



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Venosa **LICEO MATEMATICO**

20/09/2018



ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE STATALE
"QUINTO ORAZIO FLACCO"
VENOSA



Prot. n. 5024/04
Circolare n. 13

Venosa, 20/09/18

Ai Docenti
Ai Genitori
Agli alunni delle classi 1AS, 1BS, 1CS, 1AC
Al sito internet dell'Istituto

Oggetto: **Selezione alunni per ammissione al Liceo Matematico.**

Si comunica che la prova selettiva per l'ammissione ai corsi del Liceo Matematico, per gli alunni che ne hanno fatto richiesta, si terrà il giorno mercoledì 26/09/2018, dalle ore 12.05 alle ore 13.05, in aula magna.



Il Dirigente Scolastico
Messa Mimma Carlomagno





LICEO MATEMATICO

Moduli attivati

- a.s. 2018-19 : Matematicae Sport(I);e Musica(I)
..... e Cosmologia(I);e Arte(I) _
- a.s. 2019-20 :Matematicae Sport(IeII);e Musica(IeII);
..... e Cosmologia(IeII);e Arte(I)_
- a.s. 2020-21 :Matematicae Arte(II);..... e Paradossi(II);
.....eMusica(IeII);e Urbanistica(III)_
- a.s. 2021-22 :Matematicae Sport;e Arte;e Paradossi;
.....e Musica(IeIV); e Urbanistica(III);e Giochi(IV)

Referente prof. Santomauro Giorgio,
D.S. Carlomagno Mimma.



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

LICEO MATEMATICO O.F. UNIBAS

Offerta formativa per il biennio, a.s. 2022-2023

Ciascun modulo ha la durata di 8 ore.

Si possono scegliere al più tre moduli per anno tra i seguenti in tabella.

| Modulo | Referente DiMIE |
|------------------------|-----------------|
| Matematica e Paradossi | A. Azzollini |
| Matematica e Sport | V. Leonessa |
| Matematica e Arte | A. Malaspina |
| Matematica e Musica | S. Saliani |
| Matematica e Logica | P. Vitolo |

Saranno previsti (almeno) due incontri formativi con il referente, eventualmente erogati a distanza.

Offerta formativa per il triennio, a.s. 2022-2023

Ciascun modulo ha la durata di 15 ore.

Le attività dal terzo anno possono essere riconosciute ai fini dei PCTO.

Si possono scegliere due moduli per anno tra i seguenti in tabella, durante il quinto anno uno solo.

| Modulo | Referente DiMIE |
|--|-----------------|
| Matematica e Urbanistica | M. Abreu |
| Matematica e Letteratura | A. Azzollini |
| Matematica e Giochi | A. Cialdea |
| Matematica e Filosofia nell'opera di Vito Volterra | V. A. Cimmelli |
| Matematica e Informatica | M. C. De Bonis |
| Matematica e Musica | S. Saliani |

Saranno previsti (almeno) due incontri formativi con il referente, eventualmente erogati a distanza.



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

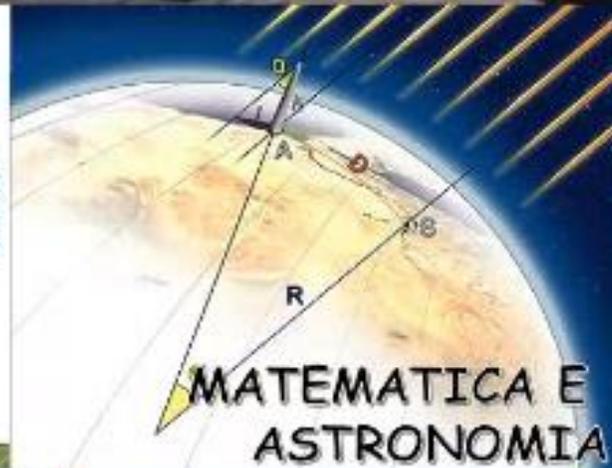
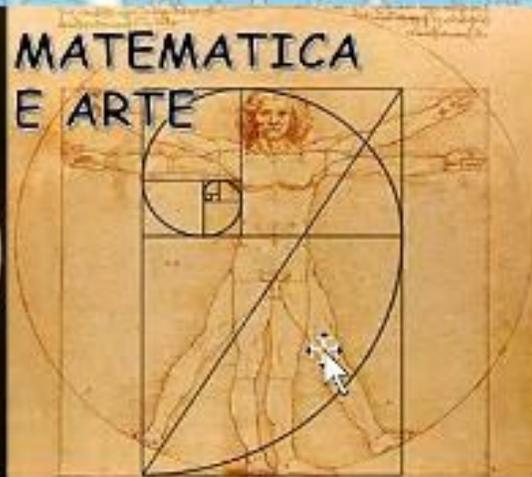
LICEO MATEMATICO presentazione UNIBAS 7/09/22





I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

LICEO MATEMATICO



A grid of 16 participants in a Google Meet session. Each participant is represented by a dark grey tile with a colored circle containing a white letter. The participants are:

- Row 1: maria casazzo (m), mario tancredi (m), nicola festino (n), sara pellegrino (s), raffaele pucillo (r), gabriella damelio (g)
- Row 2: alessio briola (a), romeo lopez (r), ilaria carbone (i), chiara carmelitano (c), mariacarmen marolda (m), claudia belsanti (c)
- Row 3: marianna russo (m), riccardo cannone (r), giuseppe dicristo (g), mariamelia manieri (m)

