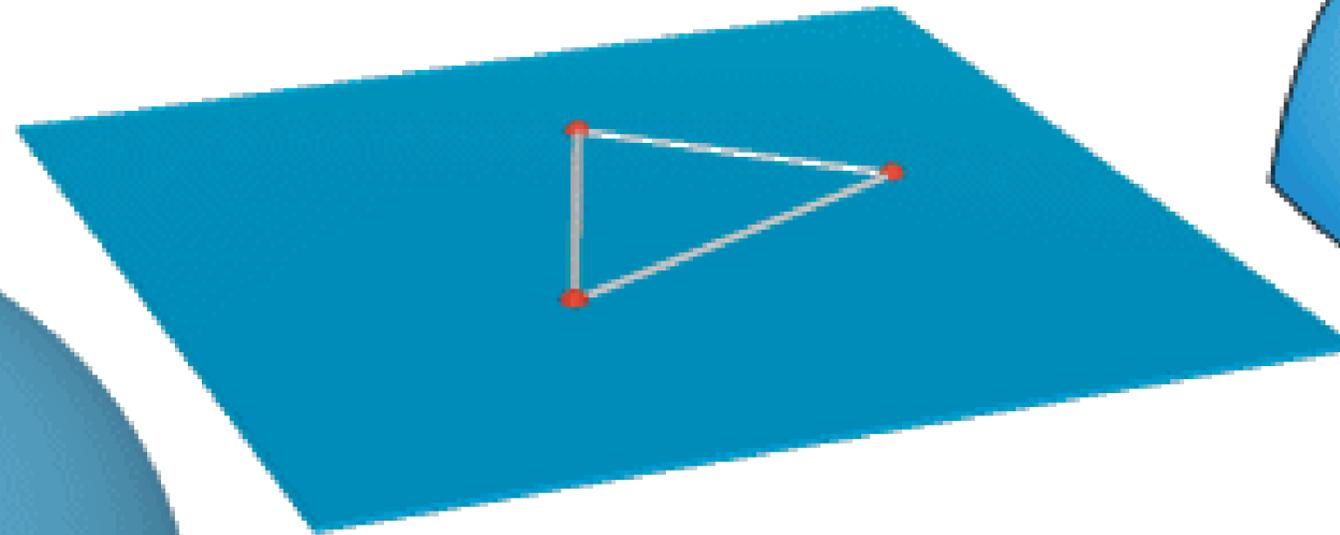
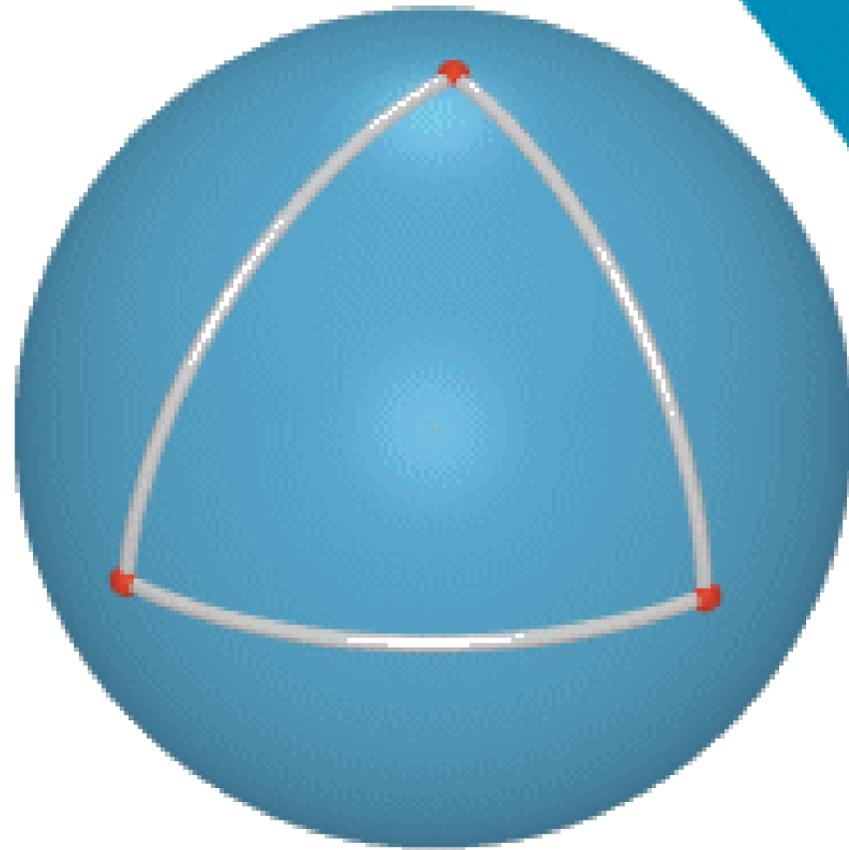
