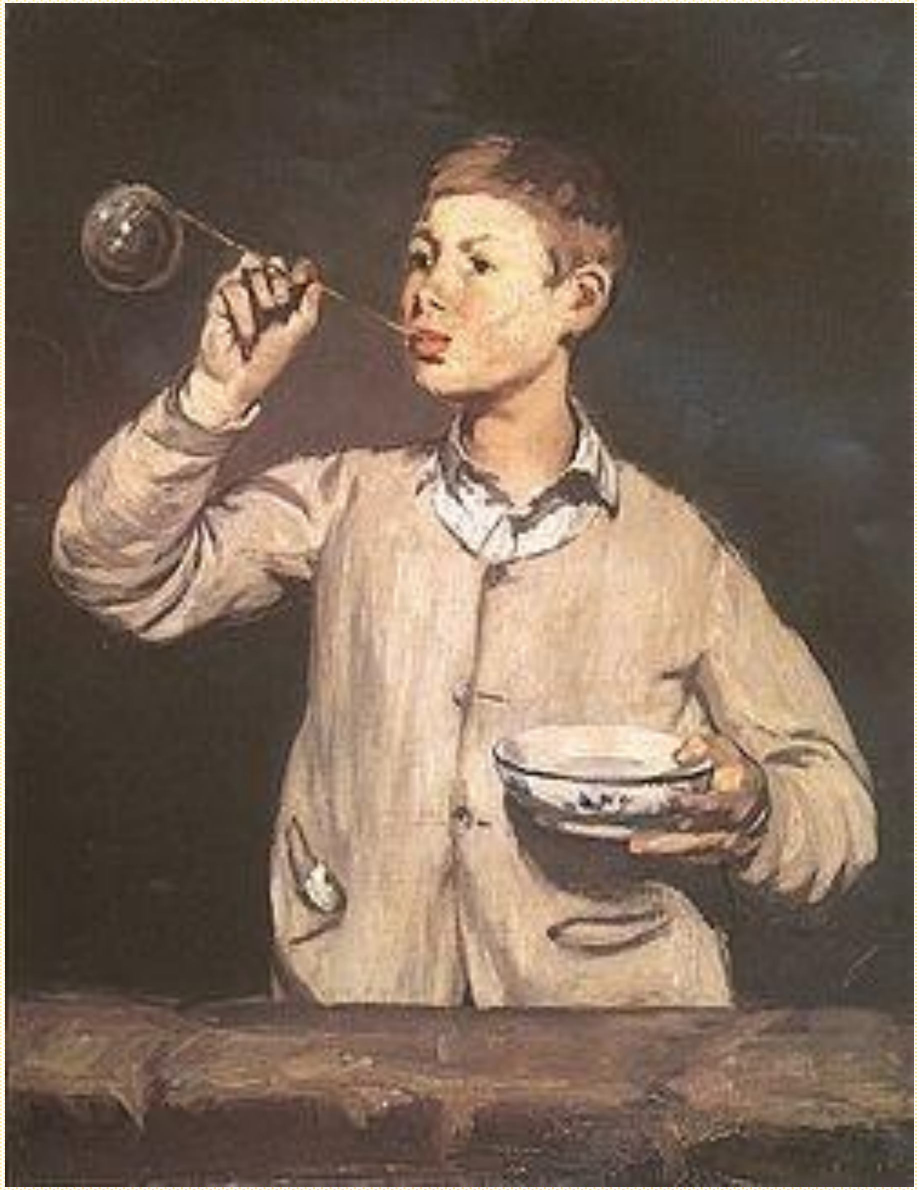
Liceo Matematico

CONVEGNO DEI LICEI MATEMATICI - **5 aprile 2022**

BOLLE DI SAPONE
TRA ARTE E MATEMATICA

CLASSI IC E IIC- Liceo Scientifico «A.Volta» Colle di Val d'Elsa (SI)



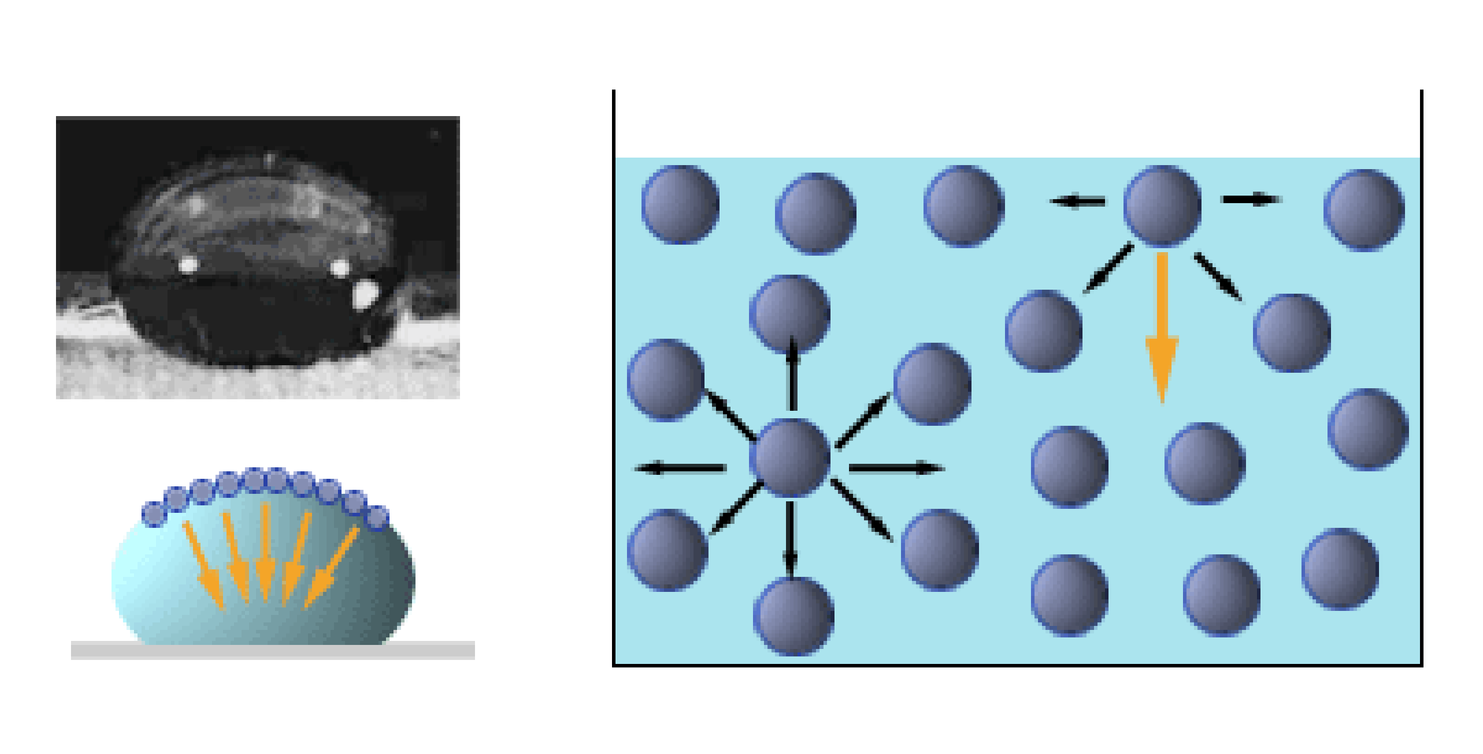
E. Manet - Les Bulles de savon- 1867
Museu Calouste- Gulbenkian di Lisbona

In piccole canne di paglia
intinte in soluzione acquosa
soffiavo nell'aria pianeti in
miniatura destinati a scoppiare
senza bang. Rimaneva un
amaro respirato e una ciotola
di noia da dimenticare.

Valeria Marchiafava (1991)

Perché ha una forma sferica?