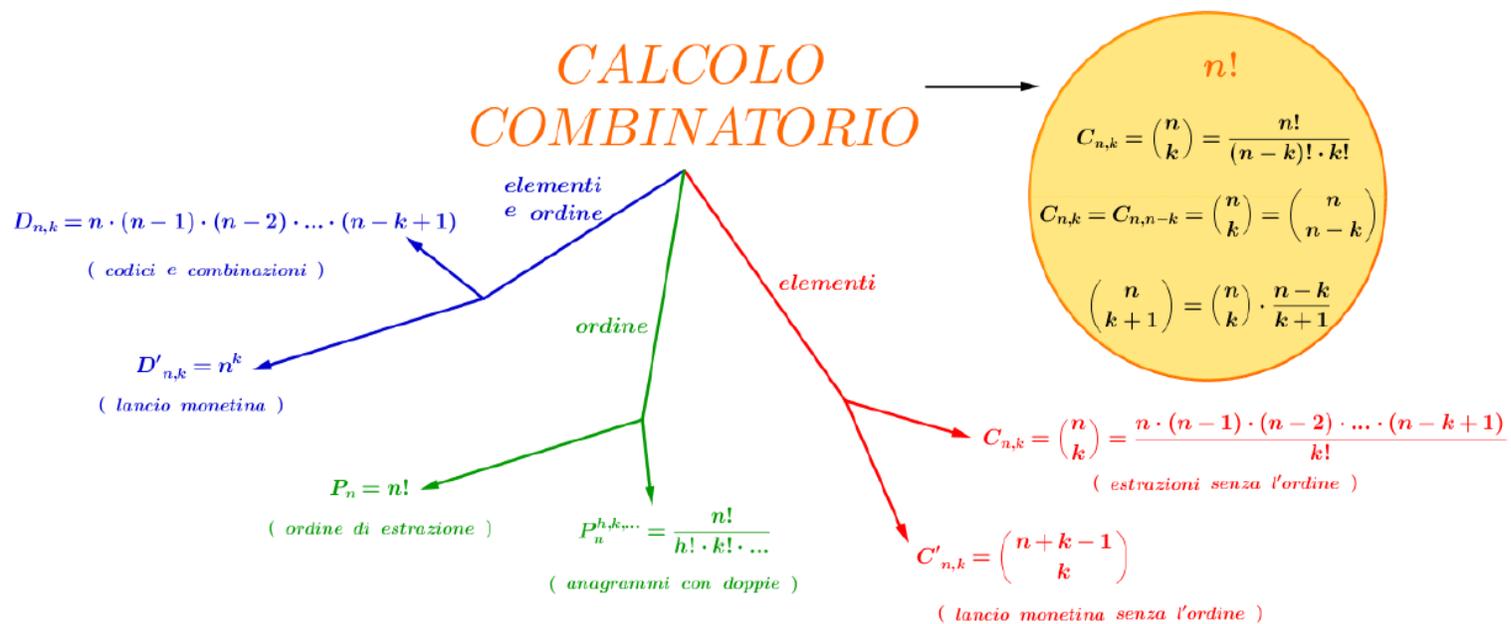
A video inset in the bottom right corner shows a man with glasses and a red shirt, labeled 'Tu'.



Matematica e GIOCHI

Esempio di Modulo svolto nell'a.s. 2021/22

1.1 Calcolo combinatorio





1.2 Probabilità

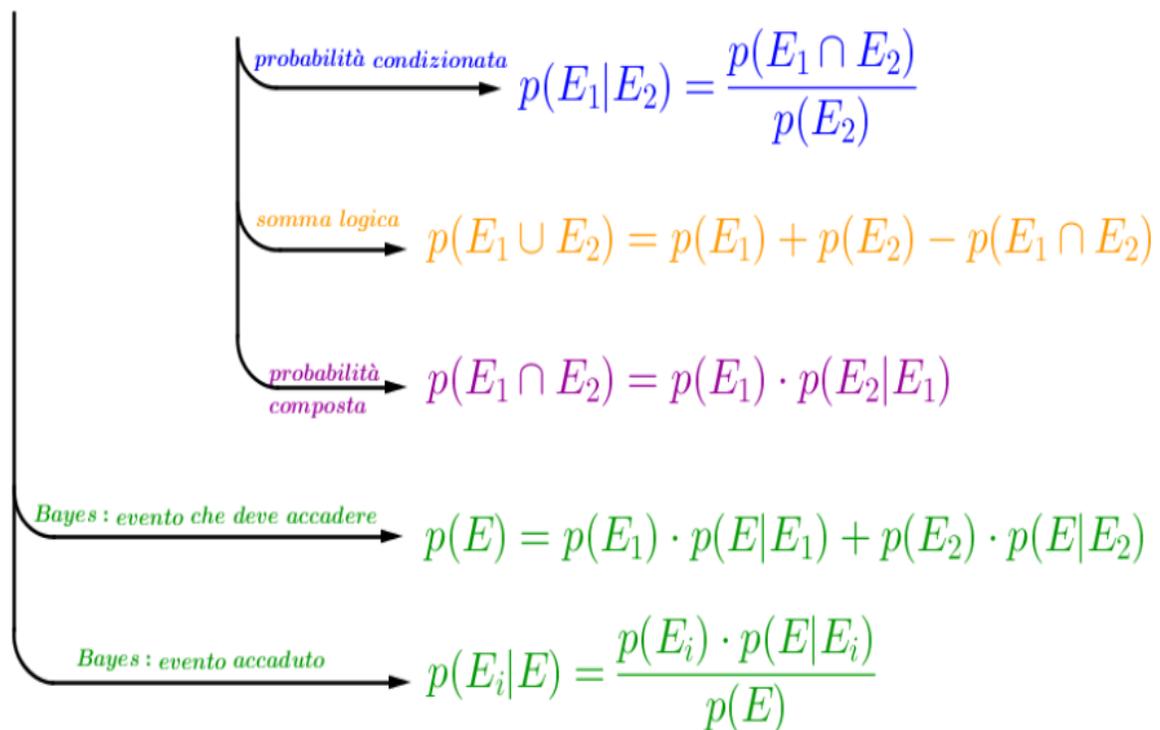
• CLASSICA $p(E) = \frac{f}{u}$
con $0 \leq p \leq 1$

• FREQUENTISTA

• SOGGETTIVA

• ASSIOMATICA

PROBABILITA'





I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

PROBABILITA'

La definizione classica è "circolare" nel senso che definisce la probabilità utilizzando il concetto di eventi equiprobabili e si applica solo a insiemi finiti; quella frequentista è vincolata alla possibilità di realizzare prove ripetute nelle stesse, identiche condizioni; quella soggettivista non è accettata da alcuni perché ritenuta fondata su una visione non oggettiva.

Esempio : Qual è la probabilità che un neonato sia femmina?

In seguito alla gravidanza può nascere un bambino maschio o una femmina.
 $1 \text{ su } 2 = 50\%$ (definizione **CLASSICA** di probabilità - probabilità A PRIORI)

Però nel mondo, in assenza di interventi dell'uomo (aborti o infanticidi selettivi, omessa denuncia) nascono 1057 maschi ogni 1000 femmine.
 $1000 / (1000+1057) = 48,6\%$ (definizione **FREQUENTISTA** di probabilità - probabilità A POSTERIORI)

L'ecografista, alla decima settimana di gravidanza, dice ai genitori che **80 su 100** il neonato è femmina. (definizione **SOGGETTIVISTA** di probabilità). L'ecografista, secondo le sue opinioni ed informazioni, esprime coerentemente il suo grado di fiducia nell'avverarsi dell'evento "nascita di una femmina".



Postulati della Probabilità

Positività

$$P(A) \geq 0$$

Certezza

$$P(I) = P(\Omega) = 1$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$A \cap B = \emptyset \leftarrow \text{Eventi incompatibili}$$

Unione



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

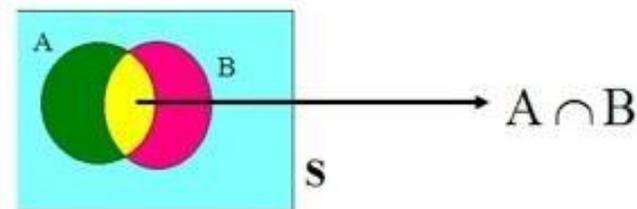
I Teoremi Fondamentali

1) $P(\emptyset) = 0$

2) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Teorema delle Probabilità Totali

3) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$





Teorema

La probabilità che in un esperimento di Bernoulli composto da n prove (ciascuna delle quali con probabilità di successo p), si abbiano esattamente k successi, è data dalla formula

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

La speranza matematica e' il prodotto fra la somma da vincere e la probabilita' di vincerla per indicarla useremo il simbolo:

Speranza matematica = Sp

essendo **S** la somma da vincere e **p** la probabilita' di vincerla.

