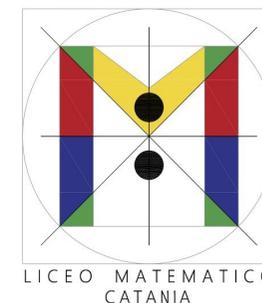


Ricerca Operativa:
matematica e realtà



Cettina Brunetto¹, Sebastiana Strano¹, Agnese Rita Zuccarello²

con

Gabriella Colajanni³, Eugenia Taranto³

¹ IIS Michele Amari, Giarre;

² Liceo Scientifico Galileo Galilei, Catania;

³ Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Catania

Liceo Matematico
Convegno Nazionale
16 - 17 dicembre 2022
Dipartimento di Matematica
Sapienza Università di Roma

gabriella.colajanni@unict.it



Ricerca Operativa (RO),
dall'inglese *Operations Research*

oppure

«*Management Science*»

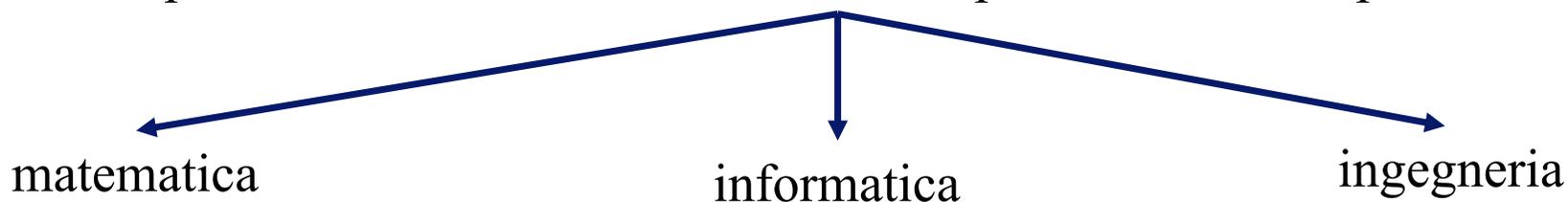
oppure ancora

«*Decision Science*»

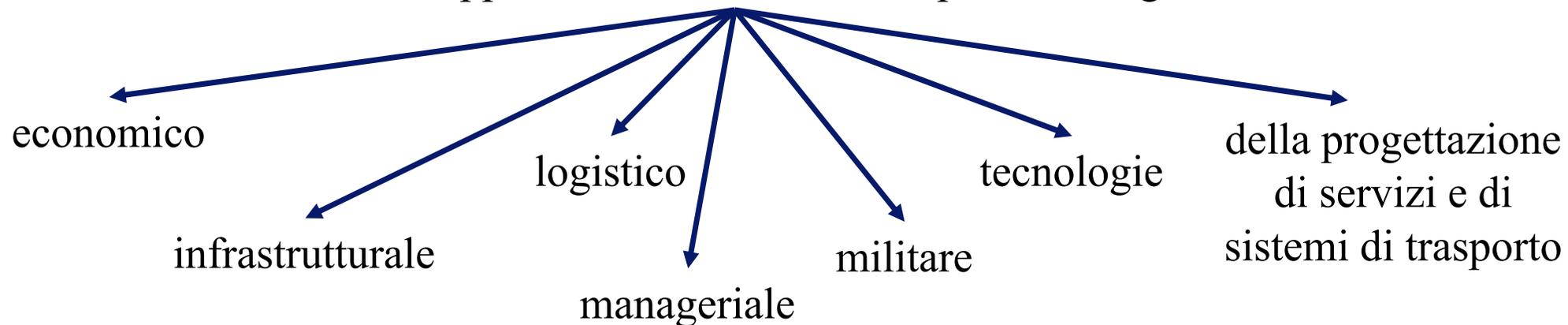
La ricerca operativa (RO) è una **branca della matematica applicata** e, in quanto tale, prevede la **risoluzione di problemi decisionali complessi**.

Disciplina che tratta dello sviluppo e dell'applicazione di metodi scientifici per la soluzione di problemi di decisione.

La RO costituisce un approccio scientifico alla risoluzione di problemi complessi che si può ricondurre all'ambito della matematica applicata, ma presenta forti caratteristiche interdisciplinari relative in prevalenza