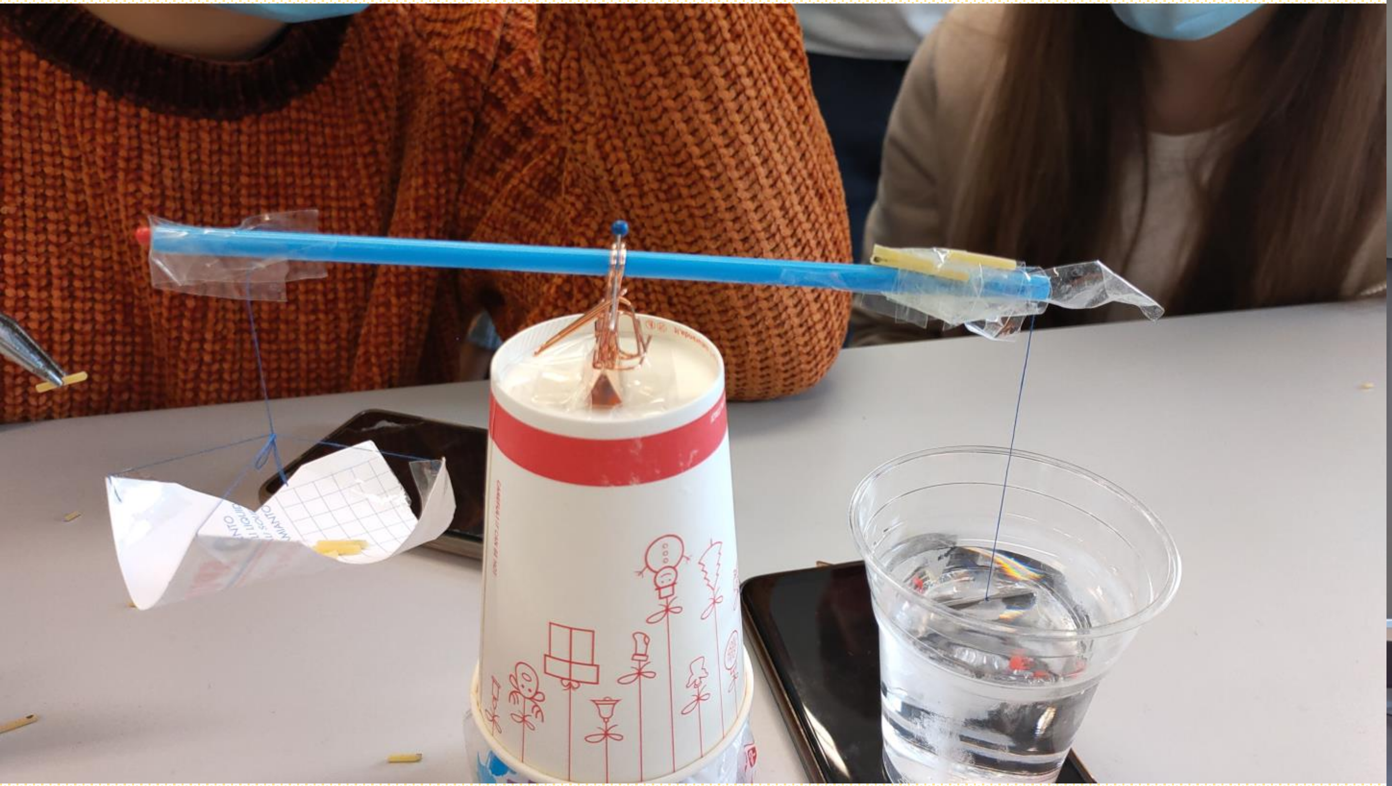
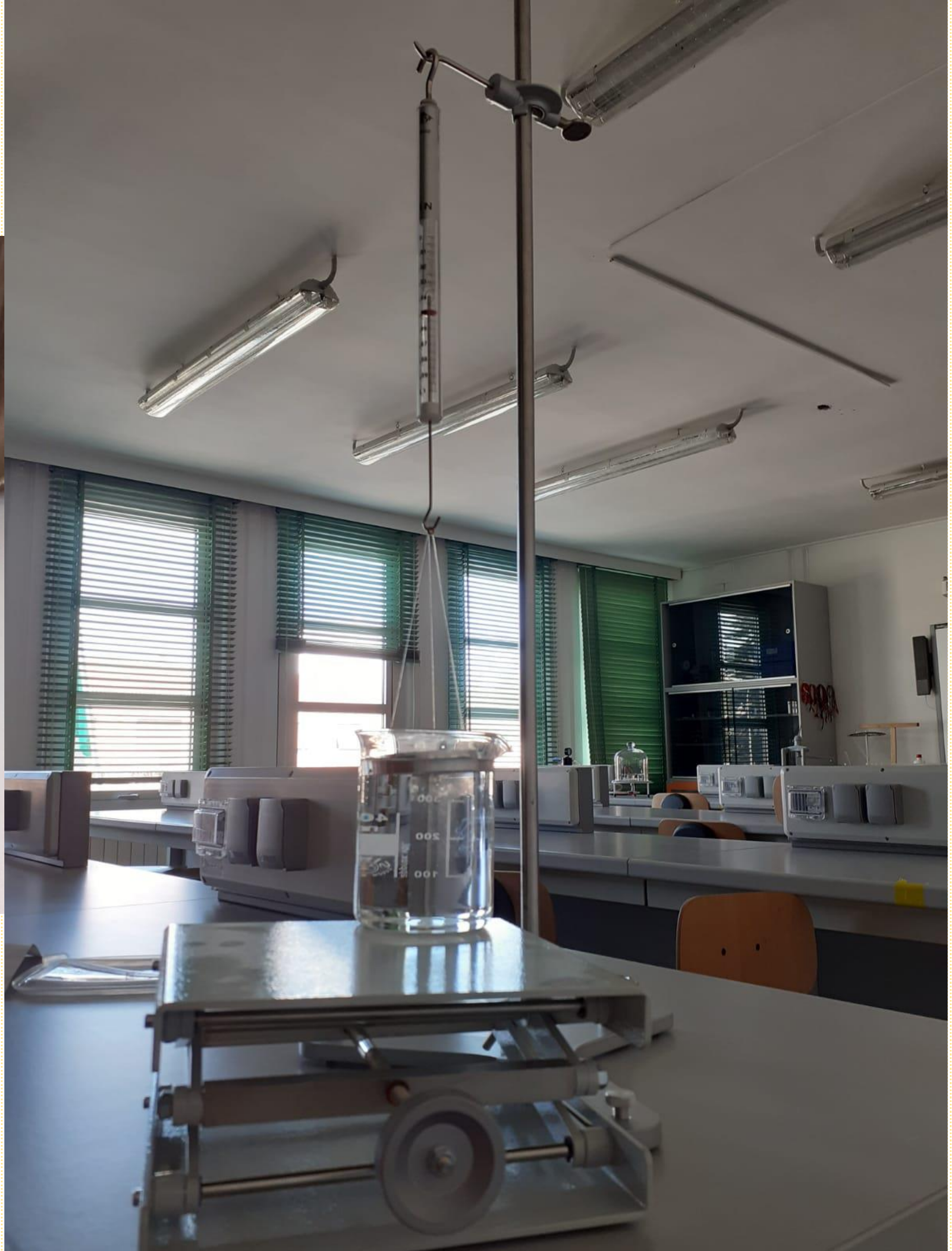
LA TENSIONE   SUPERFICIALE

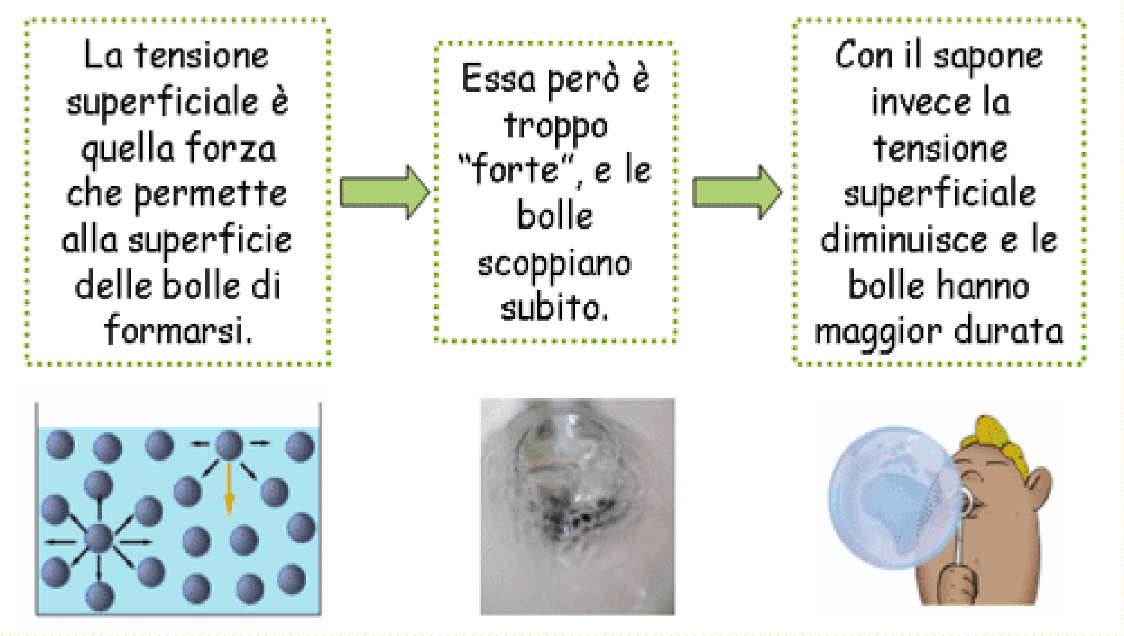


Le molecole che si trovano sulla superficie sono attratte (forza di coesione) solo verso il basso.
Si forma allora una "**pellicola elastica**" che riesce a sorreggere corpi leggeri.
La forza che crea tale pellicola prende il nome di **tensione superficiale**.