Un **gioco** è **equo** se, chiamata $S(A)$ la somma puntata dal giocatore A , $p(A)$ la probabilità che vinca A , $S(B)$ la somma puntata dal giocatore B e $p(B)$ la probabilità che vinca B , vale la proporzione:

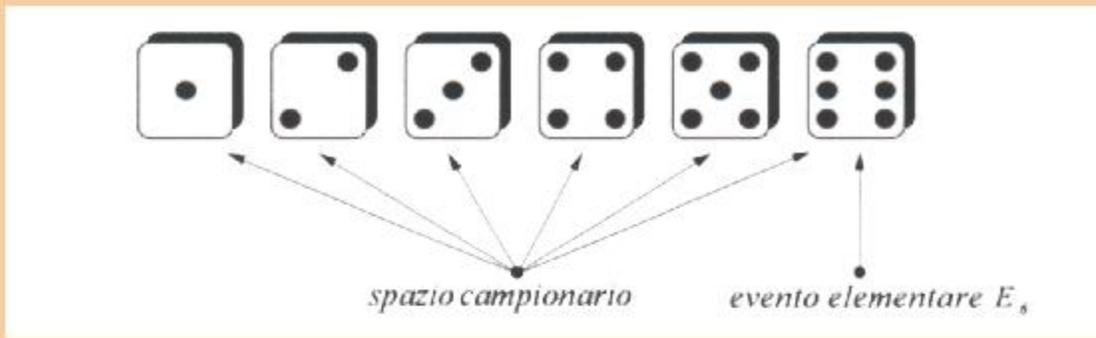
$$S(A) : p(A) = S(B) : p(B).$$



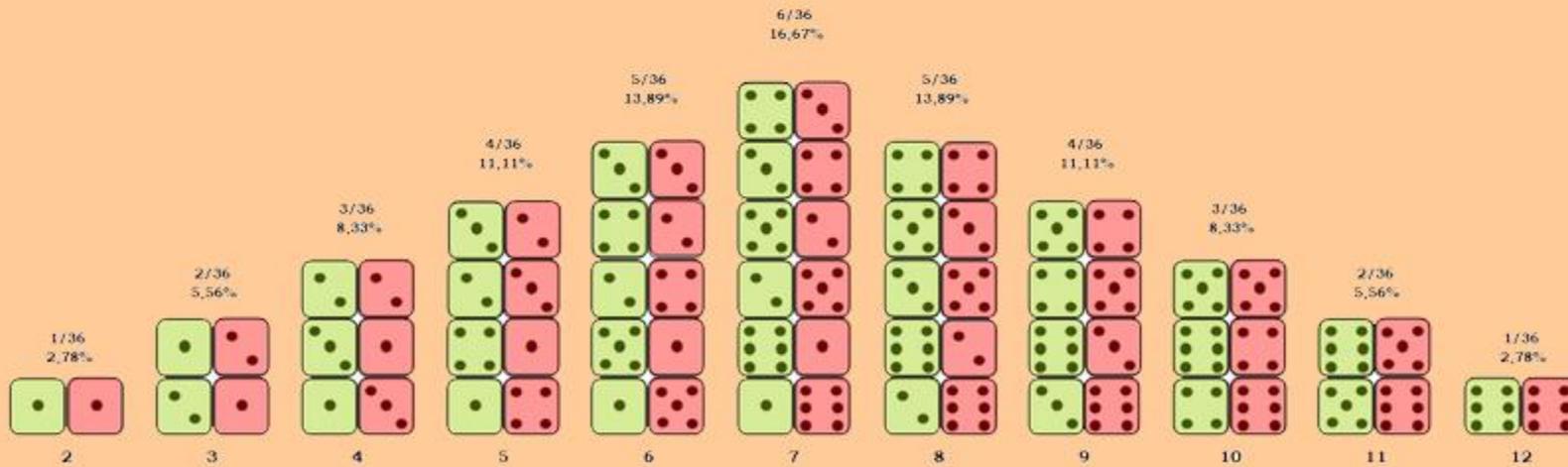
I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Matematica e GIOCHI

Lancio del dado: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$



Lancio di due dadi $\Omega = \{(1;1); (1;2);(2;1); (1;3); (3,1); (2;2); \dots\}$





ESERCIZI SVOLTI

RISOLUZIONE ESERCIZI SUL CALCOLO COMBINATORIO

A) SVILUPPARE E CALCOLARE LE SEGUENTI ESPRESSIONI :

| numero | esercizio | risoluzione |
|--------|---|--|
| 1) | $D_{3,2}$ | $3 \cdot 2 = 6$ |
| 2) | P_4 | $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ |
| 3) | P_6^3 | $\frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$ |
| 4) | $P_6^{3,3}$ | $\frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$ |
| 5) | $D_{3,2}$ | $3^2 = 9$ |
| 6) | $C_{4,2}$ | $\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ |
| 7) | $C_{n,n}$ | $\binom{n}{n} = 1$ |
| 8) | $D_{4,3} + D_{2,3} - C_{3,2}$ | $24 + 8 - 3 = 29$ |
| 9) | $\binom{3}{2} + \binom{7}{0} - \binom{2}{2}$ | $3 + 1 - 1 = 3$ |
| 10) | $\binom{20}{18}$ | $\binom{20}{18} = \binom{20}{2} = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190$ |
| 11) | $\binom{90}{86} \cdot 4!$ | $\binom{90}{86} \cdot 4! = \binom{90}{4} \cdot 4! = \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87}{4!} \cdot 4! = 90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87$ |
| 12) | $P_6^5 - P_3 + P_5^{3,2}$ | $6 \cdot 6 + 10 = 10$ |
| 13) | Determinare per quali valori di x sono vere le seguenti eguaglianze: a) $\binom{5}{x} = 5$ b) $\binom{n}{x} = 1$ | a) $x = 1; x = 4$ b) $x = 0; x = n$ |

CORSO DI CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA

Esercizi di calcolo combinatorio

Nota: Alcuni esercizi sono tradotti, più o meno fedelmente, dal libro *A first course in probability* di Sheldon Ross, quinta edizione, casa editrice Maxwell Macmillan.

Es.1 In quanti modi 7 buste numerate possono essere assegnate a 7 persone, se ognuna di esse riceve una busta?

Es.2 In quanti modi 7 buste numerate possono essere assegnate a 7 persone?

Es.3 In quanti modi 7 buste identiche possono essere assegnate a 7 persone?

Es.4 10 giocatori di tennis decidono di giocare un doppio.
 a) Quante coppie distinte si possono formare?
 b) Una volta formate le 5 coppie, quante distinte partite (coppia contro coppia) si possono giocare?