Inoltre ha molte applicazioni commerciali soprattutto negli ambiti



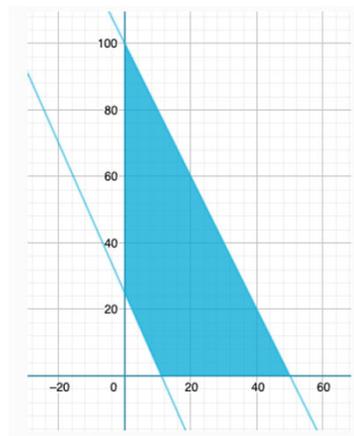


Ricerca Operativa

Problem description

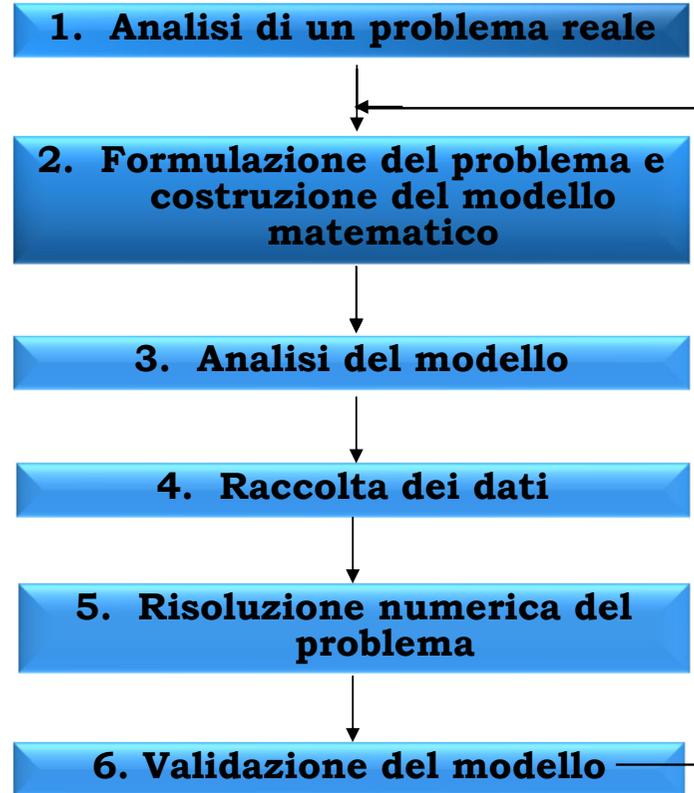
A farm must determine how many hectares of land they owe be dedicated to lettuce and tomato production. By cultivating one hectare of land, the company estimated that 20 quintals of lettuce and 30 quintals of tomatoes can be produced annually. To complete the crops, one laborer has to be assigned to each hectare planted with lettuce and two laborers have to be assigned to each hectare planted with tomatoes. In order to have enough manpower for other crops, the company does not want to use more than 100 workers. Also, the company sells every kilogram of lettuce and every kilogram of tomatoes for 1 euro and 1.5 euro, respectively. Moreover, it wants to ensure an annual profit of at least 50,000 euro from the sale of these two products.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_p + x_L \\ 2x_p + x_L & \leq 100 \\ 4500x_p + 2000x_L & \geq 50000 \\ x_p, x_L & \geq 0 \end{aligned}$$



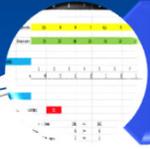
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
TI DEL PROBLEMA									
gradimento		9,5	8	9	7	6,5	9	10	
dimensione		25	20	30	20	18	22	27	
TABILI									
x ₁	1	2	3	4	5	6	7	8	
	0	0	1	1	1	1	1	1	
IDELLO									
funzione obiettivo		50							
vincoli:	al massimo 140MB		136	<=	140				
	almeno 6 brani		6	>=	6				
	al massimo 2 titoli inglesi		2	<=	2				

FASI DELLA RICERCA OPERATIVA



Ricerca Operativa: matematica e realtà

- **Classi quinte** di scuole secondarie di II grado;
- **Problemi autentici e reali** (strettamente legati alla vita quotidiana degli studenti)
- **Modelli matematici e Informatica**;
- **Obiettivo**: migliorare l'interesse, la motivazione e le competenze (Discipline STEM);
- Implementazione in classe del percorso: **15 ore**.

