

Discussione Matematica Digitale

Anna Coen
Sara Gagliani Caputo
Elena Rausa



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
"FEDERIGO ENRIQUES"

LICEO
BANFI

Classe coinvolta nell'attività

Scuola coinvolta nel Progetto Didattico che presentiamo: Liceo scientifico "Antonio Banfi" di Vimercate

Liceo Matematico: progetto d'Istituto e del Consiglio di Classe

Classe coinvolta: 1B Liceo Scientifico, prima classe di Liceo Matematico nell'Istituto con 29 studenti di diversa provenienza e giudizio finale di 3[^] media

Periodo: febbraio 2023

Come è nata l'attività?



Ministero dell'Università
e della Ricerca



- Primi passi: progetto M@t.abel 2020

Una discussione matematica è una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura,...), che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento-apprendimento

Matematica per il cittadino

Discussione Matematica

Cusi, A. (2009A)

Obiettivo educativo:

Promuovere una appropriata visione dell'algebra attraverso la progettazione e l'implementazione di percorsi innovativi sperimentali nella scuola secondaria.

Come giustificare che se
"Se b è un numero dispari,
allora $3b$ è dispari"?

Approccio algebrico:

$$\begin{aligned} 3b &= 3(2n+1) = \\ &= 6n+3= \\ &= 6n+2+1= \\ &= 2(3n+1)+1 \end{aligned}$$

Discussione Matematica

Cusi, A. (2009A, 2017)

I scrive $3b=3(2x+1)$

I: Poi cosa posso fare?

Silenzio.

I: Si vede che è dispari?

Z: Sì! Perché c'è un +1!

I: Perché c'è un 1 ... dove però ?

Z: Nella parentesi!

[...]

I: Dentro la parentesi è vero... dentro la parentesi per forza c'è un numero dispari... però quello che voi mi avete detto è che vorrei un multiplo di 2... più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1?

A: tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.

I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio... che non ho capito bene....

A: Tra parentesi, 3 per 2 più 1 ...

S: E la x dove la metti?

I: La x dove la mettiamo?

A: 3 per 2x, tra parentesi, più 1!

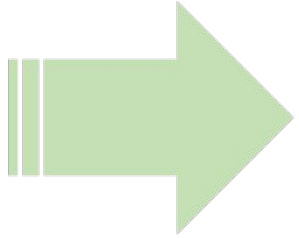
I scrive $3(2x+1)=3\times 2x+1$

I: Sono equivalenti queste due scritte?

Coro: No!

I: Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritte equivalenti a quella di partenza...

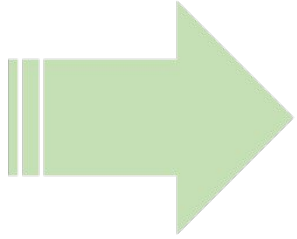
Proposta metodologica



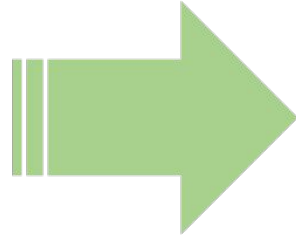
Discussione
di classe



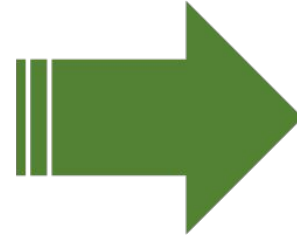
Proposta metodologica



Discussione
di classe



Discussione tra
piccoli gruppi di
studenti



Discussione
di classe



Sara Gagliani Caputo • 1m

Attività Discussione Matematica Digitale

Il padlet è accessibile tramite link anche senza registrazione, ma è richiesta l'iscrizione alla piattaforma affinché ogni post e commento pubblicati siano attribuiti a possibile inserire nuovi post cliccando su +. Per ogni post, cliccando il cuore si inserisce un like e scrivendo nella sezione "Add comment" si può commentare. Siet sfruttare tutte le funzionalità di Padlet che possano contribuire ad arricchire il vostro coinvolgimento e le vostre modalità d'espressione nella discussione collettiva

Problema

S Sara Gagliani Caputo 1m

Attività "Esplorazione di tabelle"

Osservate attentamente questa tabella. Notate delle regolarità?