Es.5 Si consideri un mazzo di 40 carte (10 carte distinte per ciascuno dei quattro semi).

- a) Quanti insiemi di 5 carte si possono avere?
- b) Quanti insiemi di 5 carte possono avere 4 assi?
- c) Quanti insiemi di 5 carte possono avere 4 carte di uguale valore?
- d) Quanti insiemi di 5 carte possono avere 2 assi?
- e) Quanti insiemi di 5 carte possono avere almeno 2 assi?
- f) Quanti insiemi di 5 carte possono avere due coppie di carte di uguale valore, ma distinte fra loro?

Es.6 10 copie di un libro vengono distribuite in 5 scuole.
 a) In quanti modi possono essere distribuiti i libri fra le scuole?
 b) E se ad ogni scuola viene assegnato almeno un libro?

Es.7 Un'urna contiene 20 palline bianche e 10 palline nere.
 a) Eseguendo 5 estrazioni senza reimpulsoamento, in quanti casi si ottiene come esito dell'estrazione 3 palline bianche e 2 nere?
 b) E se ad ogni estrazione segue il reimpulsoamento?

Esercizi di Calcolo delle Probabilità' (I)

1. Si supponga di avere un'urna con 15 palline di cui 5 rosse, 8 bianche e 2 nere. Immaginando di estrarre due palline con reimpulsoamento, si dica con quale probabilità: a) si estraggono due palline di colore diverso? b) si estrae almeno una pallina rossa?
2. Si supponga di avere un mazzo di 40 carte di cui 30 blu e 10 rosse. Si estrae una carta: se esce carta blu si lancia una moneta altrimenti un dado regolare. Si dica con quale probabilità: a) esce testa, b) esce il numero 6.
3. Un'urna contiene 5 palline bianche, 6 nere, 4 rosse. Se ne estraggono 2. Calcolare la probabilità che siano dello stesso colore distinguendo il caso in cui le palline vengano estratte in coppia oppure singolarmente rimettendo la prima pallina estratta dall'urna.
4. Una scatola contiene due monete: la prima dà testa con probabilità 1/3; la seconda dà testa con probabilità 2/3. A caso si sceglie una delle due monete e la si lancia più volte. I due eventi (testa al primo lancio) e (testa al secondo lancio) sono indipendenti? Calcolare anche la probabilità che la moneta scelta sia la prima sapendo che nei primi due lanci è uscita croce.
5. Un'urna contiene 6 palline bianche. Si lancia un dado regolare e si colorano di arancione un numero di palline pari al risultato del lancio del dado. Dall'urna così modificata si estraggono a caso, con reimpulsoamento, due palline. Qual è la probabilità che siano entrambe arancioni?
6. Si lancia una moneta ripetutamente finché non esce testa. Supponendo di sapere che la moneta è bilanciata, calcolare la probabilità
 - (a) di ottenere testa al terzo lancio;
 - (b) di ottenere testa per la prima volta al terzo lancio (evento E_3);

Esercizi svolti su probabilità condizionata e teorema di Bayes

Esercizio 1

Si stima che il 30% degli adulti negli Stati Uniti siano obesi, che il 3% siano diabetici e che il 2% siano sia obesi che diabetici. Determina la probabilità che un individuo scelto casualmente

1. sia diabetico se è obeso;
2. sia obeso se è diabetico.

Soluzione

Indichiamo con O e D i seguenti eventi:
 O = "un individuo scelto casualmente sia obeso";
 D = "un individuo scelto casualmente sia diabetico".

Il testo ci dice che $P(O) = 0.30$, $P(D) = 0.03$ e $P(O \cap D) = 0.02$.

1. Il quesito chiede la probabilità che il soggetto sia diabetico dato che è obeso, ossia $P(D|O)$; applicando la regola della probabilità condizionata si ha

$$P(D|O) = \frac{P(D \cap O)}{P(O)} = \frac{0.02}{0.3} = 0.067$$

2. Il quesito chiede la probabilità che il soggetto sia obeso dato che è diabetico, ossia $P(O|D)$; applicando la regola della probabilità condizionata si ha

$$P(O|D) = \frac{P(D \cap O)}{P(D)} = \frac{0.02}{0.03} = 0.667$$

Esercizio 2

A un esame universitario si presentano sia studenti che hanno seguito il corso sia studenti che non l'hanno seguito. Il docente ritiene che il 65% degli studenti abbiano seguito il corso. La probabilità che uno studente superi l'esame dato che ha seguito il corso è 0.75, mentre la probabilità che uno studente superi l'esame dato che non ha seguito il corso è 0.40.



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Legge dei grandi numeri

La legge dei grandi numeri oppure *teorema di Bernoulli*, descrive il comportamento della media di una sequenza di n prove di una variabile casuale, indipendenti e caratterizzate dalla stessa distribuzione di probabilità, al tendere ad infinito della numerosità della sequenza stessa

Interactivate

Coin Toss

Shodor > Interactivate > Activities > Coin Toss

Learner Activity Help Instructor

Number of Tosses: Toss 'em!

Show Cumulative Stats

Yes

No



Clear Results

Display Results:

List

Table

Ratio

| Heads | Tails | Number of Tosses |
|-------|-------|------------------|
| 502 | 498 | 1000 |

@ Shodor

Number of Tosses: Toss 'em!

Show Cumulative Stats

Yes

No



Clear Results

Display Results:

List

Table

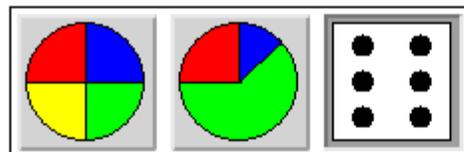
Ratio

| Heads | Tails | Number of Tosses |
|-------|-------|------------------|
| 51 | 49 | 100 |



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

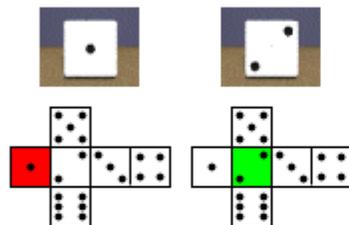
<http://www.shodor.org/interactivate/activities/ExpProbability/>



Dice Sums

New Dice

Make Dice



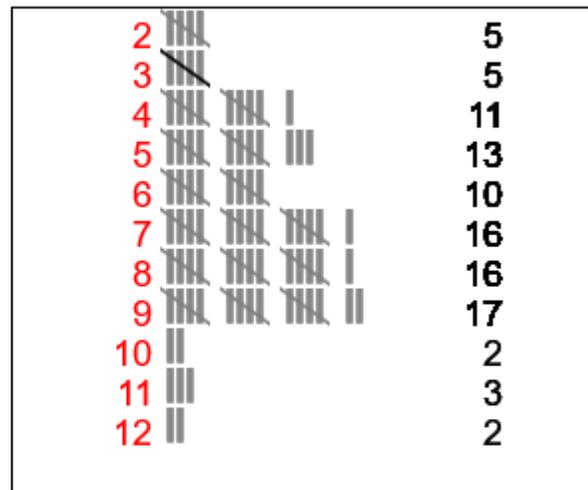
Sum of Dice:

$$1 + 2 = 3$$

Number of Rolls:

Roll Dice

Number of Cube Sums



Total Number of Rolls = 100

Clear Tally

© Shodor



Matematica e giochi

In un gruppo di N persone qual è la probabilità che ci sia almeno una coincidenza di compleanni ?