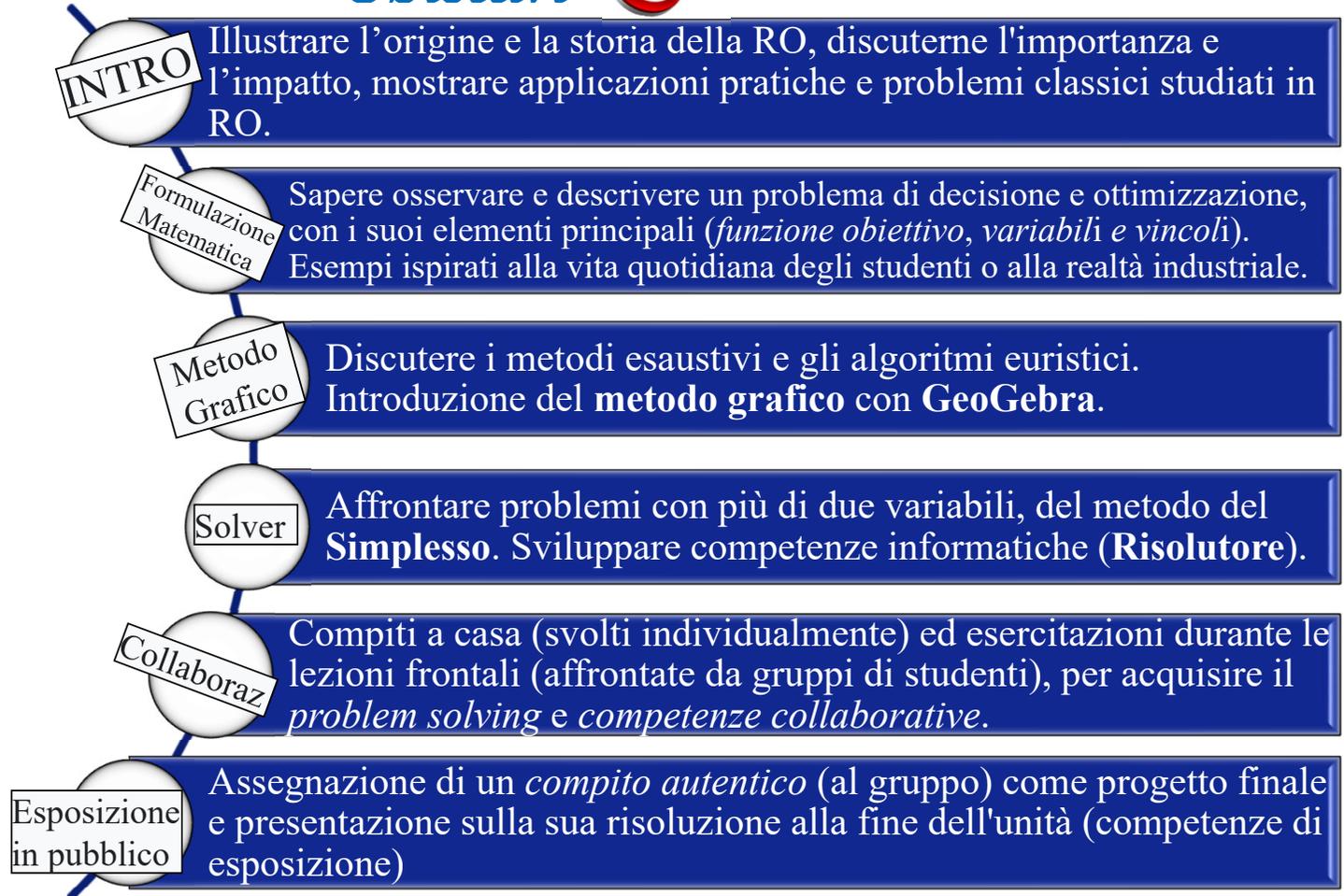


Percorso di RO

✓ Prerequisiti

- ✓ **Matematica:** equazioni e disequazioni lineari, nozioni di geometria analitica (rette e fasci di rette parallele, intersezioni tra rette), sistemi di equazioni lineari.
- ✓ **Tecnologie digitali:** familiarità con Microsoft Excel e GeoGebra.

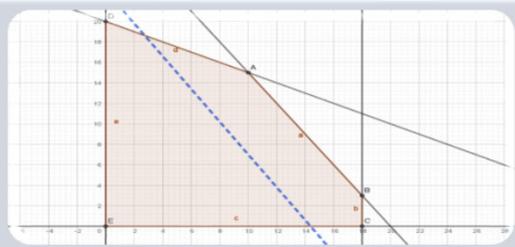
Obiettivi





Percorso di RO

$$\begin{aligned} \min \quad & x_P + x_L \\ 2x_P + x_L & \leq 100 \\ 4500x_P + 2000x_L & \geq 50000 \\ x_P, x_L & \geq 0 \end{aligned}$$

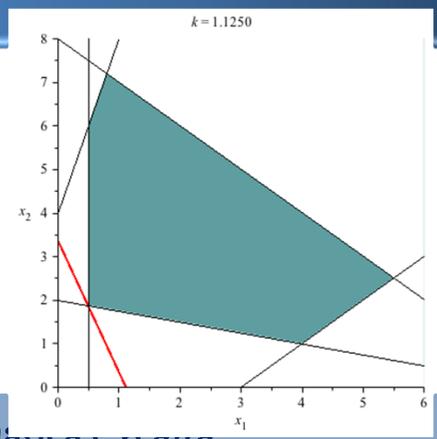


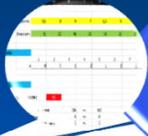
T DEL PROBLEMA									
gradimento	9,5	8	9	7	6,5	9	10		
dimensione	25	20	30	20	18	22	27		
TABELLE									
x	1	2	3	4	5	6	7	8	
	0	0	1	1	1	1	1	1	
DELLA									
funzione obiettivo	sol								
vincoli:									
al massimo 140MB				136	<=	140			
almeno 6 brani				6	>=	6			
al massimo 2 titoli inglesi				2	<=	2			

Formulazione
matematica:
Programmazione
lineare, intera e
mista-intera

Metodo grafico
(fascio di rette parallele;
Teorema fondamentale
della RO)
GeoGebra

Algoritmo del
Simplex
Risolutore Excel



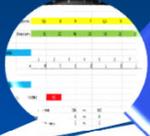


Un esempio di problema a 2 variabili

BrumBrumBrum

L'industria BrumBrumBrum S.p.A. di Catania produce automobili e microcar utilizzando due macchinari chiamati P e Q. Entrambi i macchinari sono usati per entrambi i veicoli, ma cambiano i tempi di lavorazione: per ogni automobile sono necessarie un'ora di lavorazione su P e tre ore su Q; per ogni microcar servono invece due ore di lavorazione su P e due ore su Q. Per motivi logistici, non possono essere più di diciotto automobili settimanali. Inoltre, il macchinario P non può essere usato per più di 40 ore alla settimana, mentre Q per non più di 60. Nell'ipotesi che ogni prodotto realizzato sia poi messo in commercio, determinare quale sia la combinazione produttiva più conveniente, sapendo che ogni automobile è venduta a 16.000€ e ogni microcar a 10.000€.





Un esempio di problema a 2 variabili

BrumBrumBrum

L'industria BrumBrumBrum S.p.A. di Catania produce automobili e microcar utilizzando due macchinari chiamati P e Q. Entrambi i macchinari sono usati per entrambi i veicoli, ma cambiano i tempi di lavorazione: per ogni automobile sono necessarie un'ora di lavorazione su P e tre ore su Q; per ogni microcar servono invece due ore di lavorazione su P e due ore su Q. Per motivi logistici, non possono essere più di diciotto automobili settimanali. Inoltre, il macchinario P non può essere usato per più di 40 ore alla settimana, mentre Q per non più di 60. Nell'ipotesi che ogni prodotto realizzato sia poi messo in commercio, determinare quale sia la combinazione produttiva più conveniente, sapendo che ogni automobile è venduta a 16.000€ e ogni microcar a 10.000€.