1	3	9
2	4	8
3	5	15
4	6	24
5	7	35

PDF

Problema Esplorazione di tabelle

♡ 0

💬 0

S Add comment

Relazione tra i numeri della terza colonna rispetto ai numeri delle prime due colonne

S Sara Gagliani Caputo 2h

Tutti i gruppi hanno osservato che i numeri della terza colonna sono ottenuti come prodotto dei numeri delle prime due colonne. Qualche gruppo si è spinto oltre, aggiungendo a questa osservazione qualche considerazione ulteriore, come vedete nello screenshot qui riportato. Cosa pensate delle

Relazione tra numeri consecutivi della terza colonna

S Sara Gagliani Caputo 2h

Siete d'accordo con le osservazioni fatte dai vostri colleghi?

♡ 0

💬 0

S Add comment

S Sara Gagliani Caputo 1h

Osservazione A

Sempre per quanto riguarda la terza colonna si può notare di cose:

$$3 + 5 = 8 = 7 = 15 + 9 = 24 + 11 = 35$$

e perciò che ogni numero successivo si ottiene dall'aggiunta di un numero dispari dal numero da cui si parte.

♡ 0

💬 0

S Add comment

Questioni di parità e disparità

S Sara Gagliani Caputo 2h

Alcuni di voi hanno osservato che nelle righe pari sono presenti tutti numeri pari e nelle righe dispari sono presenti tutti numeri dispari. Come possiamo giustificare questo fatto?

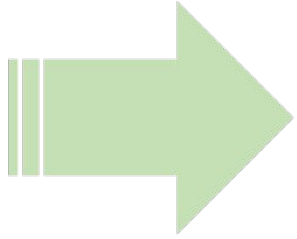
6° regolarità: nella 1°, 3° e 5° riga sono stati inseriti numeri dispari, mentre nella 2° e 4° riga numeri pari. Quindi a righe dispari corrispondono numeri dispari, mentre a righe pari numeri pari.

♡ 0

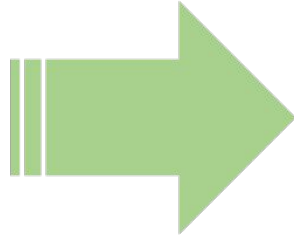
💬 0

S Add comment

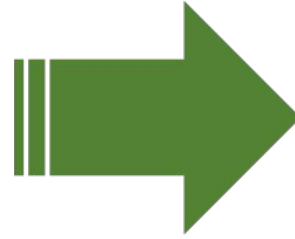
Proposta metodologica



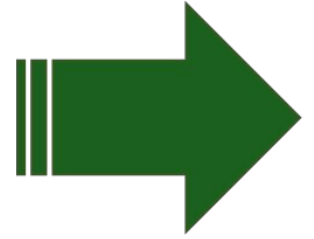
Discussione
di classe



Discussione tra
piccoli gruppi di
studenti



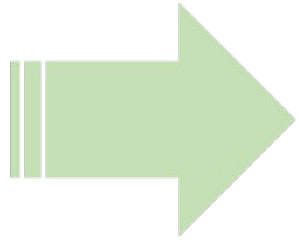
Discussione
di classe



Meta-discussione
di classe



Proposta metodologica



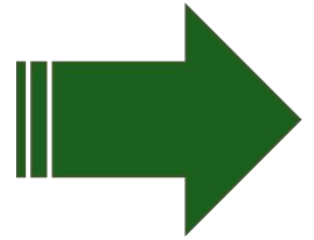
Discussione
di classe



Discussione tra
piccoli gruppi di
studenti



Discussione
di classe



Meta-discussione
di classe



Potenzialità della discussione asincrona

- Studenti e insegnanti possono **prendersi il proprio tempo** per leggere i messaggi, preparare delle risposte rilevanti e **organizzare e riflettere** sui loro contributi
- Tutti gli elementi della comunicazione sono espliciti, la discussione è **trasparente** per gli studenti, gli insegnanti e i ricercatori
- La comunicazione scritta fornisce un **transcript** della discussione