N persone; Probabilità di coincidenza

- 10 0,116 (11,6 %)
- 20 0,411 (41,1 %)
- 23 0,507 (50,7 %)
- 30 0,706 (70,6 %)
- 40 0,891 (89,1 %)
- 50 0,970 (97,0 %)
- 60 0,994 (99,4 %)

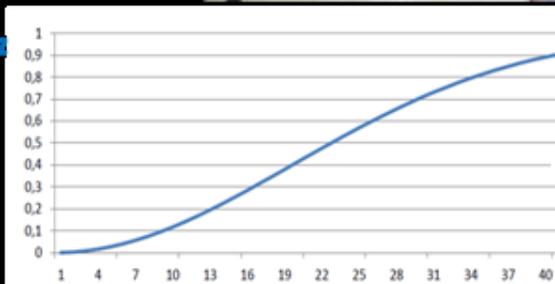


Grafico delle Probabilità di ottenere una coincidenza al variare del numero N .

La probabilità nella società e nel mondo reale: Coincidenze inaspettate, esiti e scommesse.



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Teorema di Bayes

$$P(A | B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Si sottolinea che nella pratica il denominatore $P(B)$ è spesso calcolato a utilizzando la formula della probabilità marginale e dunque:

$$P(A | B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|\bar{A})P(\bar{A})}$$

Una malattia colpisce 1 persona su 100.

Un test dà esito positivo nel 98% dei casi su persone effettivamente malate e nello 0,5% dei casi su persone che invece stanno bene.

Se una persona fa il test, che probabilità p ha di essere davvero malata se il test dà esito positivo?

$p(M/P)$: p che la persona sia malata posto che il test sia positivo

1/100: p di incidenza della malattia

98/100: incidenza di positività sui malati

99/100 (cioè 1-1/100): incidenza sulla non-malattia

5/1000: esito positivo sui sani

$$p(M / P) = \frac{\frac{1}{100} * \frac{98}{100}}{\left(\frac{1}{100} * \frac{98}{100}\right) + \left(\frac{99}{100} * \frac{5}{1000}\right)} = \frac{980}{1475} = 66,4\%$$



Teorema di Bayes

Una compagnia di assicurazioni auto prevede per i guidatori giovani una polizza più alta, in quanto questo gruppo tende ad avere un numero maggiore di incidenti. La compagnia distingue le età in 3 gruppi:

A (sotto i 25 anni, 22% di tutti i suoi assicurati),

B (25-39 anni, 43%),

C (da 40 anni in su).

I dati mostrano che in media ogni anno le percentuali di assicurati che hanno un incidente sono: 11% per il gruppo A, 3% per il B, 2% per il C.

a) Che percentuale di assicurati ci si attende abbia un incidente nei prossimi 12 mesi?

b) Se un assicurato X ha appena avuto un incidente, che probabilità c'è che abbia meno di 25 anni?

Soluzione:

a)

$$\frac{22}{100} \cdot \frac{11}{100} + \frac{43}{100} \cdot \frac{3}{100} + \frac{35}{100} \cdot \frac{2}{100} = \frac{242 + 129 + 70}{10000} = \frac{441}{10000} \approx 4,4\%$$

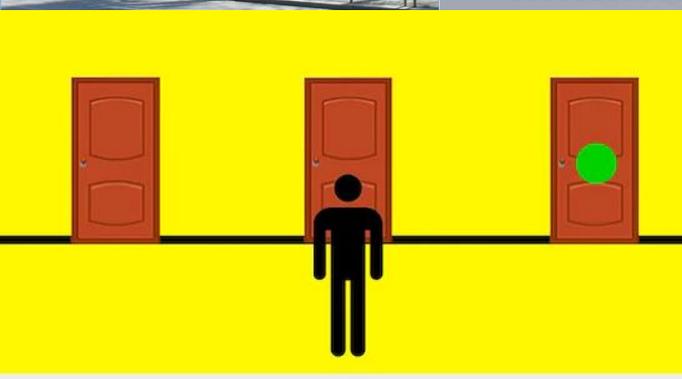
b)

$$p(A|I) = \frac{p(A) \cdot p(I|A)}{p(A) \cdot p(I|A) + p(B) \cdot p(I|B) + p(C) \cdot p(I|C)} = \frac{0,22 \cdot 0,11}{0,22 \cdot 0,11 + 0,43 \cdot 0,03 + 0,35 \cdot 0,02} \approx 55\%$$





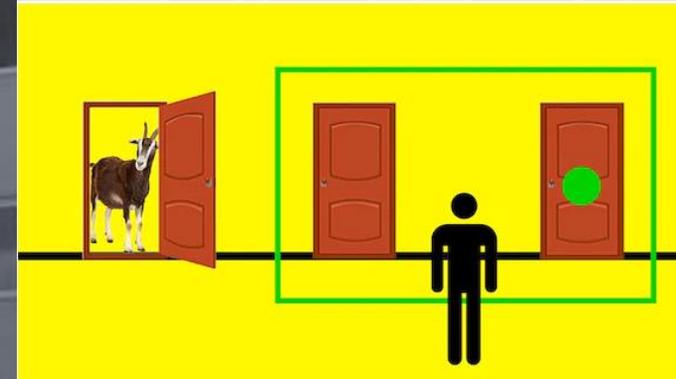
Teorema di Bayes – MONTY HALL



Il momento della scelta del giocatore. La porta contrassegnata dal bollino verde è quella che viene selezionata.



Il conduttore mostra la capra presente dietro una delle altre due porte.



Il giocatore può decidere se scegliere la porta rimanente o mantenere la sua decisione iniziale.

$M := \{ \text{il premio è dietro la porta aperta da Monty Hall} \}$

Notiamo che, per come è fatto il gioco, abbiamo $P(M^c) = 1$: difatti Monty Hall *sa* dov'è il premio e apre sempre una porta senza. Dopo che Monty Hall ha aperto la porta, possiamo calcolare

$$P(P_A|M^c) = \frac{P(P_A \cap M^c)}{P(M^c)} = P(P_A \cap M^c) = P(P_A) = \frac{1}{3}$$

Monty Hall, ora, ti dà l'opzione di cambiare la scelta e aprire l'altra porta. Per vedere se questo conviene, calcoliamo le probabilità di indovinare la porta sotto le due diverse opzioni: nel caso che cambiamo porta abbiamo $P(P_B \cup P_C) = 1 - 1/3 = 2/3$ (notiamo che l'evento $P_B \cup P_C$ significa ormai che il premio può stare solo sotto la porta rimasta), mentre come abbiamo visto la porta A ha sempre probabilità $1/3$ di contenere il premio: conviene quindi cambiare porta.