MODELLIZZAZIONE:

Variabili:

x: numero di auto

y : numero di microcar

Funzione obiettivo:

$\max\{16000x+10000y\}$

Vincoli (condizioni):

$0 \leq x \leq 18$

$y \geq 0$

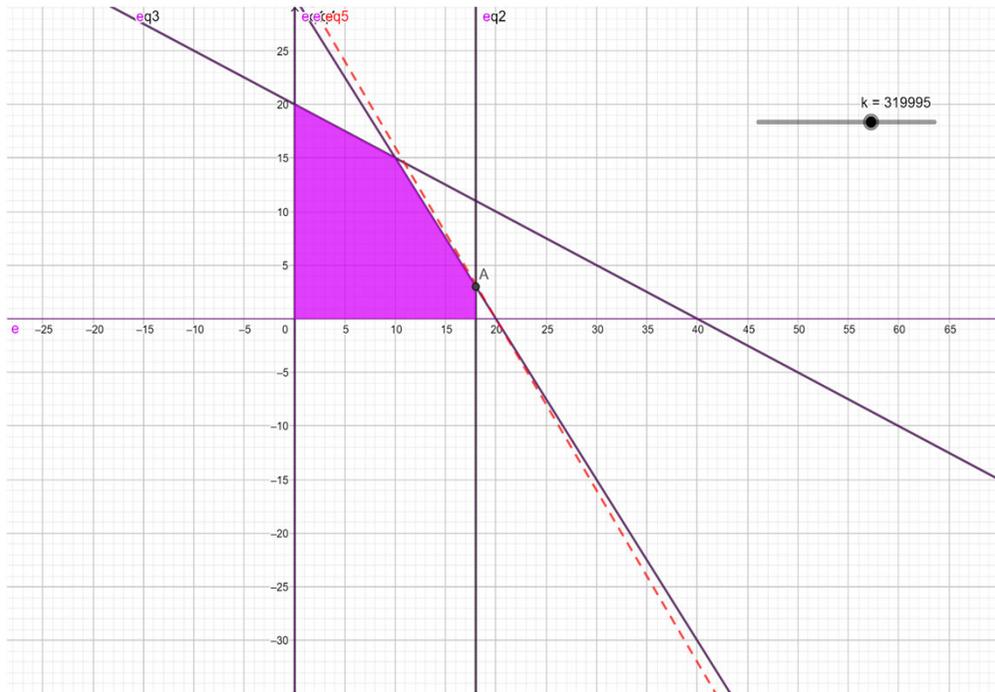
$x+2y \leq 40$

$3x+2y \leq 60$



Percorso di RO

Un esempio di problema a 2 variabili



Soluzione: A(18; 3)



MODELLIZZAZIONE:

Variabili:

x: numero di auto

y : numero di microcar

Funzione obiettivo:

$$\max\{16000x+10000y\}$$

Vincoli (condizioni):

$$0 \leq x \leq 18$$

$$y \geq 0$$

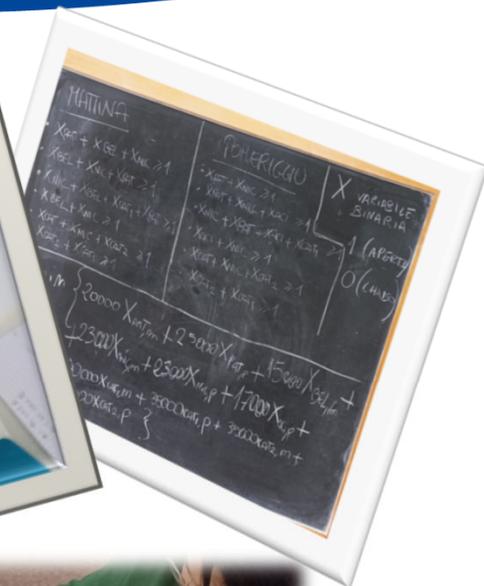
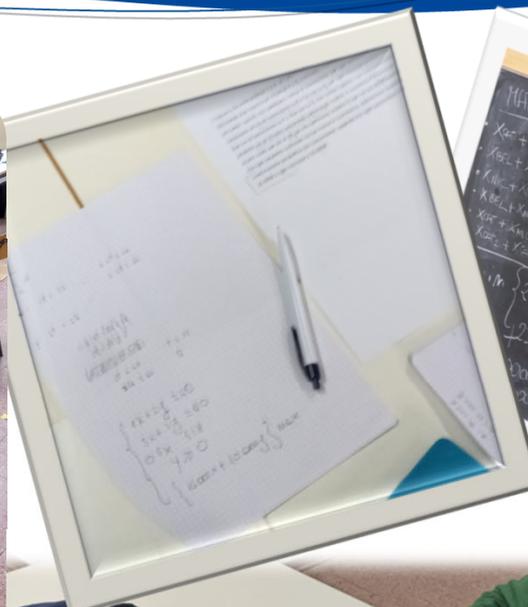
$$x+2y \leq 40$$