Utilizzo del Digitale nella Didattica

Le 8 **Competenze chiave di Cittadinanza europea** e il Progetto Benessere digitale

4. Competenza digitale
5. Imparare a imparare
6. Competenze sociali e civiche

La piattaforma messaggistica più usata dagli studenti: **netiquette** e protocollo condiviso scuola-famiglia.

Competenze trasversali sviluppate

- Capacità comunicativa e di scrittura
- Problem solving
- Lavoro in team
- Digitale
- Pensiero critico
- Pensiero analitico

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Analisi di
strategie
dimostrative

Esplorazione di
situazioni
numeriche e
formulazione di
congetture

Costruzione delle
dimostrazioni di
teoremi assegnati

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Fase traduzione: numero
pari/dispari, multiplo di 3,
numero divisibile per 11,
numero di due cifre

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Fase analisi di scritture variabili:
determina per quali valori di a : $3a$ è
pari, $a+5$ è pari, a^2 è divisibile per 4

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Fase vero o falso: se la
somma di due numeri è pari
allora il loro prodotto è pari;
la somma tra un numero e il
suo cubo è pari

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Analisi di
strategie
dimostrative

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Analisi di
strategie
dimostrative

Esplorazione di
situazioni
numeriche e
formulazione di
congetture

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Analisi di
strategie
dimostrative

Esplorazione di
situazioni
numeriche e
formulazione di
congetture

**Fase formulazione di congetture e
prime dimostrazioni:** la somma tra due
numeri dispari consecutivi; la differenza
tra il quadrato del successivo di un
numero e il numero stesso

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Analisi di
strategie
dimostrative

Esplorazione di
situazioni
numeriche e
formulazione di
congetture

Costruzione delle
dimostrazioni di
teoremi assegnati

Proposta di contenuto: Matematica

Un percorso di avvio alla dimostrazione attraverso l'uso del linguaggio algebrico
(Cusi, 2009B)

Traduzione da
linguaggio verbale
ad algebrico e
viceversa

Studio delle relazioni tra
proprietà di una data
espressione algebrica e delle
variabili in essa contenute

Analisi della
veridicità/falsità
di enunciati

Analisi di
strategie
dimostrative

Esplorazione di
situazioni
numeriche e
formulazione di
congetture

Costruzione delle
dimostrazioni di

Fase dimostrazioni: dimostra il
criterio di divisibilità per 3
applicandolo ad un numero di 2 cifre

Proposta di contenuto: Matematica

Analisi di una fase: ESPLORAZIONE DI SITUAZIONI NUMERICHE E FORMULAZIONE DI CONGETTURE E COSTRUZIONE DI DIMOSTRAZIONI

Esempio: **Considerate la somma di due numeri dispari consecutivi, notate una regolarità? Quale? Sapreste dimostrare quanto da voi dedotto?**

Perché scegliere nel dettaglio questa fase?

Domanda aperta che può avere più risposte e più motivazioni, quindi adatta a una discussione matematica

Attività che presuppone l'acquisizione di quanto affrontato nelle altre fasi e nel lavoro curricolare

Occasione per riflettere sul significato di “verificare” e di “dimostrare”

Proposta di contenuto: Italiano

Cooperative writing: la riformulazione nel riassunto e nella riscrittura

Testo non narrativo:
riconoscimento della gerarchia delle informazioni e elaborazione di tre diversi livelli di sintesi (lunga, media, brevissima)

Testo narrativo con intreccio lineare corrispondente alla fabula:
riformulazione sintetica con alterazione dell'intreccio attraverso analessi e prolessi

Dal discorso diretto al discorso indiretto e viceversa:
trasformazione di una scena cinematografica

Proposta di contenuto: Italiano

Cooperative writing: la riformulazione nel riassunto e nella riscrittura

Leggi il testo e attraverso colori diversi distingui le informazioni in base all'importanza - puoi aiutarti a riconoscere quelle essenziali sulla base delle 5w e 1 h.