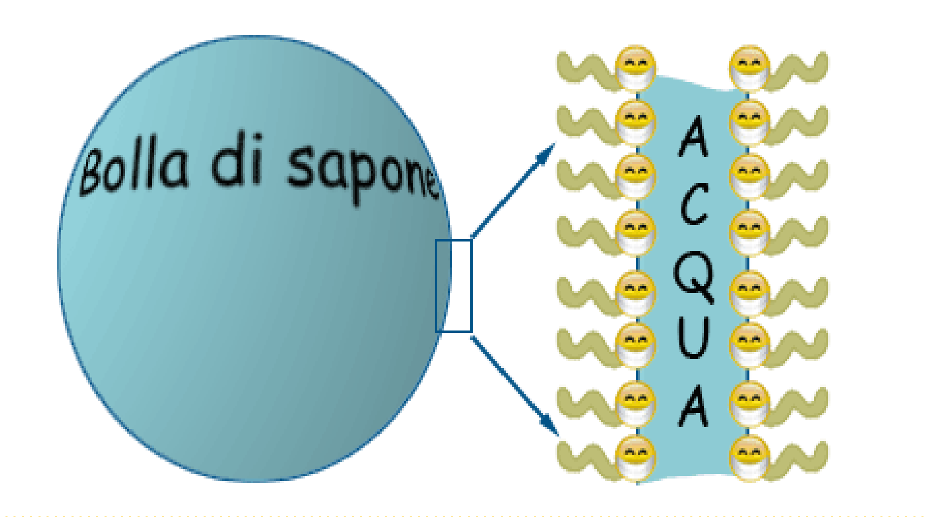

300ml
±5%


300ml
±5%

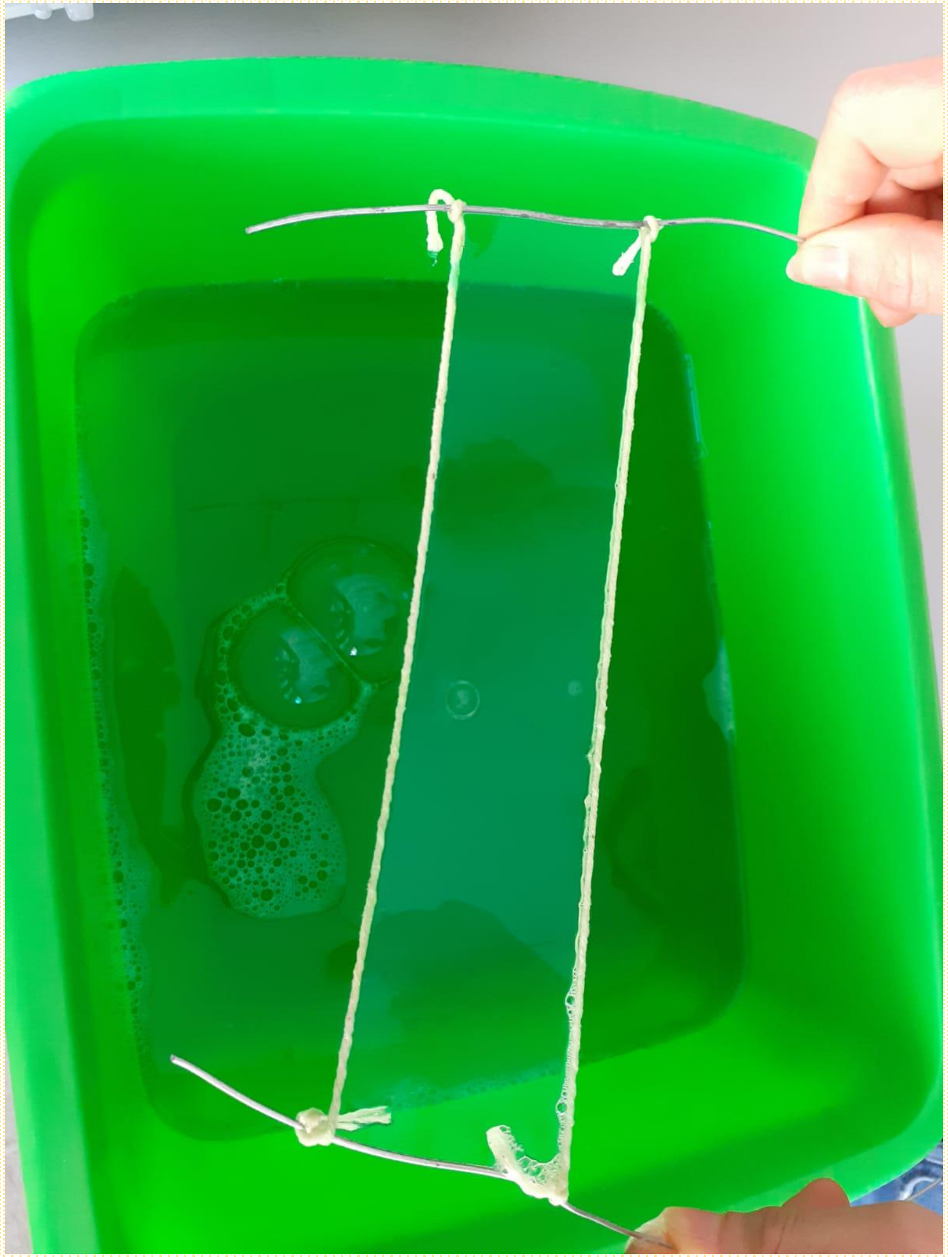
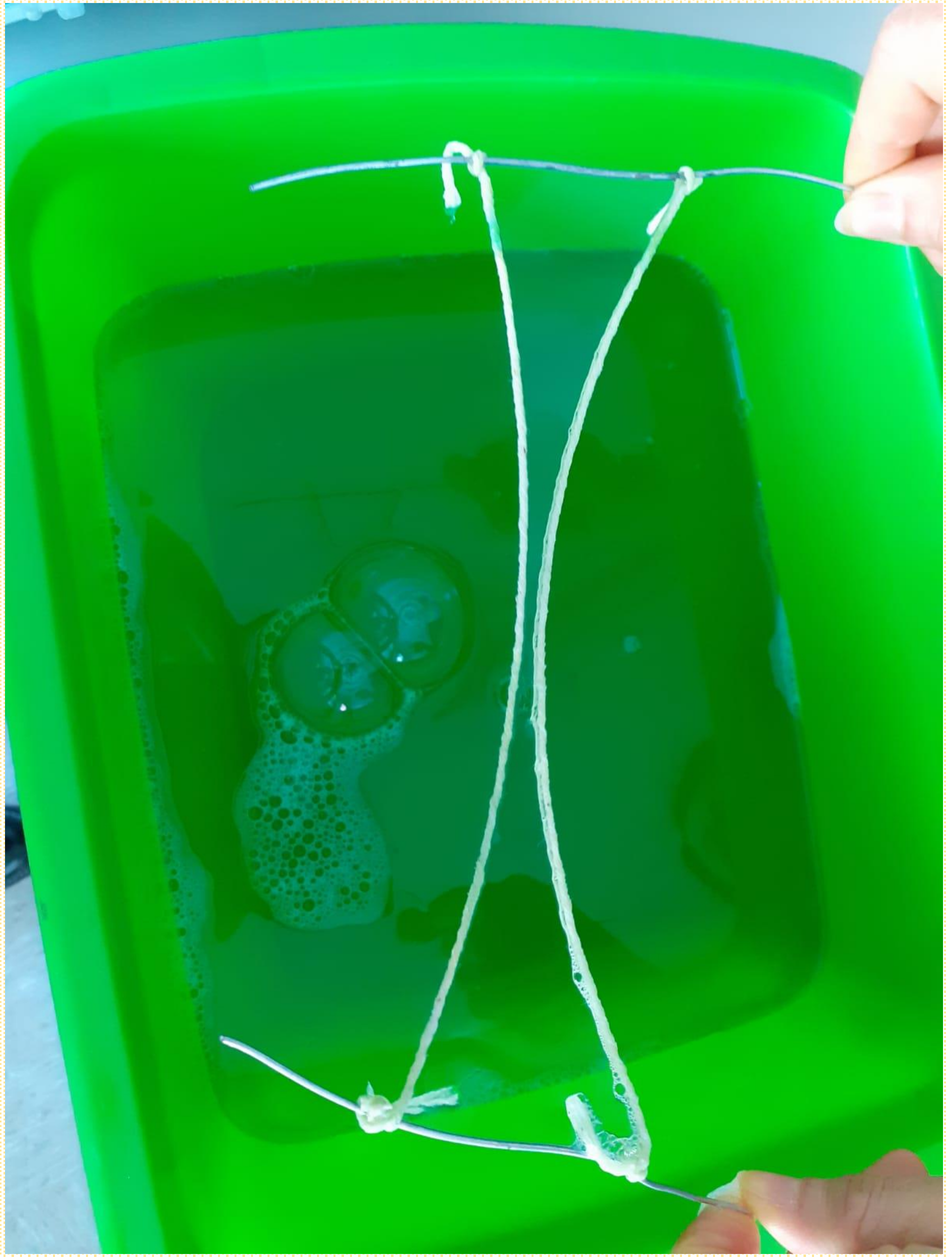



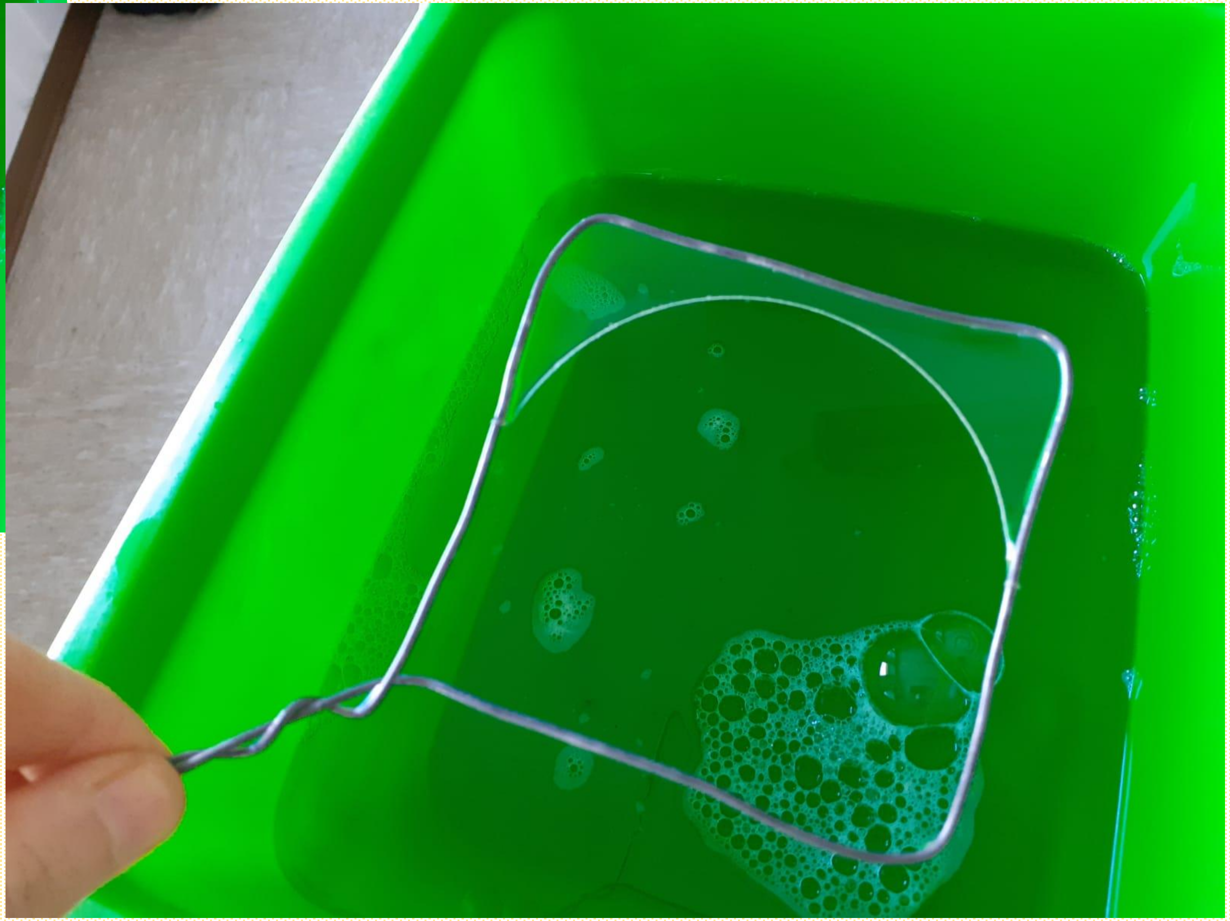


Una bolla di sapone è costituita da una sottile pellicola d’acqua racchiusa tra due strati di molecole di sapone. Questi due strati formano una specie di "**coperta**" che rende stabile la bolla. Infatti questa "coperta", da una parte, **diminuisce la tensione superficiale**, dall’altra **evita l’evaporazione**.