$$3x+2y \leq 60$$



Percorso
di RO

Setting d'aula



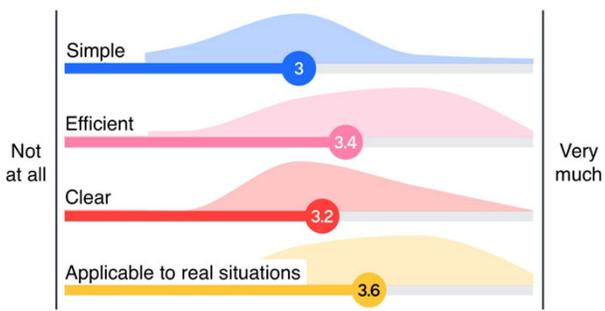
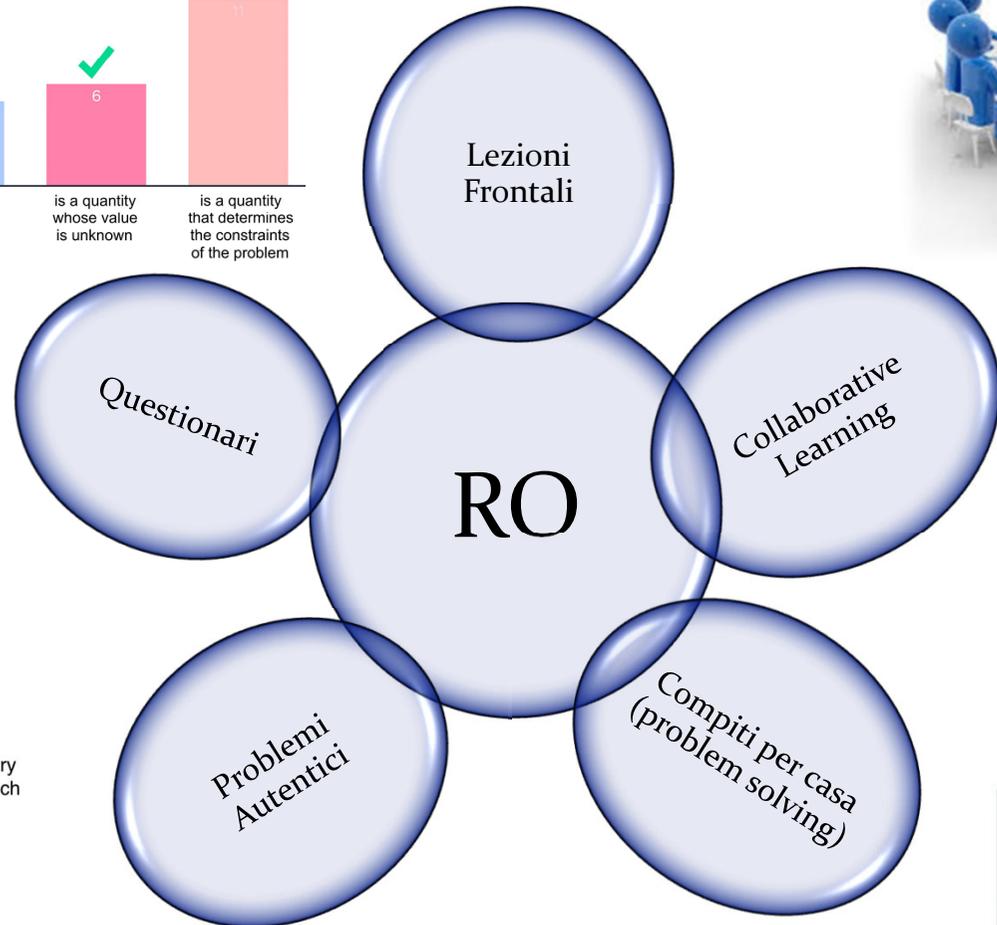
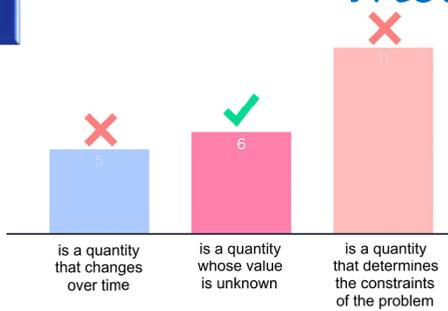
Ricerca Operativa: matematica e realtà

Liceo Matematico - UniCT



Percorso di RO

Metodi di Insegnamento



Percorso
di RO

Progetto Finale

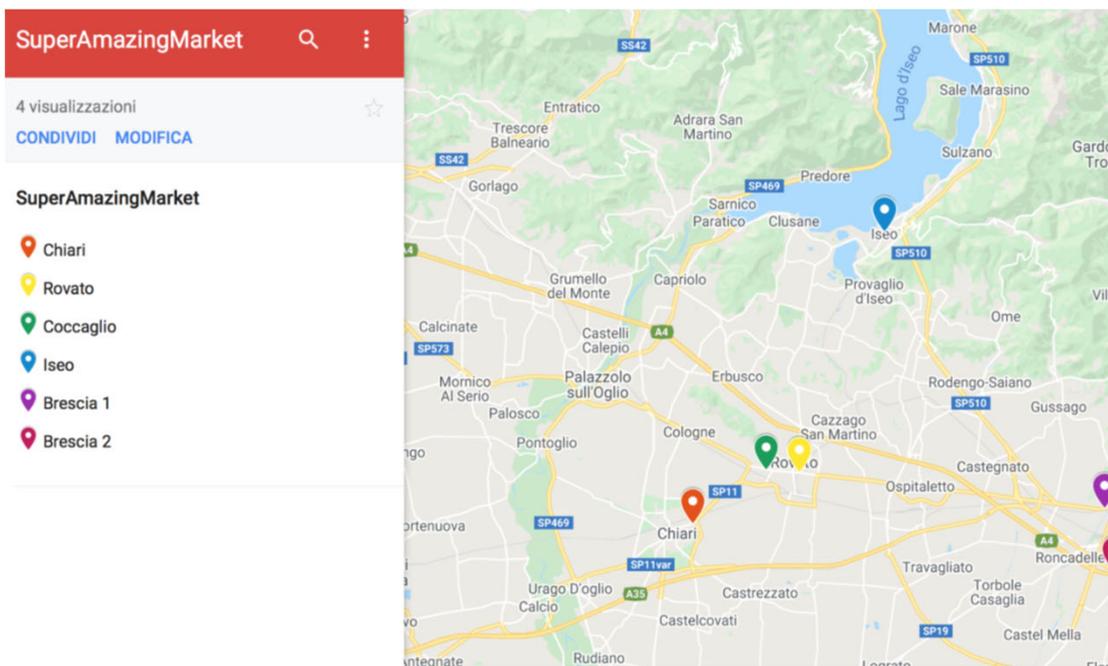
Problemi
Autentici

Apprendimento Collaborativo

Gli studenti sono divisi in 5 gruppi, ognuno dei quali affronta un diverso *problema autentico*

SuperAmazingMarket

Una catena di supermercati da ottimizzare



Supponete di essere tutti membri del reparto di Ricerca Operativa di *SuperAmazingMarket*, una catena di supermercati nella provincia di Catania.

