>
q0,A q1,1,>	q0,G q7,2,>	q0,N q13,3,>	q0,T q19,4,>	q0,Z q25,5,>
q1,_ q0,1,>	q7,_ q0,2,>	q13,_ q0,3,>	q19,_ q0,4,>	q25,_ q0,5,>
q0,B q2,1,>	q0,H q8,2,>	q0,O q14,3,>	q0,U q20,4,>	
q2,_ q0,2,>	q8,_ q0,3,>	q14,_ q0,4,>	q20,_ q0,5,>	
q0,C q3,1,>	q0,I q9,2,>	q0,P q15,3,>	q0,V q21,5,>	
q3,_ q0,3,>	q9,_ q0,4,>	q15,_ q0,5,>	q21,_ q0,1,>	
q0,D q4,1,>	q0,K q10,2,>	q0,Q q16,4,>	q0,W q22,5,>	
q4,_ q0,4,>	q10,_ q0,5,>	q16,_ q0,1,>	q22,_ q0,2,>	
q0,E q5,1,>	q0,L q11,3,>	q0,R q17,4,>	q0,X q23,5,>	
q5,_ q0,5,>	q11,_ q0,1,>	q17,_ q0,2,>	q23,_ q0,3,>	

Da dove siamo partiti?

- A ogni lettera corrispondono due numeri; i quali indicano rispettivamente la riga e la colonna nelle quali essa è collocata all'interno della scacchiera.
- Per questo è necessario inserire uno spazio vuoto fra le lettere dei messaggi considerati.

Questo primo codice, una volta inserito nel simulatore online, permette alla macchina di criptare i messaggi sulla base della scacchiera di Polibio.

- Grazie alle nostre istruzioni la macchina funziona nel seguente modo:
- Lo stato q0 può ricevere tutte le lettere dell'alfabeto (presenti nella scacchiera)
 - Le trasforma nel primo numero corrispondente alla lettera stessa (quello della riga)
 - Passa ad un altro stato, diverso per ogni lettera ricevuta, e sposta il cursore a destra.
 - Questo nuovo stato legge lo spazio vuoto e lo trasforma nel secondo numero corrispondente alla lettera (quello della colonna)



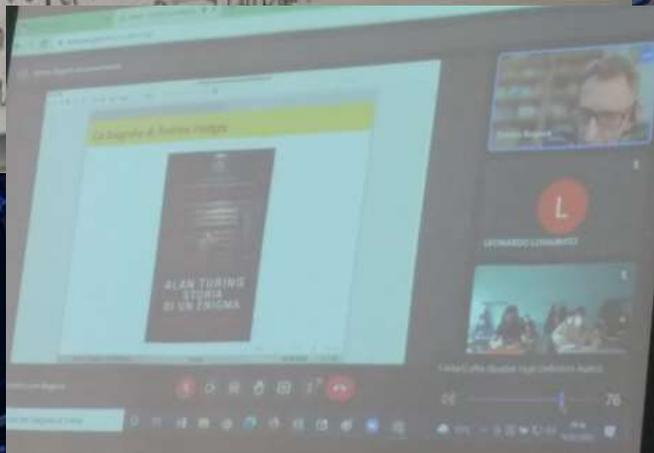
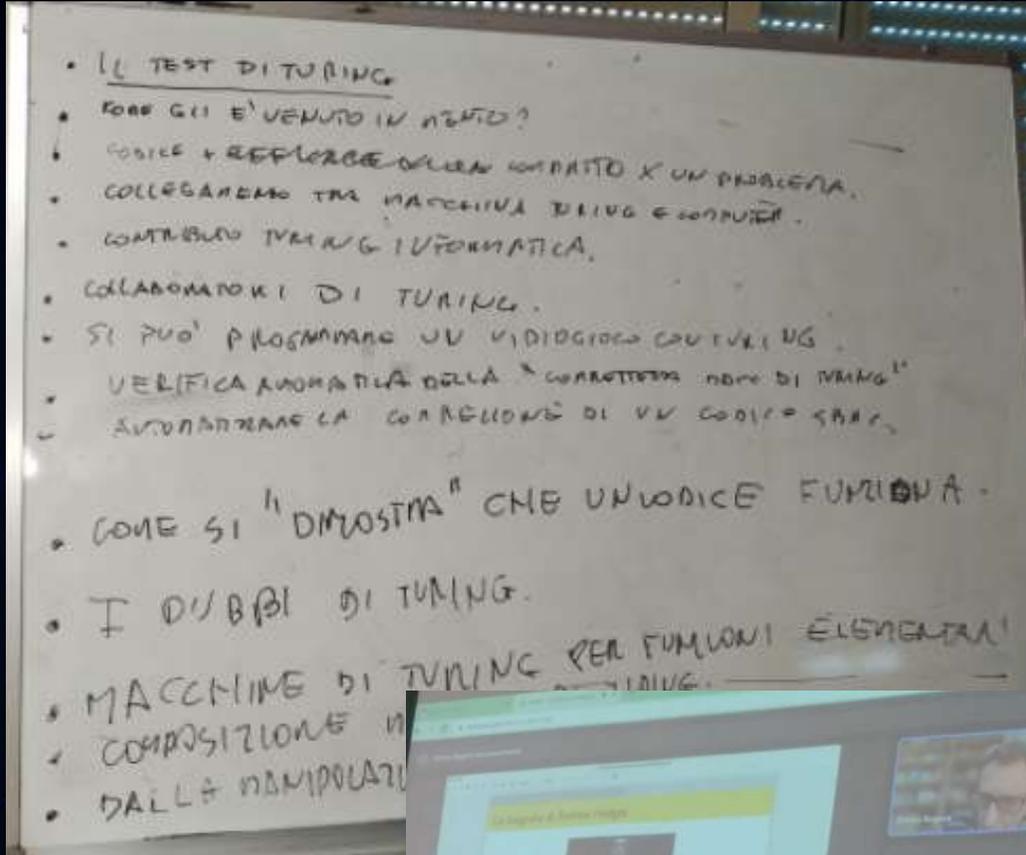
IL NOSTRO VIAGGIO ALLA SCOPERTA DELLA MACCHINA

Considerazioni finali





CONSIDERAZIONI FINALI DEGLI STUDENTI



Il progetto è stato profondamente formativo, ci è stata data la possibilità di

- capire il funzionamento di una MdT attraverso l'esperienza e la scoperta;
- scoprire nuovi linguaggi;
- sperimentare l'importanza di lavorare in gruppo;
- dare voce anche alla nostra parte creativa, rendendo il lavoro originale e divertente;
- capire l'importanza di porci domande;
- fronteggiare incertezze e ambiguità;
- non mollare di fronte ad ostacoli e problemi, ma affrontarli insieme per risolverli;
- confrontarci con un professore universitario.

Online Turing Machine Emulator

login sign up

TURING MACHINE

Untitled

Steps: 36 State: q30 Accepted (View output)

GRAZIE PER L'ATTENZIONE

Load

Speed: [Slider]

Example + Tutorial - Info -

```
000 q04, b, <
001
002 q24, E
003 q24, E, <
004
005 q24, T
006 q24, T, <
007
008 q24, T
009 q24, T, <
010
011 q24, b
012 q24, b, >
013
014 q24, '
015 q24, ', <
016
017 q24, L
018 q30, L, >
```

Email:
e.possamai@liceonomentano.edu.it