La lamina di sapone si dispone a formare una superficie la cui **area** sia la **minima possibile** tra quelle **aventi quel dato contorno**. Questo avviene perché la **tensione superficiale** della lamina saponata tende a ridurne il più possibile l'estensione.

Quindi Dido commossa, ordine occulto
Di fuggir tenne, e d'adunar compagni;
che molti n'adunò, parte per odio,
parte per tèma di sì rio tiranno.
Le navi che trovar nel lido preste,
caricar d'oro, e far vela in un subito.
Giunsero in questi luoghi, ov'or vedrai
sorger la gran cittade e l'alta rocca
de la nuova Cartago, che dal fatto
Birsa nomossi, per l'astuta merce
che, per fondarla, fèr di tanto sito
quanto cerchiar di bue potesse in tergo.

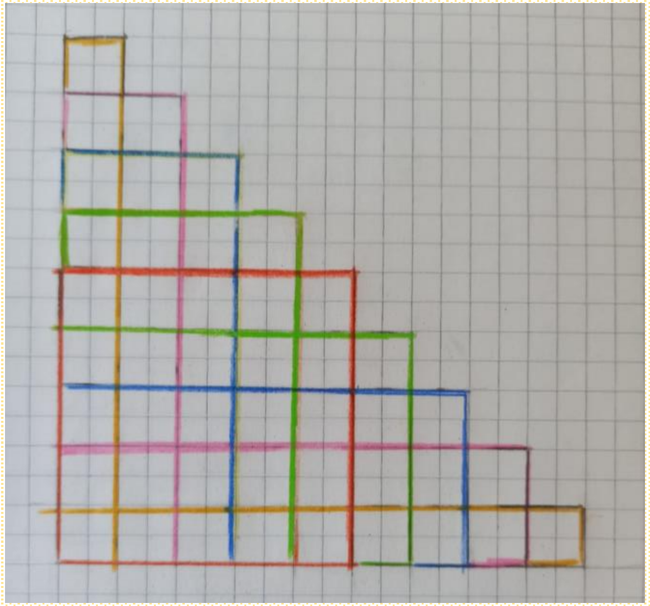
ENEIDE, LIBRO I, versi 360-368

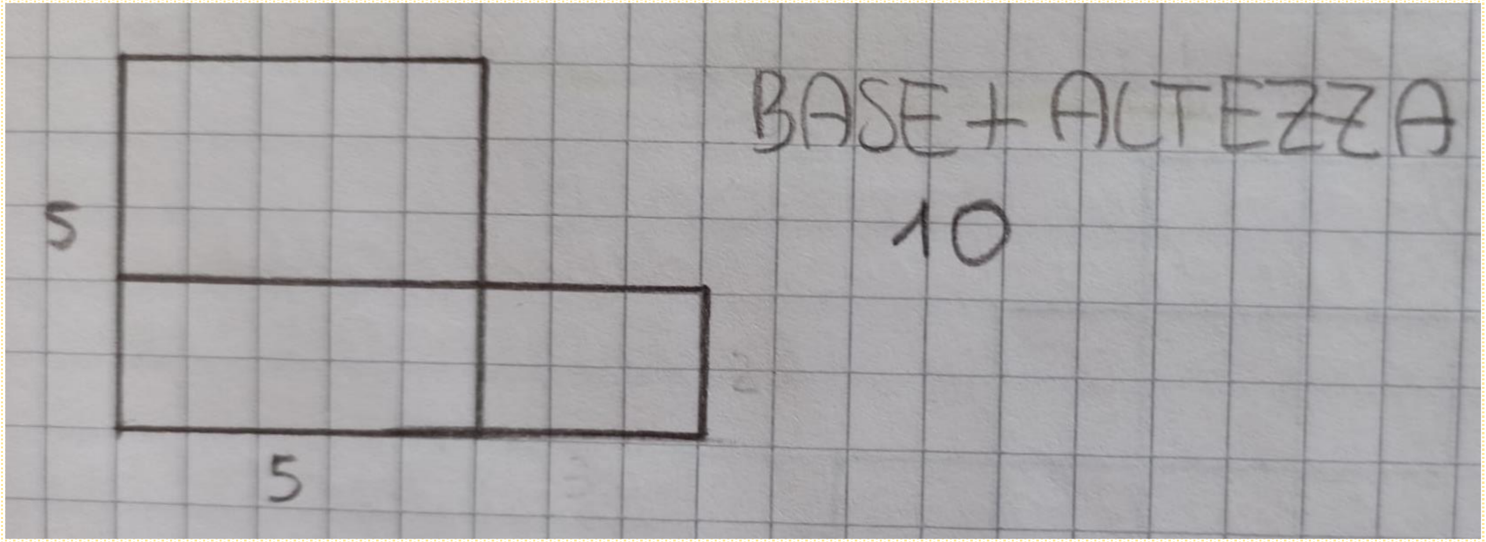
Lord Kelvin, disegno

FRA TUTTE LE FIGURE PIANE DI PERIMETRO PREFISSATO QUAL È QUELLA DI AREA MASSIMA?

Docente: Proviamo a semplificare il problema e limitiamoci a considerare i **rettangoli di <u>perimetro prefissato</u>.**

Strumenti: foglio quadrettato, Geogebra
Attività: in piccoli gruppi (2/3 studenti)
- Prima analisi del problema mediante disegni su carta
- Lavoro su Geogebra guidato (**scheda 1** fornita da insegnante)





PROBLEMA ISOPERIMETRICO

FRA TUTTI I RETTANGOLI AVENTI LO STESSO PERIMETRO NE ESISTE UNO DI AREA MASSIMA? QUAL E'?

GUIDA ATTIVITA'

1) Supporre inizialmente che il perimetro sia 20 cm.
Costruire con Geogebra un qualunque rettangolo avente perimetro 20 unità.
Descrivere, passo per passo, la procedura seguita per costruire il rettangolo utilizzando la seguente tabella.

PASSI DELLA COSTRUZIONE	PROPRIETÀ GEOMETRICHE CORRISPONDENTI
• AB segmento di lunghezza 5 • Rette per A e per B perpendicolari ad AB • circonferenza di centro A e raggio 5 • D intersezione fra circonferenza e retta per A • retta per D parallela a AB	• DA ⊥ AB • CB ⊥ AB • DC // AB

2) Utilizzare uno slider in modo da ottenere, al variare dello slider, rettangoli con basi diverse ma di perimetro costante.
Descrivere la nuova procedura e le osservazioni nelle seguenti tabelle:

PASSI DELLA COSTRUZIONE	PROPRIETÀ GEOMETRICHE CORRISPONDENTI
• Slider b per la base • AB segmento di lunghezza b • circonferenza di centro A e raggio p−b • D intersezione fra circonferenza e retta per A ⊥ AB • retta per D parallela ad AB	• DA ⊥ AB • CB ⊥ AB • DC // AB • perimetro costante = 2 p

SCRIVERE QUI IL VALORE MINIMO E IL VALORE MASSIMO CHE È STATO ASSEGNATO ALLO SLIDER MOTIVANDO LA SCELTA:

b da 0 a 10

sia la base che l'altezza possono variare da 0 a 10.

ANALIZZARE LE PROPRIETA' ROBUSTE DELLA COSTRUZIONE

COSA MUOVO CON IL MOUSE?	COSA SI MUOVE? COSA CAMBIA?	PROPRIETÀ GEOMETRICHE CHE NON CAMBIANO(*)
lo slider b	la base e l'altezza del rettangolo	il perimetro non cambia

3) Utilizzare la barra di inserimento algebra per calcolare l'area del rettangolo.

Scrivere qui sotto la formula per il calcolo dell'area del rettangolo che è stata scritta nella barra di inserimento

FORMULA INSERITA NELLA BARRA DI INSERIMENTO	VARIABILI UTILIZZATE
$A = b \cdot (10-b)$	b

4) Visualizzare il grafico della funzione che esprime l'area in funzione della variabile indipendente scelta e individuare per quale valore della variabile indipendente utilizzata si ottiene l'area massima.

Scrivere qui sotto le osservazioni e completare le richieste:

il grafico della funzione è una parabola

il valore massimo dell'Area si ha quando il rettangolo è un quadrato.

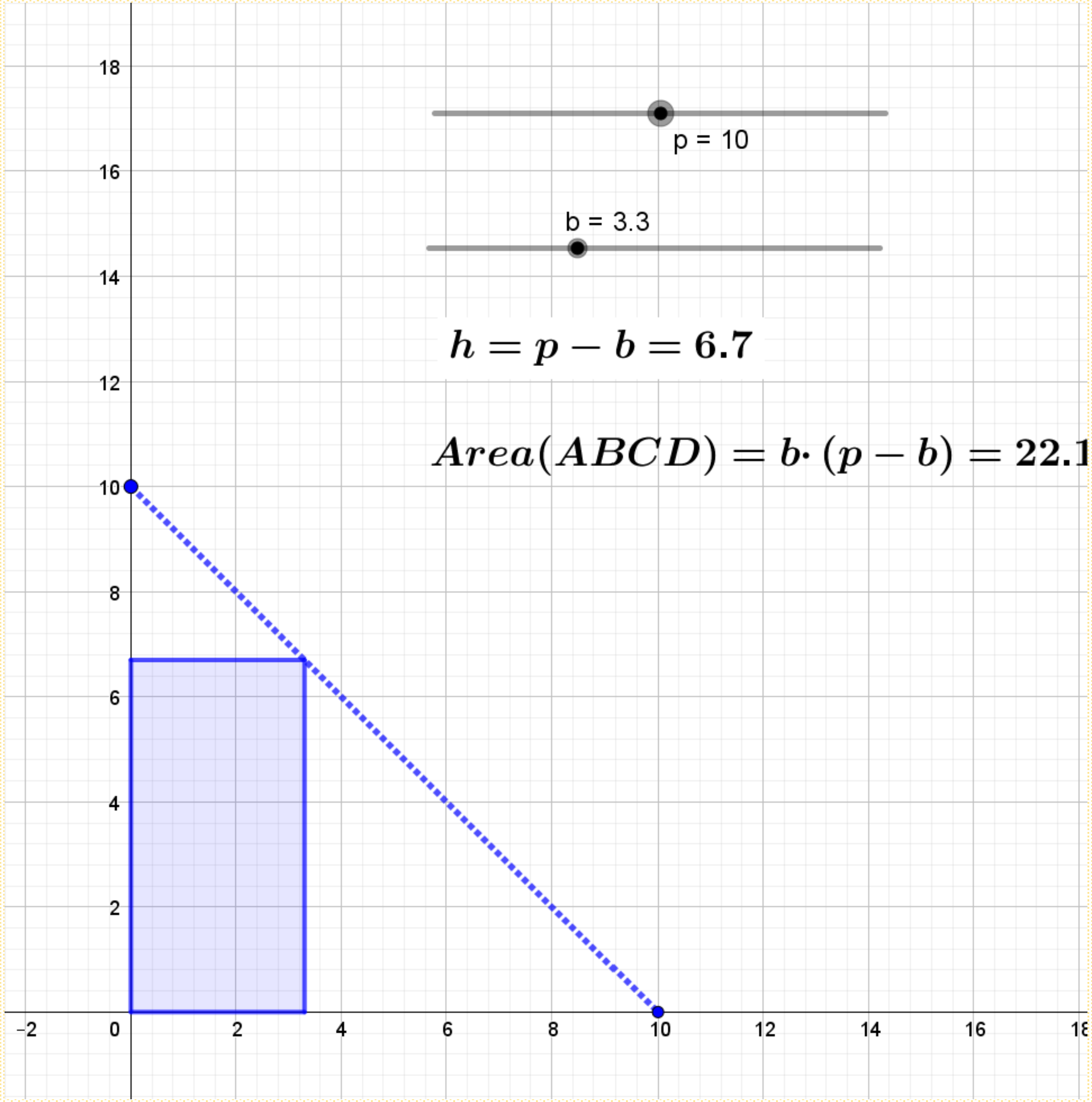
Espressione analitica della funzione che fornisce l'area del rettangolo: $y = x \cdot (10-x)$