In particolare, siete suddivisi in cinque gruppi. Ogni gruppo si concentrerà su un problema diverso relativo alle attività dell'azienda. Questi problemi al momento non sono gestiti in maniera ottimale oppure sono risolti ancora manualmente.

Per raggiungere i vostri obiettivi, potrete usare Internet e tutte le tecnologie digitali che preferite. I risultati dovranno essere esposti ai direttori esecutivi dell'azienda in forma di presentazione.

Ogni presentazione dovrà includere:

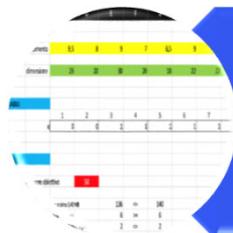
- un'analisi della descrizione testuale del problema;
- una risoluzione manuale del problema, per ottenere una soluzione ammissibile;
- una formulazione di un modello del problema, ottenuta applicando la Programmazione Lineare, Intera, o Mista Intera;
- un'implementazione e risoluzione del problema attraverso Excel Solver;
- la descrizione testuale di un problema analogo ma emergente in un contesto completamente diverso rispetto a quello dell'azienda *SuperAmazingMarket*.



Percorso di RO

Progetto Finale

Problemi Autentici



Apprendimento Collaborativo

Gli studenti sono divisi in 5 gruppi, ognuno dei quali affronta un diverso *problema autentico*

A) Turni del personale

SuperAmazingMarket deve riorganizzare il proprio personale addetto alla cassa, in base alle esigenze minime espresse nella Tabella per ogni fascia oraria:

Fascia oraria	3-7	7-11	11-13	13-15	15-17	17-19	19-23	23-3
Durata turno (ore)	8	8	4	4	4	6	8	8
Numero minimo persone	7	15	12	20	15	20	10	5

Numero minimo di dipendenti richiesti in ogni fascia oraria.

Ogni cassiere inizia il proprio turno lavorativo all'inizio di una delle fasce orarie. La durata del turno dipende dalla fascia in cui inizia a lavorare: sono previsti turni da otto ore consecutive per chi inizia a lavorare nel periodo notturno (19-7), turni da sei per chi inizia in serata (17), mentre sono previsti turni da quattro ore per chi inizia a lavorare nel periodo diurno (11-15).

Si vuole determinare il numero minimo di dipendenti affinché le esigenze del supermercato siano soddisfatte in ogni fascia oraria.

B) Aprire o non aprire i supermercati

L'azienda *SuperAmazingMarket* possiede sei filiali sparse nel territorio, corrispondenti a sei supermercati, elencati nella Tabella seguente assieme alle loro relative distanze (in chilometri):

	Paternò	Belpasso	Nicolosi	Acireale	Catania 1	Catania 2
Paternò	-	4	5	21	25	27
Belpasso	4	-	1	17	22	24
Nicolosi	5	1	-	14	20	22
Acireale	21	17	14	-	27	29
Catania 1	25	22	20	27	-	2
Catania 2	27	24	22	29	2	-

Negozi *SuperAmazingMarket* e loro relative distanze (in km).

Per esempio, il supermercato situato a Paternò dista 5 km da quello a Nicolosi, mentre il supermercato ad Acireale dista 27 km da quello a Catania 1. Il manager di *SuperAmazingMarket* vuole riorganizzare gli orari di apertura domenicali, decidendo per ogni supermercato se aprirlo al mattino e/o al pomeriggio, in modo tale che, nel raggio di 20 chilometri da ogni supermercato, ce ne sia almeno uno aperto. Non è detto che tutti i supermercati possano sempre aprire: nella Tabella seguente sono infatti indicate le possibilità di apertura e i relativi costi di attivazione.

Apprendimento Collaborativo

Gli studenti sono divisi in 5 gruppi, ognuno dei quali affronta un diverso *problema autentico*

C) Politiche numismatiche

Una policy di *SuperAmazingMarket* raccomanda ai cassieri di cercare di conservare il massimo numero possibile di monete da 1 euro in cassa alla fine della giornata. A Geronimo, un cassiere che lavora nel punto vendita di Acireale, piace tantissimo questa politica, essendo lui appassionato di numismatica. A fine turno, controlla sempre tutte le monete da 1 euro rimaste in cassa alla ricerca di quelle particolarmente rare da aggiungere alla propria collezione. Una sera il fondo cassa è formato da 22 banconote da 5 euro, 38 monete da 2 euro, 15 da 1 euro, 39 da 50 centesimi, e 34 da 20 centesimi. Geronimo vuole assicurarsi di avere in cassa, dopo gli ultimi quattro clienti, quante più monete da 1 euro.

Per far ciò, chiede loro una stima della loro spesa e il metodo di pagamento che useranno. I quattro clienti gli rispondono che la stima della loro spesa è 47.50 euro, 27.80 euro, 18.50 euro e 33.60 euro, mentre il metodo di pagamento sarà rispettivamente una banconota da 50 euro, una banconota da 20 e una da 10 euro, una banconota da 20 euro, e infine due banconote da 20 euro. Come dovrà dare il resto Geronimo per massimizzare il numero di monete da 1 euro rimanenti?