Interactivate

Advanced Monty Hall

Shodor > Interactivate > Activities > Advanced Monty Hall

Learner Activity Help Instructor

Single Run

Number of doors:

Pick a door!

Reset Doors

Add results to stats? Yes No



Multiple Runs

Number of doors: Number of runs:

Switch policy: Switch Stay

Run Experiment

Cumulative Statistics

| Number of doors: | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Won with switching | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Lost with switching | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Won with staying | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Lost with staying | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Clear Statistics

Click for details ->

© Shodor

javascript:selectTab(2);



Il dilemma del prigioniero (*Prisoner's Dilemma*)

Esso costituisce senz'altro uno degli aspetti più conosciuti della teoria dei giochi, intesa come l'insieme dei modelli logico-matematici che analizzano quelle situazioni in cui esista una interdipendenza tra le decisioni **razionali** di due o più soggetti.

Non studia le decisioni in sé (compito, obiettivo, campo di indagine delle **teoria delle decisioni**) ma si concentra sulla interdipendenza degli orientamenti presi da due o più soggetti.

Queste decisioni, comunque, rientrano nel campo delle scelte strategiche e **non** prevedono l'esclusivo intervento del caso quale fattore determinante dei risultati. Quando gli impegni/decisioni che i giocatori/contendenti possono/devono prendere consentono o comportano accordi, con risvolti talora di piena libertà o limitati da minacce o allettati da promesse, allora il gioco si dice **cooperativo**. Altrimenti il gioco sarà **non cooperativo**. Altre differenze stanno nel livello di completezza delle informazioni, nel grado di conoscenza, da parte dei giocatori, degli elementi riguardanti le decisioni da prendere, e delle relative conseguenze.

Nel gioco non cooperativo, oltre alla mancanza di accordo, non c'è la conoscenza **a priori** e reciproca della scelta dell'avversario.

In ordine, poi, al risultato possibile, ossia alla somma algebrica dei guadagni ottenibili da tutti i giocatori, (nel gergo *payoff*), il gioco potrà essere :

- **a somma costante**, intendendo che comunque lo stesso risultato ottenibile sarà diviso tra i contendenti ;
- **a somma variabile**, quando il risultato ottenuto potrà avere valore diverso.

In entrambi i casi potremo avere giochi a somma zero, giochi a somma positiva e giochi a somma negativa.

Infine, per quanto ci riguarda in questa sede, il gioco può essere rappresentato in **forma estensiva**, quando l'intera strategia è raffigurata mediante un completo ed articolato albero delle decisioni, ovvero in **forma normale**.

Quella normale è la rappresentazione più semplice ed è attuabile quando i giocatori sono **due**, ognuno dei quali può prendere **una** sola decisione tra quelle possibili, ossia può mettere in atto **una** sola mossa, ed il numero di alternative (o di possibili strategie) è limitato per cui la rappresentazione grafica oltre che utile, è adeguata.



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Utilizzando la terminologia prima ricordata, **il dilemma del prigioniero** è un gioco non cooperativo, a somma variabile, rappresentabile in forma normale.

Nel gioco vi sono due prigionieri - A e B - catturati in seguito alla scoperta di un delitto.

Ognuno dei due prigionieri è posto di fronte a due alternative :

- confessare : C
- non confessare : NC

il crimine che è stato commesso.

Nella tabella a doppia entrata di seguito riportata vengono espresse per riga le opzioni del prigioniero "A", mentre quelle del prigioniero "B" sono espresse in colonna.

| | | PRIGIONIERO B | |
|---------------|----|---------------|-----------|
| | | C | NC |
| PRIGIONIERO A | C | 10 10 | 0 20 |
| | NC | 20 0 | 1 1 |

Le cifre indicano gli anni di carcere che potranno ottenere in relazione alla alternativa scelta.

Ognuno dei due prigionieri ignora quale scelta ha fatto o farà l'altro, ma conosce il risultato che la sua scelta consegnerà combinandosi *a posteriori* con la scelta dell'altro.



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Questo perché le scelte di A e B sono indipendenti, cioè per ipotesi, non ci può essere accordo preventivo sulla scelta da effettuarsi.

Nella tabella ogni singolo quadro riporta il risultato ottenuto da ogni prigioniero: quello ottenuto da A nell'angolo in basso a sinistra, quello ottenuto da B nell'angolo in alto a destra.

Quale che sia la scelta effettuata da B, A potrà trarre vantaggio solamente confessando.

Infatti se B confessa :

- A confessando otterrebbe il carcere per 10 anni ;
- A non confessando otterrebbe il carcere per 20 anni ;
- 10 migliore di 20.

Se invece B non confessa :

- A confessando otterrebbe la libertà ;
- A non confessando otterrebbe una pena di 1 anno ;
- libertà migliore di 1 anno.

In maniera simile, qualunque sia la scelta di A anche a B conviene confessare, come mostra la tavola dei risultati.

In questo modo, poiché il gioco viene giocato una volta sola senza che sia possibile un coordinamento delle loro scelte, entrambi i giocatori, **razionalmente**, confesseranno e, ad entrambi, sarà comminata la pena detentiva di 10 anni.

Ad entrambi converrebbe non confessare il delitto, ottenendo 1 anno di carcere a testa e raggiungendo così la soluzione Pareto-ottimale.

D'altro canto la scelta che i prigionieri effettuano è quella razionale, anche se sembra paradossale. È razionale perché se uno non confessa e l'altro confessa, colui che non confessa avrà 20 anni di galera, risultato peggiore dei 10 anni subiti confessando. Apparenza paradossale e realtà razionale poggiano sul fatto che esiste, nei termini in cui sono stabiliti i risultati, un **incentivo a confessare** ; per questo non basterebbe neppure che i due prigionieri **avessero la possibilità di cooperare** per giungere alla scelta, di entrambi, per la non-confessione.

Questo vuole significare, ancora, che affinché il gioco da non cooperativo diventi cooperativo non basta la possibilità di un accordo, ma occorre che l'accordo sia vincolante; condizione che può verificarsi solamente nel caso in cui il gioco possa essere ripetuto e possa quindi permettere la possibilità di ritorsioni.



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Il fenomeno *free riding* emerge quando:

- all'interno di un gruppo di individui, alcuni membri evitano di dare il proprio contributo ad un bene comune o ad un progetto comune, ritenendo che il gruppo possa funzionare ugualmente nonostante il loro rifiuto
- questi individui beneficiano del bene comune senza accollarsi lo sforzo che il loro contributo comporterebbe

Il dilemma del prigioniero

- Il dilemma del prigioniero spesso serve a mettere in evidenza casi di *free riding*:

Due coinquilini:

- P: pulire casa
- NP: non pulire casa

| | | 2 | |
|---|----|-------|------|
| | | P | NP |
| 1 | P | 10 10 | 2 15 |
| | NP | 15 2 | 4 4 |

(NP, NP) è l'Eq. di Nash, (P, P) è Pareto dominante

- Il caso è molto simile a tutti quelli che coinvolgono i **BENI PUBBLICI**

In teoria dei giochi si definisce **equilibrio di Nash** un profilo di strategie rispetto al quale nessun giocatore ha interesse ad essere l'unico a cambiare

Un equilibrio è **Pareto-dominante** se non esiste nessun'altra combinazione di strategie che dà un payoff più alto ad un giocatore senza danneggiare l'altro



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

GIOCHI DI SORTE



I bari, 1594 - Caravaggio

Roma 16-17 dicembre

by Agriesti Raffaele

Referente prof. Santomauro Giorgio, D.S. Carlomagno Mimma.