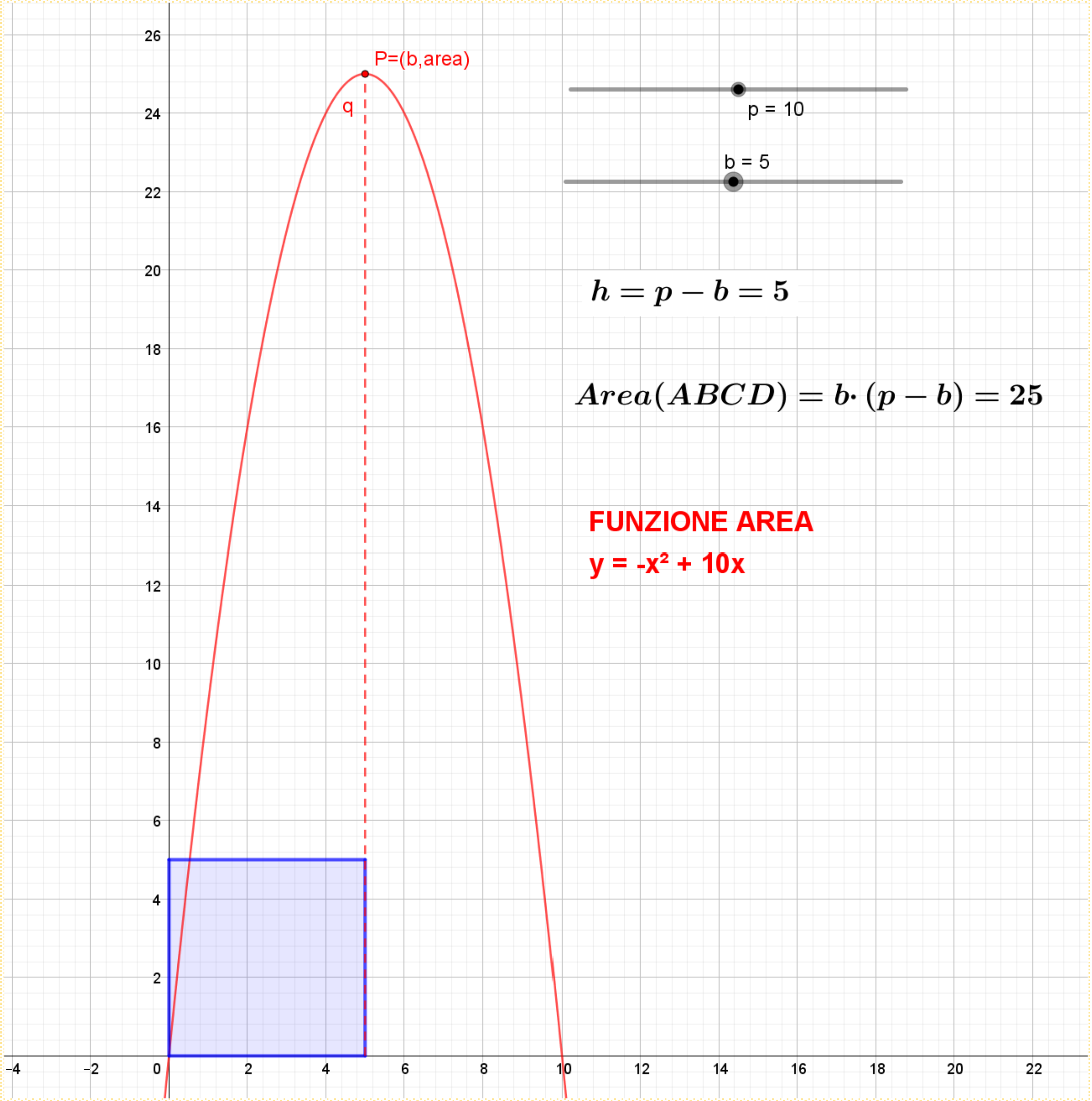
Valore della variabile indipendente per il quale l'area è massima: $x = 5$

Prova a generalizzare, scrivi l'espressione analitica della funzione Area nel caso generale di rettangoli di perimetro 2p.

$y = x \cdot (p-x)$

SOLUZIONE 1 : creazione di uno slider b che rappresenti la lunghezza della base del rettangolo





SOLUZIONE 2:

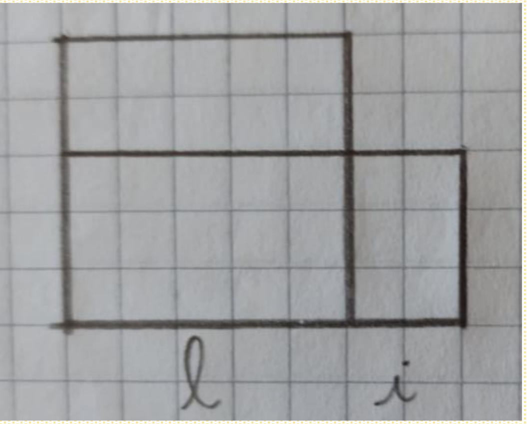
- costruzione di un quadrato di perimetro 2p=20

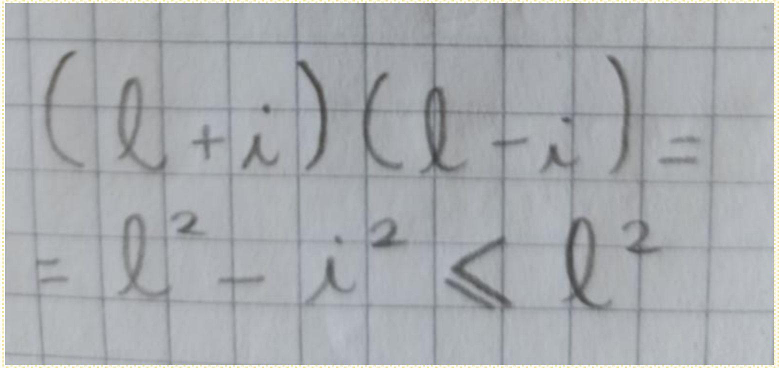
  e lato $l = \frac{p}{2}$

- creazione di uno slider **i** che rappresenti l'incremento

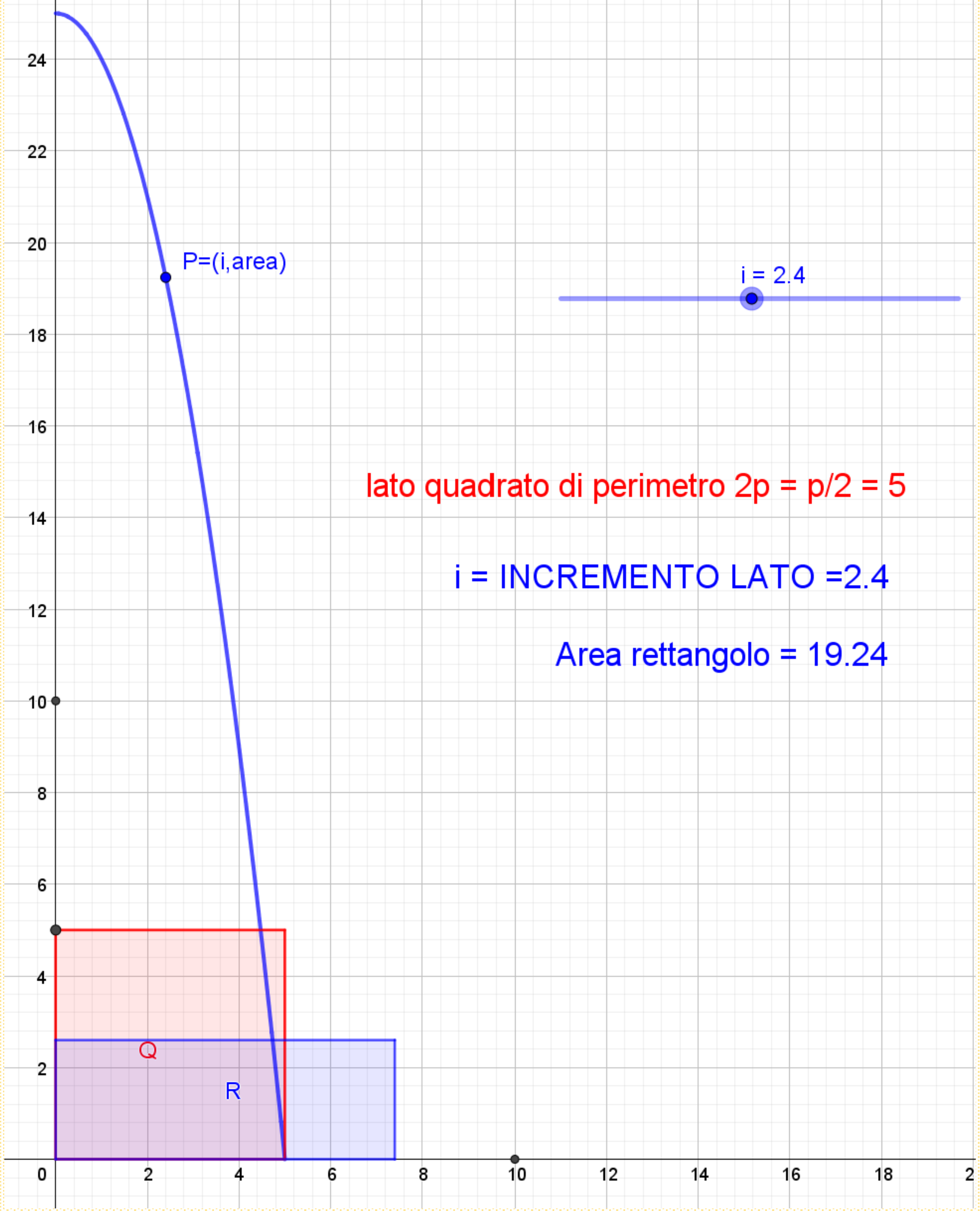
  della base del rettangolo rispetto al lato **l** del quadrato