Elabora tre scalette e tre riassunti corrispondenti a tre livelli di sintesi (quella minima non dovrà superare i 200 caratteri).

Motiva in ogni passaggio la tua scelta.

Riconosci e riscrivi la struttura sequenziale del testo conforme all'ordine cronologico.

Immagina un intreccio che alteri la fabula attraverso l'inserimento di analessi e/o prolessi.

Riformula il racconto secondo il nuovo ordine.

Rifletti sui tempi verbali impiegati nella scrittura.

Data la sequenza filmica, in una tabella trascrivi i dialoghi e raccogli gli elementi salienti della scena (luoghi, oggetti, azioni dei personaggi).

Componi quindi un breve racconto nel quale sia impiegato esclusivamente il discorso indiretto.

Rifletti sull'impiego dei tempi verbali.

Proposta di contenuto: Latino

Analisi comparativa e riformulazione della traduzione

Testo latino di media complessità, contenente esclusivamente elementi linguistici noti, con traduzione fornita dall'insegnante.

Condurre un'analisi comparativa volta a riconoscere le strutture della frase e del periodo secondo il metodo valenziale.

Riflettere sulla traduzione in termini di fedeltà al testo originario.

Testo latino di alta complessità, contenente elementi linguistici in parte noti e in parte ignoti, con traduzione letteraria fornita dall'insegnante.

Ragionare su elementi linguisticamente ignoti e formulare delle ipotesi.

Condurre sul testo un'analisi comparativa volta a riconoscere le strutture della frase e del periodo secondo il metodo valenziale.

Riflettere sulla traduzione in termini di fedeltà al testo originario.

Proposta di contenuto: Latino

Analisi comparativa e riformulazione della traduzione

Leggi con attenzione il brano latino e la traduzione proposta.

In entrambi i testi prova a riconoscere la struttura della frase semplice e complessa secondo il procedimento di analisi valenziale. Elabora per ciascun periodo uno stemma.

Ti pare che vi sia corrispondenza tra le strutture del testo latino e quelle della traduzione proposta? Motiva la tua risposta.

Riformula la traduzione in una nuova versione: più letterale o più libera.

Leggi con attenzione il brano latino e la traduzione proposta; noterai elementi linguistici ignoti.

Mediante la traduzione proposta e il vocabolario, prova a decodificare significato e funzione degli elementi lessicalmente e grammaticalmente ignoti.

Ricostruisci quindi la struttura della frase semplice e complessa secondo il procedimento di analisi valenziale. Elabora per ciascun periodo uno stemma.

Riformula la traduzione in una nuova versione, più letterale o più libera.

Grazie



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
"FEDERIGO ENRIQUES"

LICEO
BANFI

Bibliografia

Cusi, A. (2009A). Il linguaggio algebrico come strumento per dimostrare: l'interazione insegnante-allievo per uno sviluppo di nuove consapevolezze. Atti del XXXVIII Seminario Nazionale del Centro Morin, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate* 32 A-B (6), 819-840. Paderno del Grappa.

Cusi, A. (2009B). *Problematiche relative all'insegnamento/apprendimento dell'algebra e ruolo del linguaggio algebrico nell'approccio alla dimostrazione in ambito aritmetico: competenze/consapevolezze dell'allievo ed azione dell'insegnante*. Tesi di Dottorato di Ricerca in Matematica. Università di Modena e Reggio Emilia.

Cusi, A. (2017). Il ruolo dell'insegnante nell'ambito di una didattica dell'algebra come strumento per ragionare: lenti teoriche per l'analisi. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 40 A-B (2), 157-180.