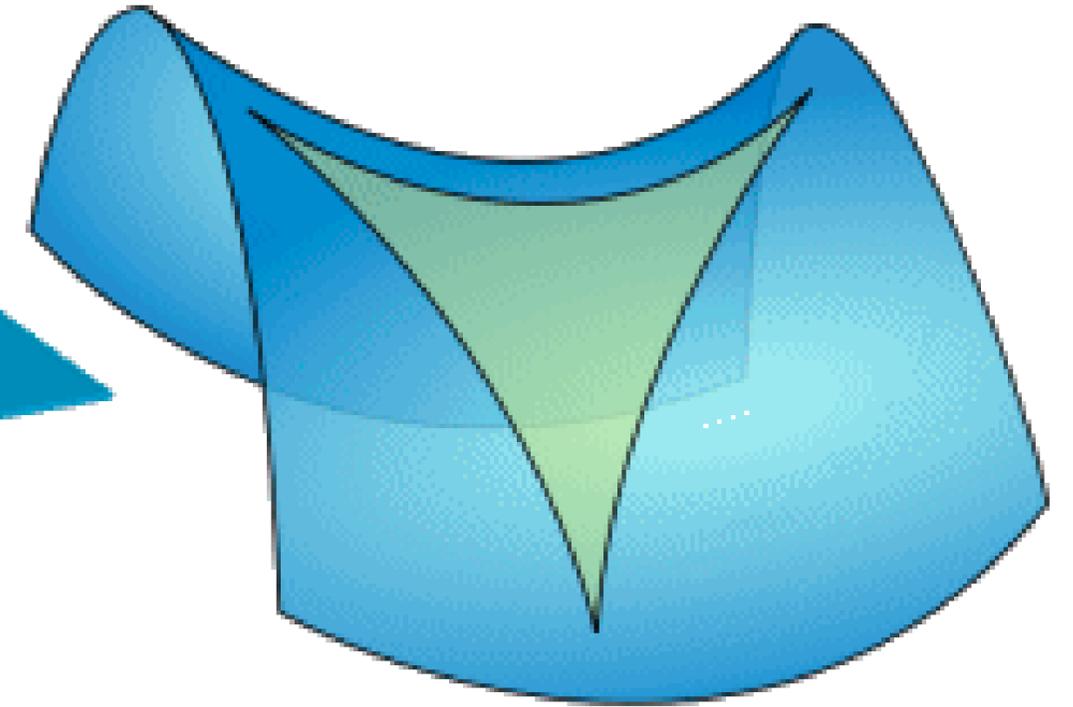