- costruzione di un rettangolo di base $l+i$ e altezza $l-i$





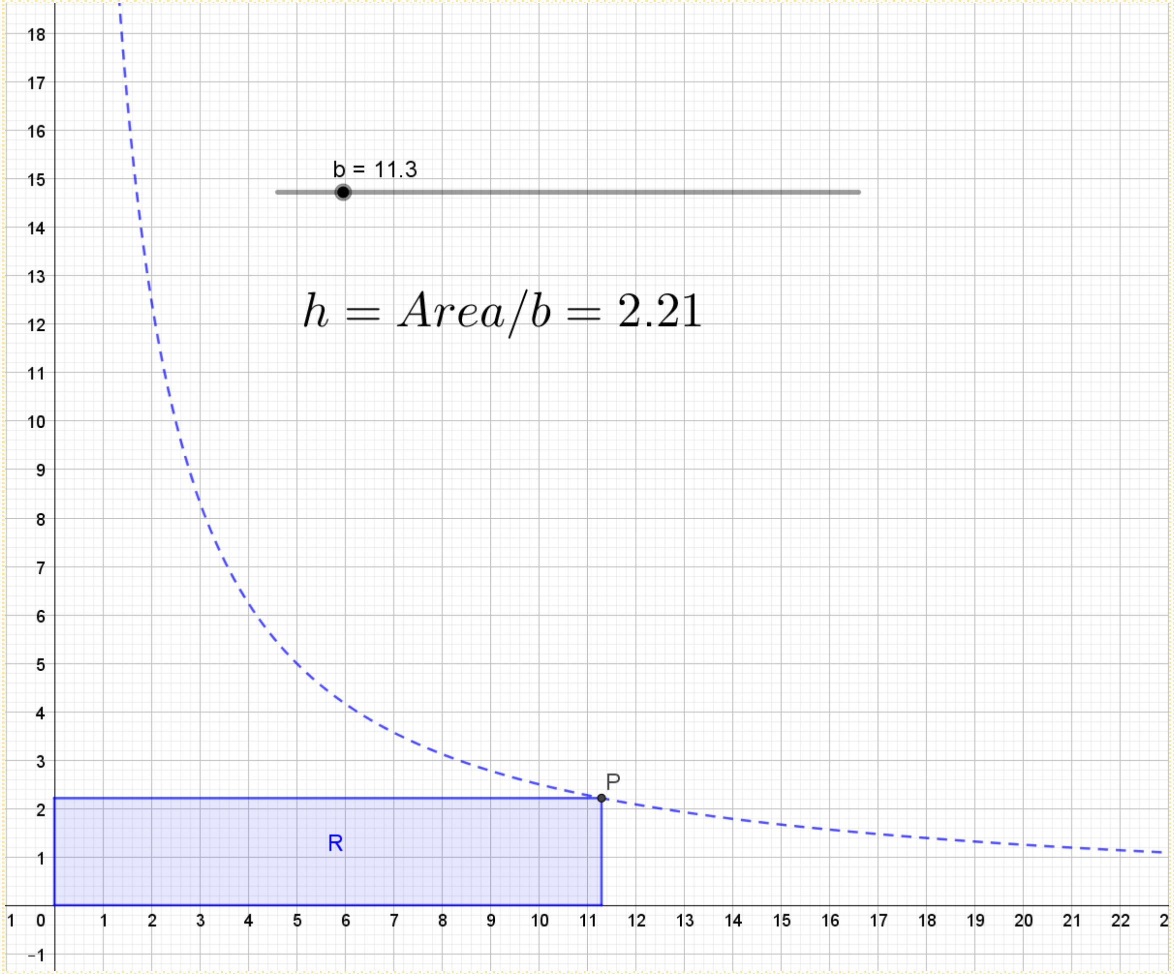
$$(l+i)(l-i) = $$
$$= l^2 - i^2 \leq l^2$$