Referente Unibas prof.ssa Malaspina Angelica, prof. Cialdea Alberto



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Speranza matematica

1) Lancio una moneta: se esce testa vinco 1 euro, se esce croce perdo 1 euro

- Speranza matematica per "uscita di testa"
somma da vincere 1€
probabilità di uscita di testa = $1/2$
Speranza matematica = $S_{1p_1} = 1€ \cdot 1/2 = 0,5€$
- Speranza matematica per "uscita di croce"
somma da vincere -1€ (negativo perché lo perdo)
probabilità di uscita di croce = $1/2$
Speranza matematica = $S_{2p_2} = -1€ \cdot 1/2 = -0,5€$
- Speranza matematica totale = $S_{1p_1} + S_{2p_2} = +0,5€ - 0,5€ = 0$
La speranza matematica del gioco è nulla: cioè se giocassi all'infinito dovrei aspettarmi di vincere in media 0 euro per ogni puntata
ho messo gli indici ad S perché vi sono giochi in cui è diversa la somma che si può vincere o perdere

2) Estraggo una carta da un mazzo di 40: se esce un asso vinco 5 euro, se esce una figura vinco 1 euro

- Speranza matematica per "uscita di un asso"
somma da vincere 5€
probabilità di uscita di un asso = $4/40 = 1/10$
Speranza matematica = $S_{1p_1} = 5€ \cdot 1/10 = 0,5€$
- Speranza matematica per "uscita di una figura"
somma da vincere 1€
probabilità di uscita di croce = $12/40 = 3/10$
Speranza matematica = $S_{2p_2} = 1€ \cdot 3/10 = 0,30€$
- Speranza matematica totale = $S_{1p_1} + S_{2p_2} = +0,50€ + 0,30€ = 0,80€$
La speranza matematica del gioco è 0,80 euro circa: cioè cioè se giocassi all'infinito dovrei aspettarmi di vincere in media 80 centesimi di euro per ogni giocata evidentemente è un gioco sbilanciato, nel senso che posso solo vincere e non perdere



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

TEOREMA DELLA ROVINA DEL GIOCATTORE





I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Definizione

Si chiama **valore atteso** ν (chiamato anche **aspettazione** o **media matematica**) di una variabile casuale x , la somma di tutti i valori che la variabile può assumere, ciascuno moltiplicato per la probabilità di essere assunto.

Il valore atteso gioca un ruolo fondamentale nel calcolo dei giochi d'azzardo: se il valore atteso è negativo (cioè in media si perdono più soldi di quanti non sene vincano) il gioco si dice iniquo.

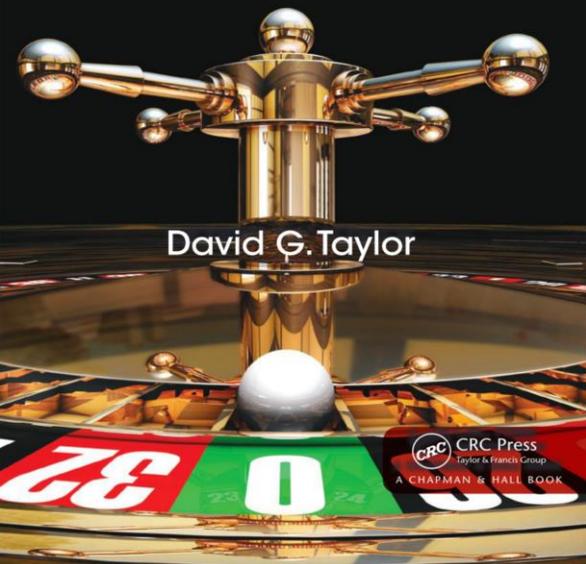


I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

TEXTBOOKS in MATHEMATICS

THE MATHEMATICS OF GAMES

An Introduction to Probability



Supponiamo di giocare alla roulette puntando una certa somma fissa S . Le regole prevedono che i soldi gettati sul tavolo verde S spettino sempre al banco e che in caso di vittoria il Casinò paghi 36 volte la somma giocata, cioè restituisca $36 \cdot S$. Calcoliamo ora il valore atteso, cioè :

$\boxed{\text{probabilità di perdere}} \times (-S) + \boxed{\text{probabilità di vincere}} \times (36S)$. I numeri che possono uscire

sono 37 (lo 0 e i numeri fra 1 e 36), per cui $P(\text{vittoria}) = \frac{1}{37}$. La probabilità di perdere la

somma giocata S è 1, si tratta infatti di un evento sicuro perché se non si mettono i soldi sul banco non si può giocare. Trattandosi di una perdita, nel calcolo del valore atteso bisognerà utilizzare $-S$.

Riassumendo abbiamo che il valore atteso è $v = 1 \cdot (-S) + \frac{1}{37} \cdot (36 \cdot S) = S \cdot \frac{-37 + 36}{37} = -S \cdot \frac{1}{37}$.

Abbiamo quindi dimostrato che in media il giocatore perde $\frac{1}{37}$ dei soldi giocati. Può non

sembrare molto, ma se in una serata su un certo tavolo verde "gira" 1 milione di euro (cifra tutt'altro che peregrina) il casinò incassa in media ca. 27.000 euro. A tavolo!

Roma 16-17 dicembre

by Agriesti Raffaele

Referente prof. Santomauro Giorgio, D.S. Carlomagno Mimma.