geometria
ellittica



geometria
euclidea



geometria
iperbolica

Geometria iperbolica

LA STORIA DELLA GEOMETRIA IPERBOLICA



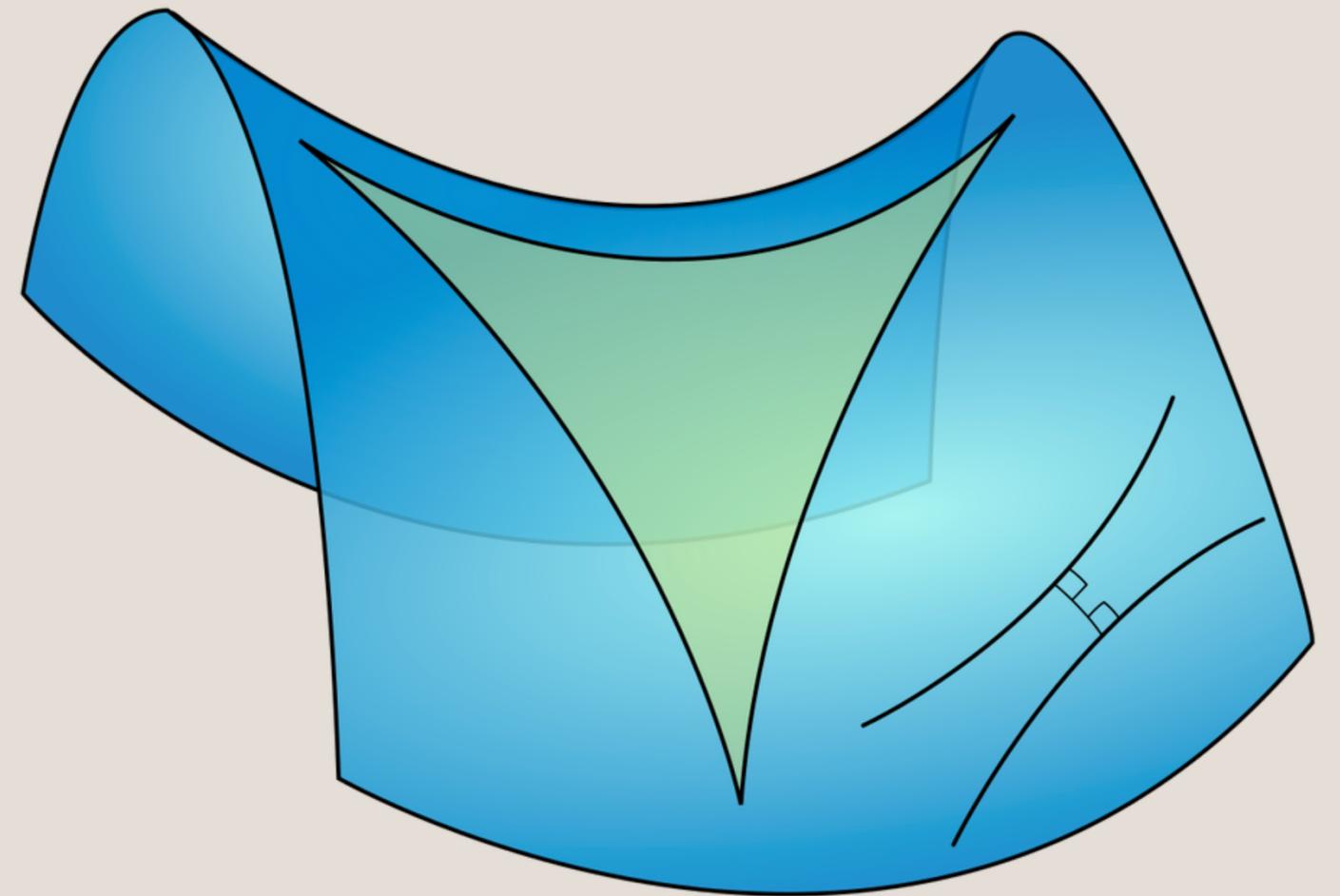
Nikolaj Ivanovič Lobačevskij

La geometria iperbolica nasce nel XIX secolo come strumento per risolvere un problema aperto da secoli e noto anche a Euclide: il V postulato è effettivamente indipendente dai precedenti? La geometria iperbolica, che soddisfa i primi 4 postulati ma non il quinto, ne mostra l'effettiva indipendenza. La geometria iperbolica però non viene accettata subito come vera e propria geometria. Le scoperte di molti matematici, tra cui Lobacevskij e Saccheri, i principali esponenti di questa geometria, furono giudicate all'inizio sorprendenti e paradossali e sono state accettate solo successivamente. Lentamente si è scoperto che la geometria iperbolica non è soltanto frutto della negazione del V postulato, ma è una geometria vera e propria con sue proprietà e definizioni, che può essere considerata nuova rispetto a quella euclidea.

La scoperta e lo sviluppo della geometria iperbolica sono quindi un esempio fondamentale di un modello di ricerca matematica che è divenuto usuale negli ultimi due secoli: in matematica, modificando un solo assioma, si può costruire una nuova teoria completa, dove decadono alcune proprietà apparentemente fondamentali.

Geometria iperbolica.

GEOMETRIA IPERBOLICA = geometria ottenuta modificando il V postulato di Euclide e trasformandolo in: “Data una retta r e un punto P disgiunto da r , esistono almeno 2 rette distinte passanti per P e parallele a r ”.