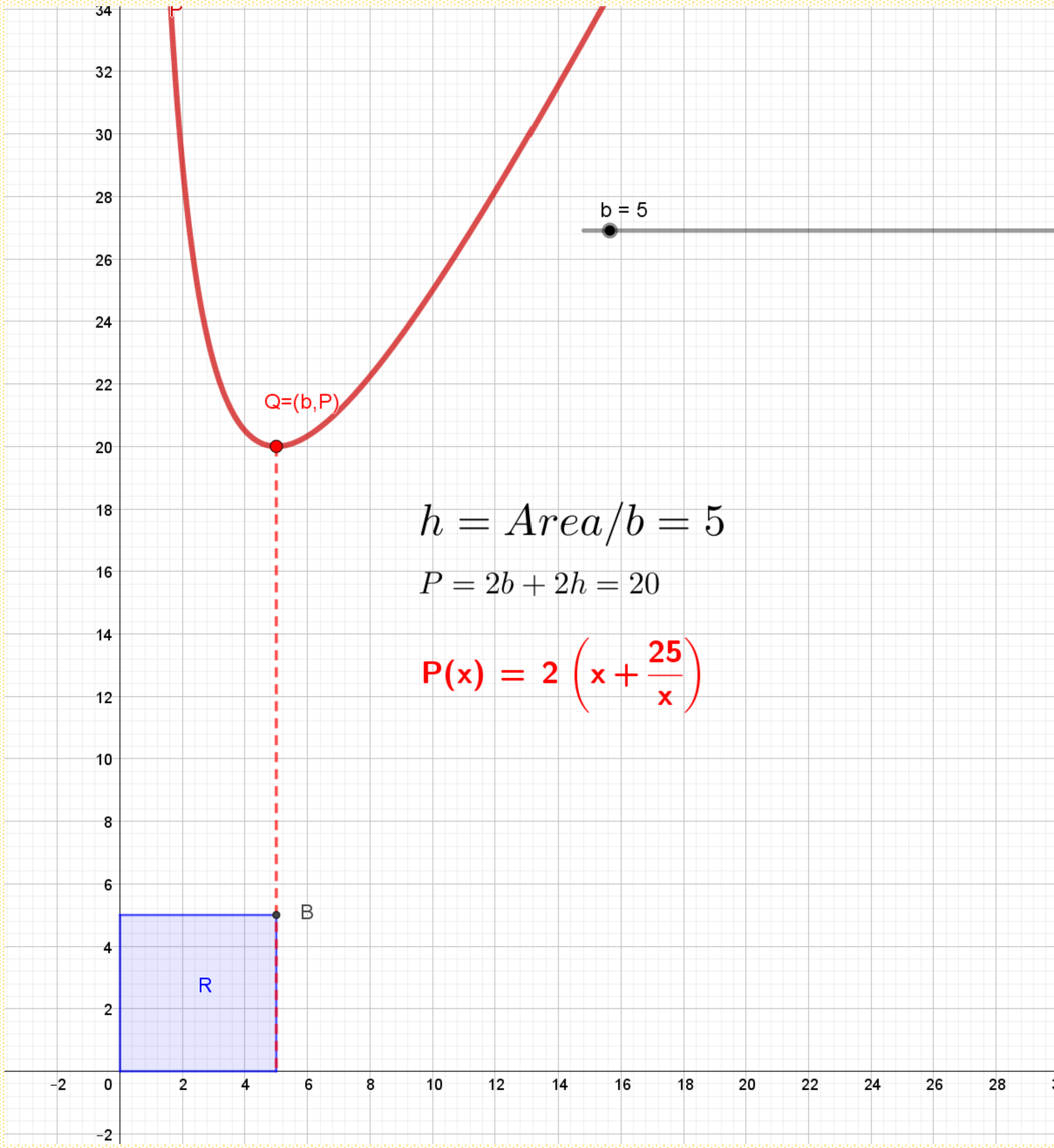


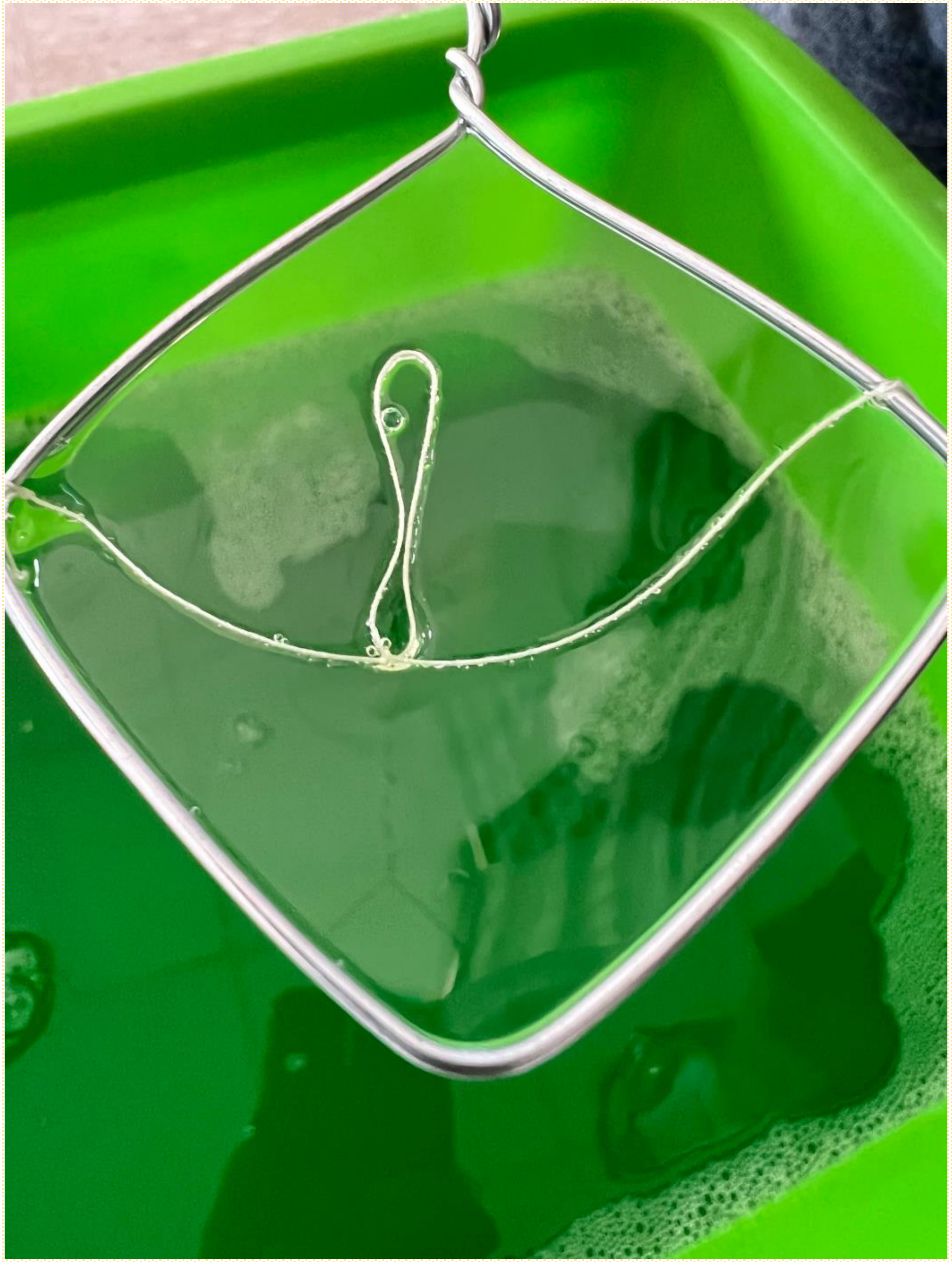
Nel piano fra tutte le figure aventi la stessa area quale è quella di perimetro minimo ?

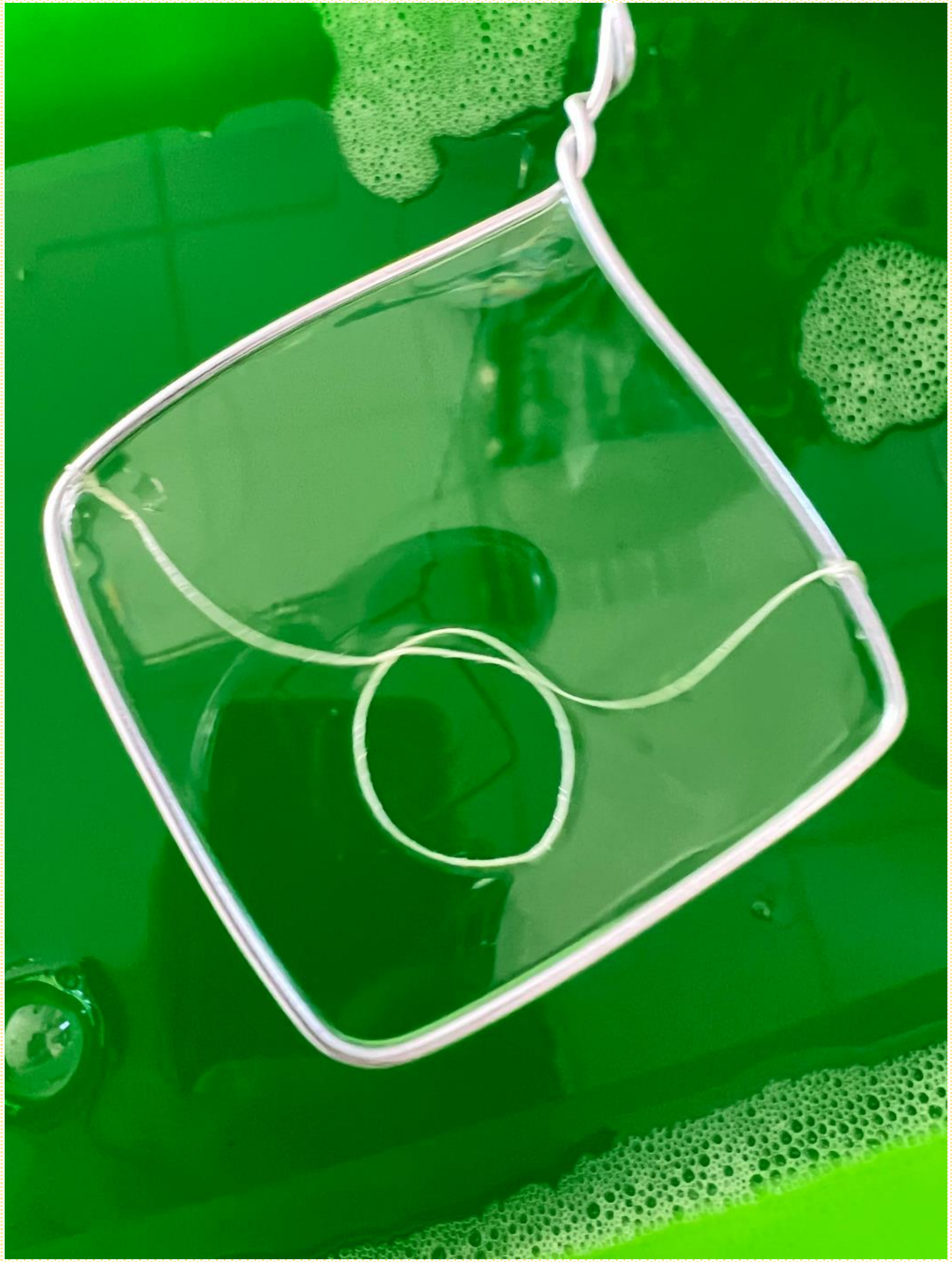
Limitiamoci a considerare i rettangoli di <u>area prefissata</u>.

Attività guidata con Geogebra (**scheda 2 analoga a scheda 1**)







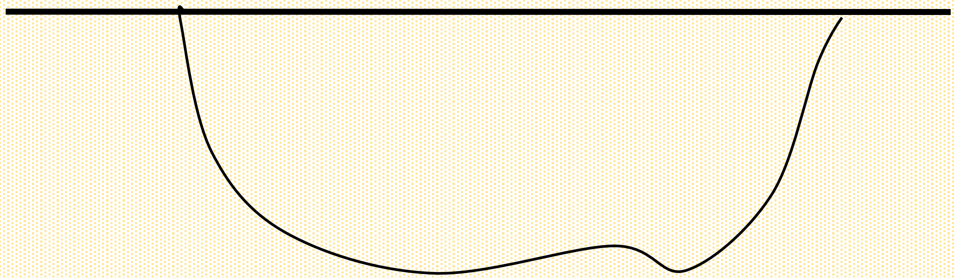


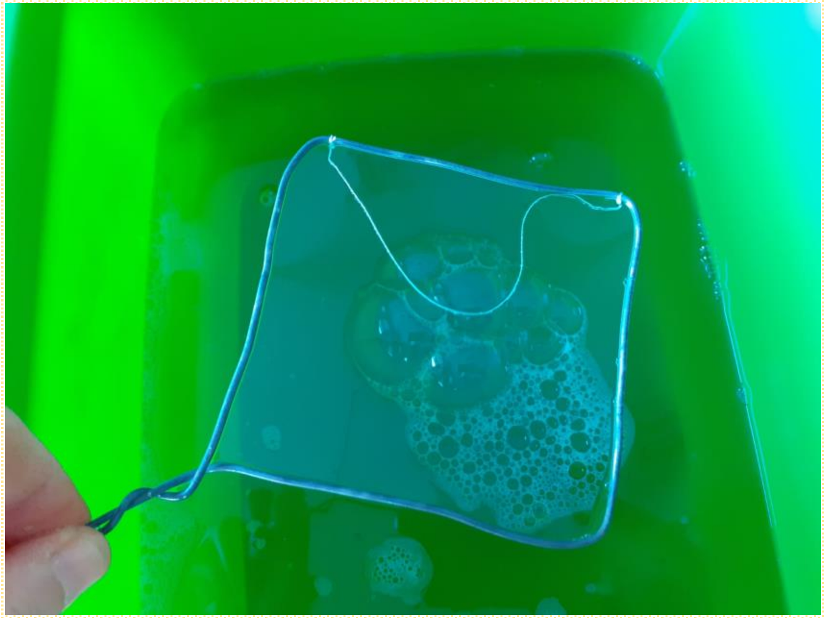
Didone pensò inoltre che se avesse costruito la sua città sul mare sarebbe riuscita a racchiudere un’area maggiore.
Si chiese:

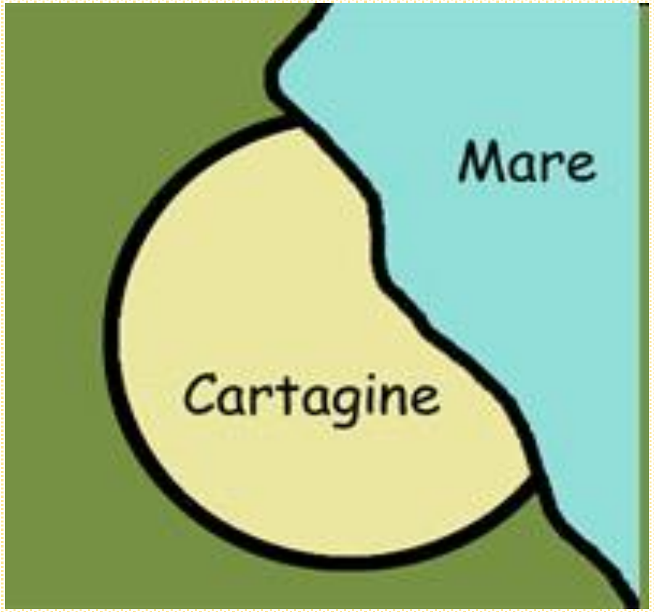
se fisso i due estremi della striscia di pelle ad una retta