D) Tra scaffali e scorte in magazzino

Tea dell'azienda *SuperAmazingMarket* deve sistemare diversi tipi di prodotti su uno scaffale. Nella tabella seguente sono indicate, per ogni prodotto, le quantità rimanenti sullo scaffale e le scorte in magazzino.

	Accendino	Borraccia	Coltellino	Dentifricio	Elastico	Fischietto	Guanti	Helios scarpa
SCAFFALE	0	2	2	1	1	0	2	0
MAGAZZINO	4	1	2	3	5	6	4	6

Quantità sugli scaffali e scorte in magazzino dei prodotti richiesti.

Il direttore della *SuperAmazingMarket* ha stabilito che sullo scaffale devono essere presenti almeno tre accendini, una borraccia, tre coltellini e tre dentifrici, cinque elastici, un fischietto, quattro guanti e tre scarpe Helios. Inoltre, da indagini di mercato, è stato rilevato che per ogni dentifricio sullo scaffale, devono essere presenti almeno due fischietti e che per ogni coltellino, devono esserci al più tre borracce. Quanti prodotti, di ciascun tipo, Tea deve inserire o togliere, affinché l'azienda possa avere il miglior guadagno, tenendo conto che ogni prodotto ha un certo costo e volume indicati nella tabella successiva e che il volume massimo dello scaffale è di 100 dm^3 ?

Apprendimento Collaborativo

Gli studenti sono divisi in 5 gruppi, ognuno dei quali affronta un diverso *problema autentico*

E) Cesti regalo per Natale

È Natale e l'azienda *SuperAmazingMarket* vuole creare dei cesti regalo da vendere ai propri clienti.

L'azienda ha disposizione diversi prodotti (uno per ogni tipo) da poter inserire nei cesti, ognuno dei quali ha un certo prezzo e un certo peso, indicati nella Tabella seguente.

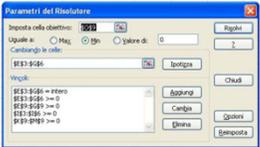
	Profitto (€)	Peso (kg)
Alberelli di Natale	2,1	0,2
Babbo Natale da appendere	6,99	0,5
Confezione di candele	7,2	1
Decorazioni	9,4	1
Elfo	3,35	0,3
Festone	5,75	0,9
Gioco da tavolo	8,7	1,4
Hit in CD	4,8	0,6
Insegna natalizia	5,25	0,4
Luminarie di Natale	3,99	0,7

Lista di prodotti che possono essere inseriti nei cesti regalo per Natale, ognuno descritto dal proprio prezzo (in €) e peso (in kg).



Percorso di RO

Feedback Docenti e Studenti



Sezione 1 di 7

QUESTIONARIO INIZIALE

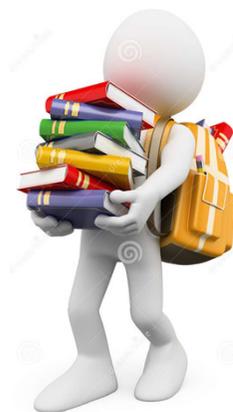
Gentili docenti,
vi chiediamo 10 minuti del vostro tempo per rispondere a questo questionario per conoscere i vostri prerequisiti e le vostre aspettative in merito al corso che vi state apprestando a seguire. I dati saranno trattati nel perfetto rispetto della privacy. I risultati saranno analizzati e presentati solamente in forma aggregata.



Sezione 1 di 4

QUESTIONARIO FINALE

Gentili docenti,
vi chiediamo 15 minuti del vostro tempo per rispondere al questionario finale del corso per conoscere quale impatto ha avuto sulla vostra formazione e se vi sono state/vi saranno ricadute sulle vostre pratiche didattiche. I dati saranno trattati nel perfetto rispetto della privacy. I risultati saranno analizzati e presentati solamente in forma aggregata.

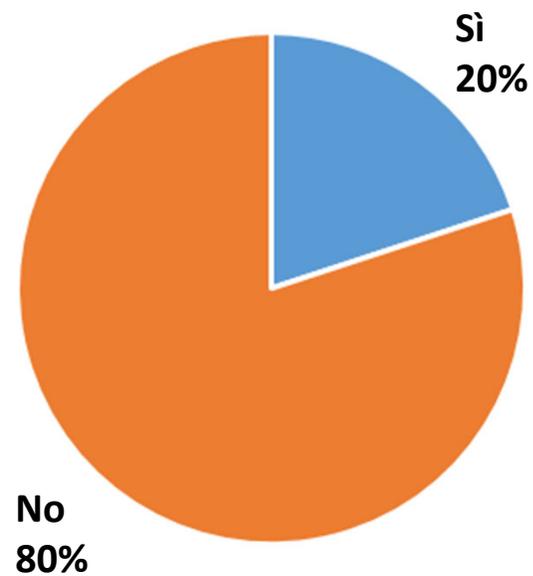




Feedback (Docenti)

Hai mai seguito, prima d'ora, un corso di studio/formazione su RO?