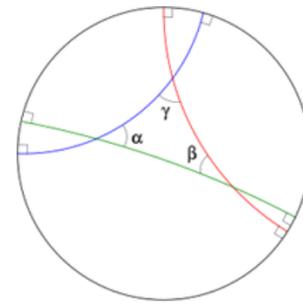


Modelli

Un modello è uno spazio che comprende le nozioni di punto, retta e angolo e su cui valgono i 5 assiomi della geometria iperbolica. I modelli più utilizzati sono 4:

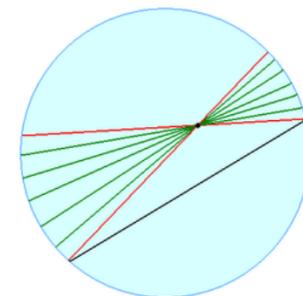
MODELLO DEL DISCO (di Poincaré)

Lo spazio consiste nei punti interni ad un cerchio



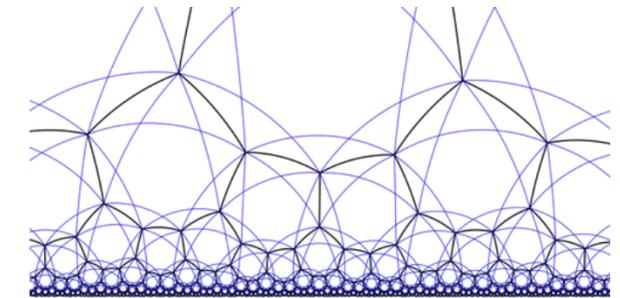
MODELLO DI KLEIN

Lo spazio iperbolico è (come nel modello del disco), l'insieme dei punti interni ad un cerchio.



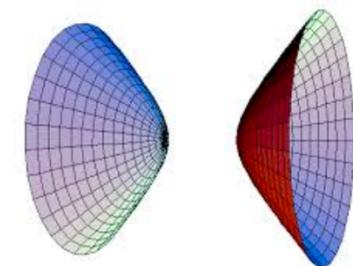
MODELLO DEL SEMIPIANO

Lo spazio iperbolico è il semipiano del piano cartesiano formato dal I e dal II quadrante.



MODELLO DELL'IPERBOLOIDE

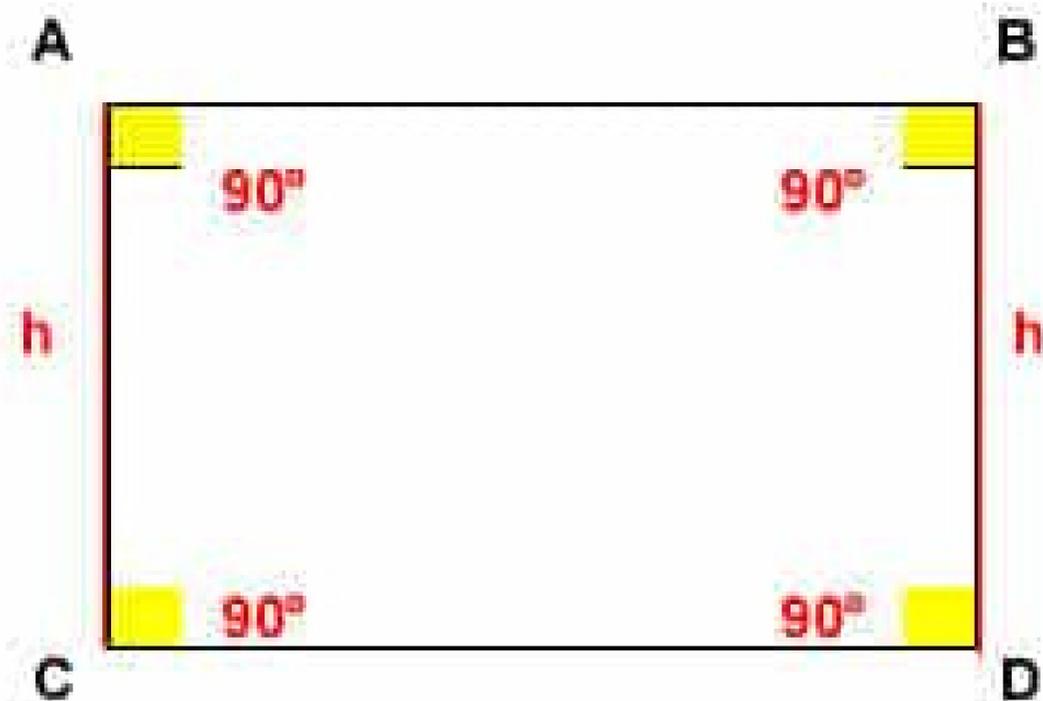
Il piano è un iperboloide a una falda o una delle falde di un iperboloide a due falde.