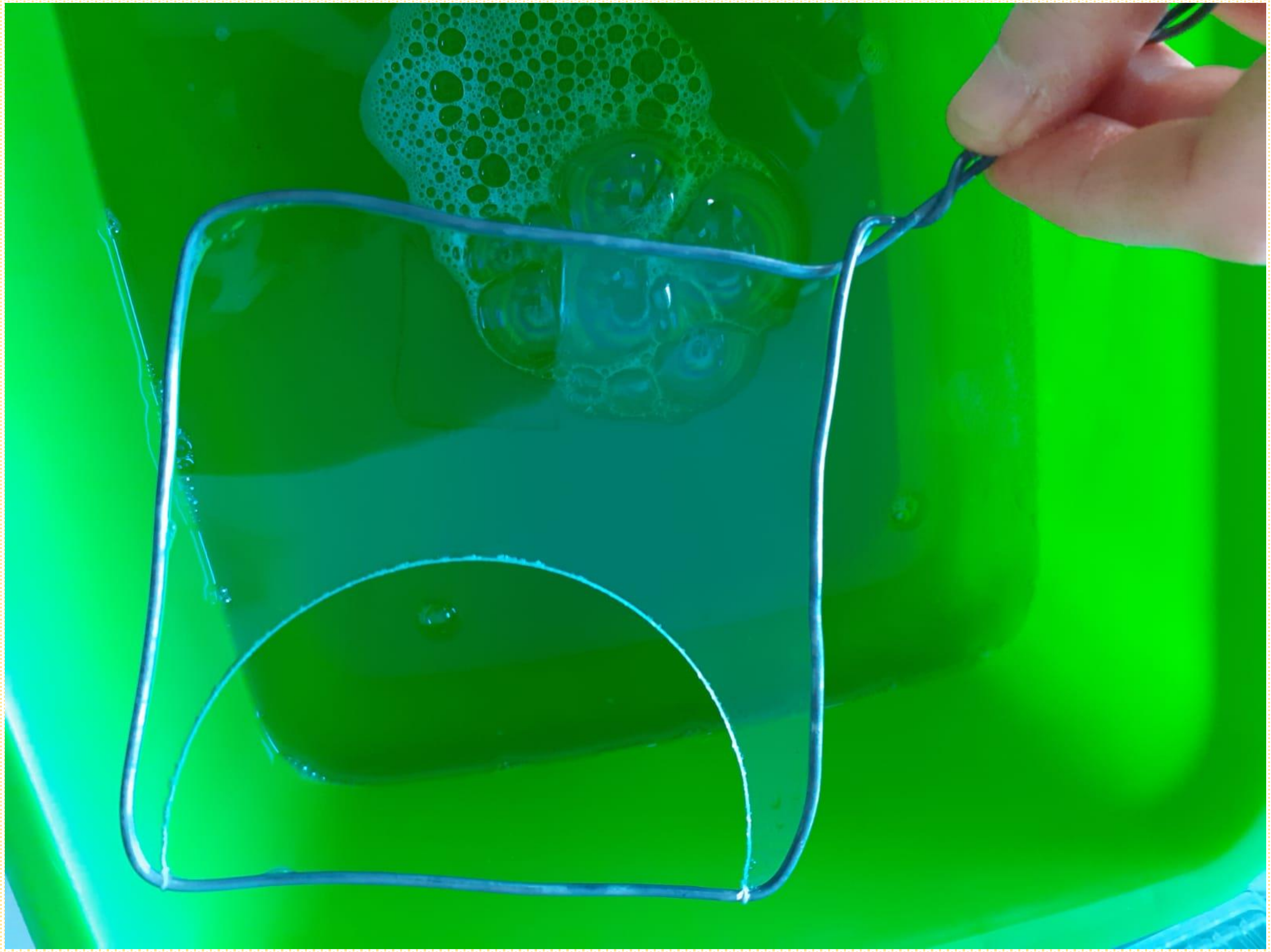
come posso disporre la striscia in modo da contenere l’area

più grande possibile?






Mare
Cartagine



E nello spazio?

A PARITÀ DI

SUPERFICIE

IL SOLIDO CHE HA

VOLUME MASSIMO

È LA SFERA

A PARITÀ DI

VOLUME

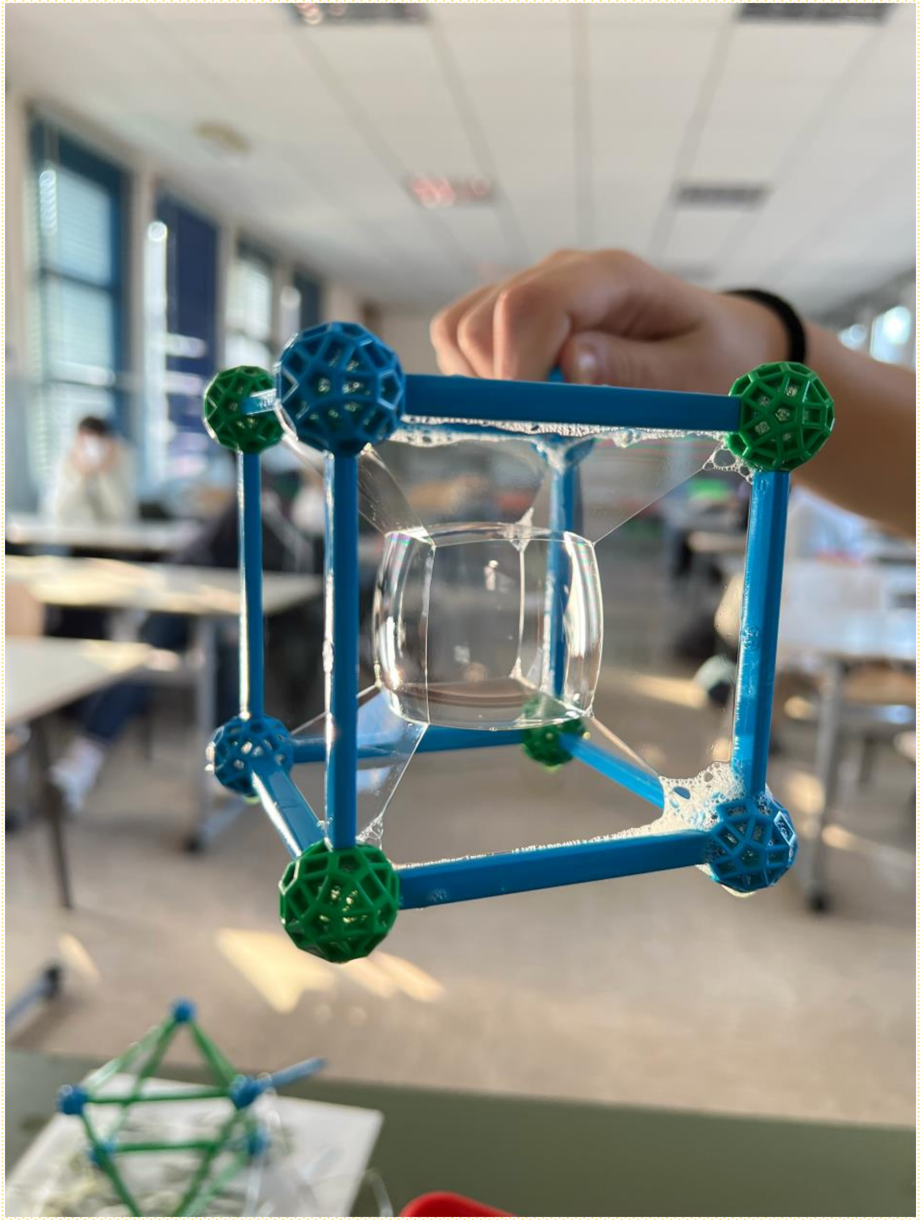
IL SOLIDO CHE HA

SUPERFICIE MINIMA

È LA SFERA

In una bolla di sapone la tensione superficiale tende sempre a minimizzare la superficie:

per una data quantità di volume d’aria (quello da noi soffiato) la forma con la superficie più piccola è la sfera.




Goltzius

Questa è una delle prime stampe e raffigura un fanciullo che si diverte a generare bolle di sapone.

«Homo bulla est»

Jean Siméon Chardin,
La lavandaia,
ca.1733-1734
olio su tela, cm 37,5x42,7
~~San Pietroburgo, The State~~
Hermitage Museum

Cagnaccio di San Pietro

Brillante, colorata, lucente, quasi metallica. Addensatasi negli strati di pittura di Mancini dai riflessi giallo-verdi stagliati sull’ocra che pregna lo sfondo o freddamente saturata nel magico realismo novecentesco di Cagnaccio di San Pietro (1897-1946)

Les Bulles de savon animées

- Georges Méliès che nel film Les bulles de savon animées (1906) si diverte ad inserire gli attori nelle bolle di sapone per farli scomparire oppure i volti di donne facendoli fluttuare nell’aria; giochi illusionistici e fantastici al limite delle possibilità della neonata cinematografia.

Stampa satirica di Napoleone a fa le bolle di sapone

Gino Boccasile, Sapone Achille Banfi, 1937 cromolitografia

‘Aria’ di Tomás Saraceno

arte contemporanea a Palazzo Strozzi

Frei Otto

- Frei Otto e i suoi collaboratori usavano fili sottilissimi legati alle estremità di spilli fissati su una lastra di plexiglas. Immergevano queste configurazioni in una soluzione di sapone, ottenendo una pellicola che fa tendere i fili e li unisce con una superficie che minimizza l’area.

BOLLE DI SAPONE

Tra arte e matematica

di

MICHELE EMMER

Casa Editrice: Bollati Boringhieri