n = 10

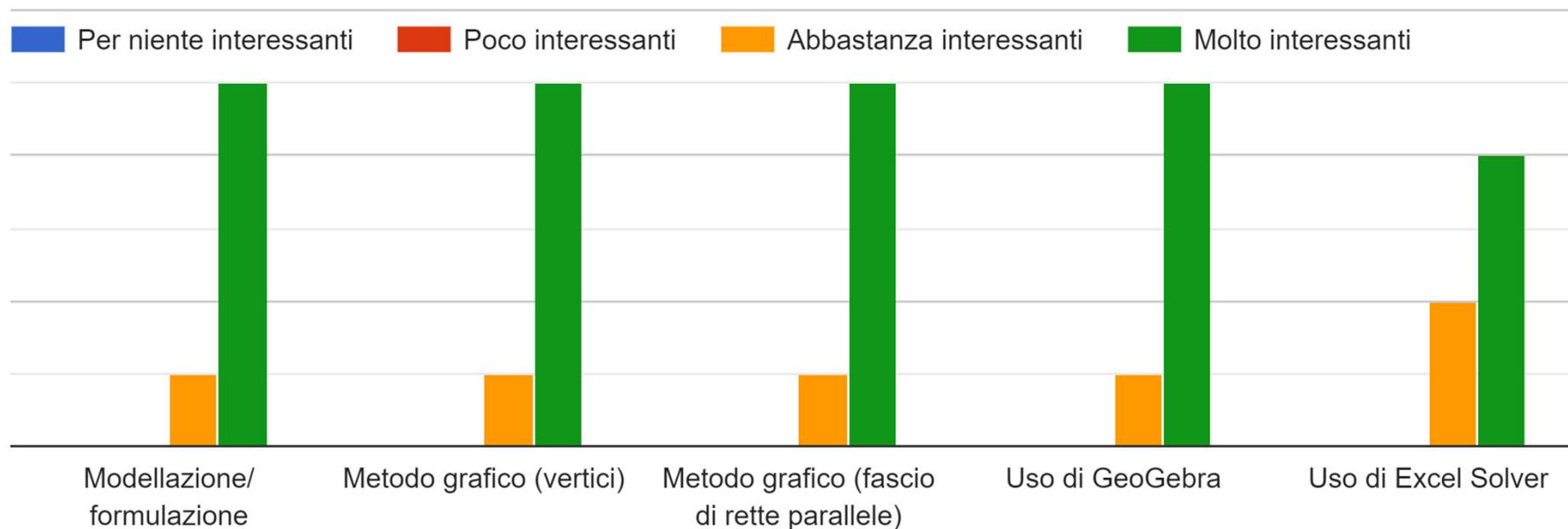




Feedback (Docenti)

Esprimi il tuo indice di gradimento sugli argomenti sviluppati durante il corso

n = 10

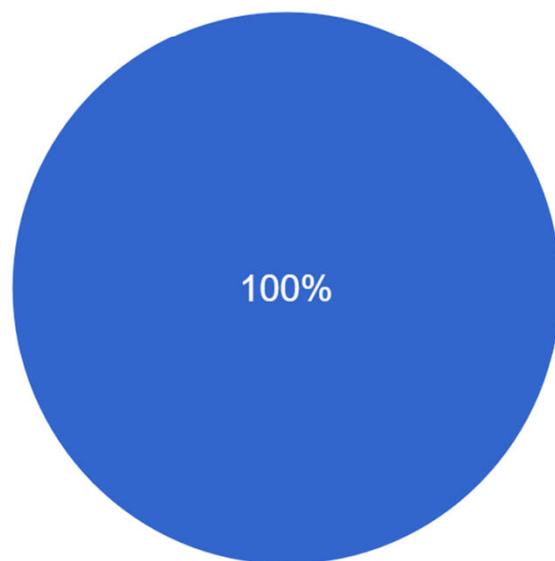




Feedback (Docenti)

Pensi che sia utile introdurre la RO ai tuoi studenti?

n = 10



● Si
● No



Percorso
di RO

Feedback (studenti)



Curiosità

Stimolante

Problemi Sfidanti

«Attesa» del problema

Meraviglia

Soddisfazione



Conclusioni

La sperimentazione di un percorso di modellizzazione sulla Ricerca Operativa può essere affrontato con successo da studenti della scuola secondaria di II grado.

Il percorso di Ricerca Operativa ha ampliato le esperienze degli studenti e le loro opinioni sul mondo matematico.

Si può includere la Ricerca Operativa nelle lezioni curriculari di matematica, chiaramente non tutti i giorni, ma con regolarità.



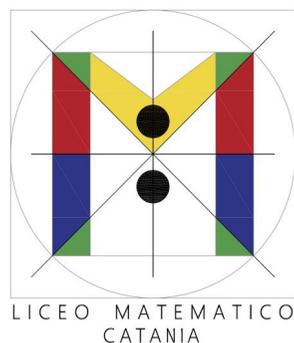
ROAR

Riferimenti Bibliografici

- Raffaele, A., Gobbi, A. (2021). Teaching Operations Research Before University: A Focus on Grades 9–12. SN Operations Research Forum 2, 13
- Colajanni G., Gobbi A., Picchi M., Raffaele A., Taranto E. (2022). An Operations Research based Teaching Unit for Grade 10: The ROAR Experience, Part I. Informs Transaction On Education.
- Taranto E., Colajanni G., Gobbi A., Picchi M., Raffaele A. (2022). Fostering students' modelling and problem-solving skills through Operations Research, digital technologies, and collaborative learning. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.
- G. Colajanni, A. Gobbi, M. Picchi, A. Raffaele, and E. Taranto, “An OR-based Teaching Unit for Grade 10: The ROAR Experience, Part II ”, INFORMS Transaction on Education (working paper).
- Online repository (in Italian and English): <https://github.com/aliceraffaele/ROAR>
- ROAR YouTube channel: <https://www.youtube.com/channel/UCQAD88ykMHMWHATa-O-FBCA>
- MaddMaths!, “*ROAR IN AZIONE!*”, un ciclo di seminari sulle applicazioni della Ricerca Operativa: <https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/roar-in-azione-ciclo-seminari-applicazioni-ricerca-operativa/>

Grazie per l'attenzione

gabriella.colajanni@unict.it



Liceo Matematico
Convegno Nazionale
16 - 17 dicembre 2022
Dipartimento di Matematica
Sapienza Università di Roma