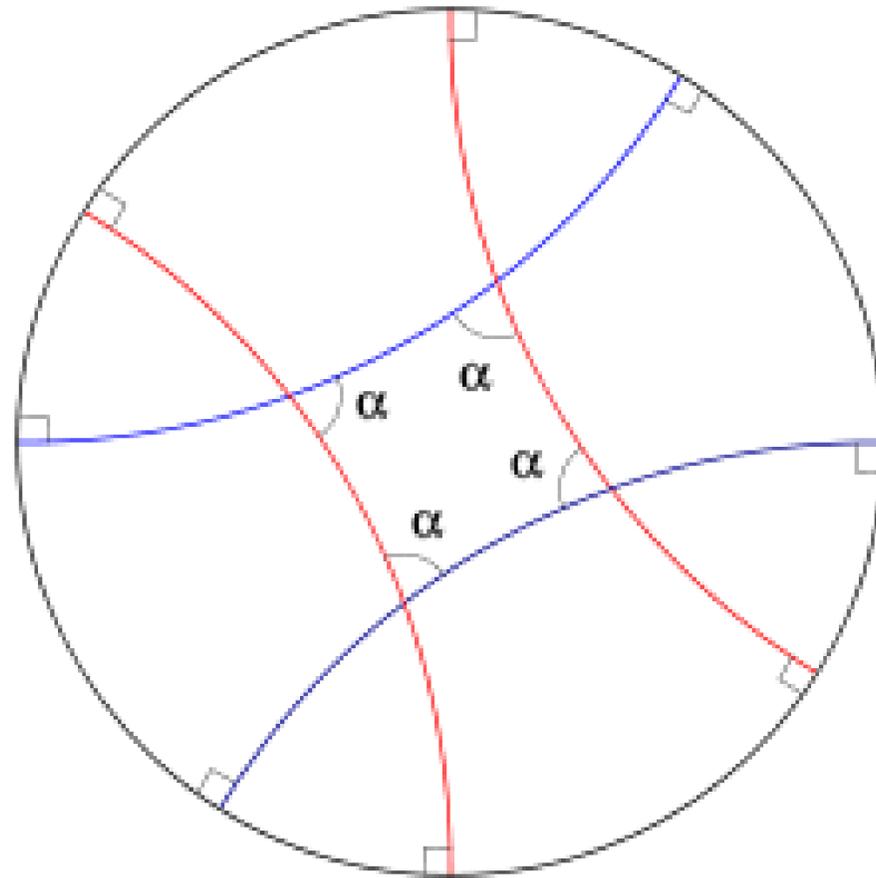
Le differenze tra la
geometria
euclidea e la
geometria
iperbolica

- La somma degli angoli di un quadrilatero iperbolico è minore di quattro angoli retti
- Somma degli angoli interni di un triangolo iperbolico
- La somma degli angoli interni di un triangolo iperbolico non è sempre uguale

Geometria
Euclidea



Geometria
Iperbolica

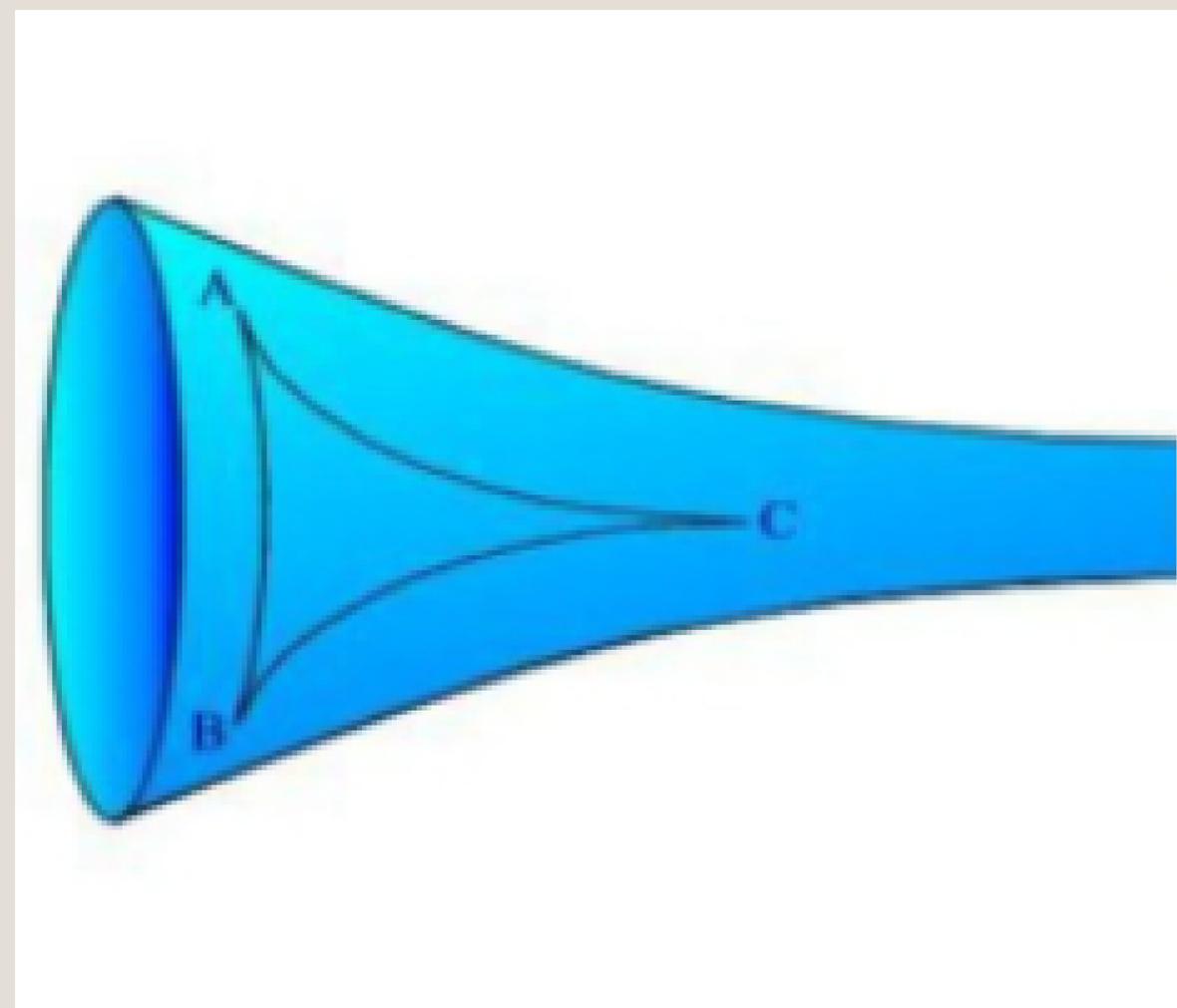


In geometria iperbolica non esistono rettangoli e quadrati. Se un **quadrilatero** iperbolico ha **tre angoli retti** allora il **quarto** angolo è necessariamente **acuto**.



Somma degli angoli interni di un triangolo iperbolico

La somma degli angoli interni di un triangolo iperbolico non è sempre uguale



Nella geometria iperbolica vige il teorema **“la somma degli angoli interni di un triangolo iperbolico è sempre minore di 180° ”**. Si parte da una somma che è molto vicina ai 180° fino ad arrivare ad una somma di quasi 0° .

Questo si contrappone al teorema di Euclide che afferma che: **“la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre uguale a 180° ”**.

Questo accade perché la geometria iperbolica si sviluppa su un piano curvato negativamente

La somma degli angoli interni di un triangolo euclideo non varia ed è sempre uguale ad un angolo piatto.

Il teorema afferma, infatti, che **“in ogni triangolo la somma dei suoi angoli interni è sempre uguale a 180° ”**.

Questo teorema cade nella geometria iperbolica. Infatti, in questa geometria la somma degli angoli interni di un triangolo varia al variare dell'area del triangolo stesso.