Referente Unibas prof.ssa Malaspina Angelica, prof. Cialdea Alberto



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

Le regole del gioco del Lotto sono le seguenti: da una ruota di 90 numeri (da 1 a 90) vengono estratti 5 numeri diversi. Esistono 5 diversi tipi di pronostico: si può giocare un solo numero (detto *estratto semplice*), due numeri (*ambo*) e così via fino a 5 (rispettivamente *terno*, *quaterna*, *cinquina*) puntando una certa somma S . Si vince se e solo se tutti i numeri giocati sono stati effettivamente estratti. A seconda del tipo di pronostico sono previsti i seguenti premi:

| Tipo di pronostico (quantità di numeri giocati) | Vincita |
|--|---------------------|
| Estratto semplice (1) | $11,232 \cdot S$ |
| Ambo (2) | $250 \cdot S$ |
| Terno (3) | $4500 \cdot S$ |
| Quaterna (4) | $120.000 \cdot S$ |
| Cinquina (5) | $6.000.000 \cdot S$ |



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

AGENZIA

Accise Dogane Monopoli di Stato



[Pubblicazioni ed Eventi](#)

[Servizi digitali](#)

[Laboratori chimici](#)

[Oltre Frontiera](#)

[Videoprocessi](#)

[Home](#) / [Giochi](#) / [Giochi numerici a quota fissa](#) / [Lotto](#) / [Note informative sulle probabilità di vincita](#)

Note informative sulle probabilità di vincita

LOTTO - CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

| Sorte |
|---------------------------------------|
| Estratto (con un solo numero giocato) |
| Estratto determinato |
| Ambetto (con due numeri giocati) |
| Ambo (con due numeri giocati) |
| Terno (con tre numeri giocati) |
| Quaterna (con quattro numeri giocati) |
| Cinquina (con cinque numeri giocati) |

| Tipo di pronostico (quantità di numeri giocati) | Vincita |
|--|---------------------|
| Estratto semplice (1) | $11,232 \cdot S$ |
| Ambo (2) | $250 \cdot S$ |
| Terno (3) | $4500 \cdot S$ |
| Quaterna (4) | $120.000 \cdot S$ |
| Cinquina (5) | $6.000.000 \cdot S$ |

| Probabilità 1 su |
|---------------------|
| 18 |
| 90 |
| $100,32 - 200,33^*$ |
| 400,5 |
| 11.748 |
| 511.038 |
| 43.949.268 |

Roma 16-17 dicembre

by Agriesti Raffaele

Referente prof. Santomauro Giorgio, D.S. Carlomagno Mimma.

Referente Unibas prof.ssa Malaspina Angelica, prof. Cialdea Alberto



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"



AGENZIA

Accise Dogane Monopoli di Stato



Chi siamo

L'attività

Publicazioni ed Eventi

Servizi digitali

Laboratori chimici

Oltre Frontiera

Videoprocessi

Giochi

ADM esercita il presidio dello Stato nel settore dei giochi garantendo gli interessi dell'Erario attraverso la riscossione dei tributi e l'eventuale gestione del contenzioso, tutelando il cittadino con il contrasto agli illeciti e gestendo il mercato delle concessioni e degli atti regolamentari.

Antifrode e controlli

Apparecchi da intrattenimento

Bingo

Giochi a base ippica

Giochi a base sportiva

Giochi numerici a quota fissa

Giochi numerici a totalizzatore

Gioco a distanza

Giochi di abilità, Carte, Sorte a quota fissa

Lotterie

Lotteria degli scontrini

Lotterie filantropiche

Normativa e Prassi

Pagamenti

Probabilità di vincita e dati sul gioco legale

Relazioni con gli operatori

- [SuperEnalotto](#)
- [SuperStar](#)
- [SiVinceTutto](#)
- [Eurojackpot](#)
- [Win For Life](#)
- [Totocalcio e Il9](#)
- [Totogol](#)
- [Big Match](#)
- [Scommesse a quota fissa](#)
- [Ippica Nazionale](#)
- [Scommesse ippiche in agenzia](#)
- [V7](#)
- [Newslot](#)
- [Sistemi di gioco VLT](#)
- [Lotterie istantanee](#)
- [Lotterie tradizionali](#)
- [Lotterie istantanee telematiche](#)
- [Bingo](#)
- [Gioco a Distanza](#)
- [Lotto](#)
- [10eLotto](#)
- [Giochi di abilità, Carte, Sorte a quota fissa](#)
- [Scommesse su eventi simulati](#)



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

AGENZIA

Accise Dogane Monopoli di Stato

Publicazioni ed Eventi

Servizi digitali

Laboratori chimici

Oltre Frontiera

[Home](#) / [Giochi](#) / [Giochi numerici a totalizzatore](#) / [Superenalotto](#) / Note informative sulle probabilità di vincita

Note informative sulle probabilità di vincita

Gioco SuperEnalotto - calcolo delle probabilità

Costo combinazione: 1 Euro (giocata minima 1 combinazione)

Matrice: 6 su 90

| Categoria | Punti | Probabilità 1 su |
|-----------|-------|------------------|
| 1^ | 6 | 622.614.630 |
| 2^ | 5+1 | 103.769.105 |
| 3^ | 5 | 1.250.230 |
| 4^ | 4 | 11.907 |
| 5^ | 3 | 327 |
| 6^ | 2 | 22 |

Roma 16-17 dicembre

by Agriesti Raffaele

Referente prof. Santomauro Giorgio, D.S. Carlomagno Mimma.

Referente Unibas prof.ssa Malaspina Angelica, prof. Cialdea Alberto



I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

AGENZIA

Accise Dogane Monopoli di Stato



[Publicazioni ed Eventi](#)

[Servizi digitali](#)

[Laboratori chimici](#)

[Oltre Frontiera](#)

[Videoprocessi](#)

[Home](#) / [Giochi](#) / [Giochi a base sportiva](#) / [Scommesse a Quota Fissa](#) / [Note informative sulle probabilità di vincita](#)

Note informative sulle probabilità di vincita

A differenza dei giochi di sorte tradizionali, in cui la probabilità di vincita è nota in partenza, nelle scommesse a quota fissa, è la quota assegnata ad un evento ad esprimere la probabilità che si verifichi quell'evento. La quota è un valore soggettivo, che il concessionario assegna ad ogni evento tramite elaborazioni statistiche, conoscenze, informazioni ecc.

Facciamo l'esempio di una partita di calcio, e sulle quote associate al risultato finale dell'incontro:

| | 1 | X | 2 |
|--------------------------|-----|-----|---|
| Arsenal-Tottenham | 1,9 | 3,4 | 4 |

Tanto è minore la quota proposta su un evento (la vittoria dell'Arsenal ad esempio) tanto è maggiore la probabilità che questo evento si verifichi. Per ottenere la probabilità in percentuale, si deve dividere il fattore 100 per ogni quota (es. $100/1.9 = 52.6$), ottenendo questi quozienti:

| | 1 | X | 2 |
|--------------------------|------|------|------|
| Arsenal-Tottenham | 52,6 | 29,4 | 25,0 |

Con un rapido calcolo, è evidente che la somma dei tre quozienti, non faccia 100, ma un valore sempre più grande, che viene chiamato lavagna (o allibramento) e che rappresenta il margine di intermediazione teorico che ogni bookmaker trattiene nella formulazione delle quote, nel nostro caso: **lavagna 107,04**

Questo significa che le **reali probabilità associate** alla vittoria dell'Arsenal, al pareggio e alla vittoria del Tottenham (calcolate al netto della lavagna) saranno ottenute dividendo ulteriormente i quozienti ottenuti per la lavagna calcolata: per esempio la probabilità percentuale della vittoria dell'Arsenal è dato dall'equazione: $107,04:52,6=100:X$ da cui ne deriva che $X= 49,1\%$.

| | 1 | X | 2 |
|--------------------------|------|------|------|
| Arsenal-Tottenham | 49,1 | 27,5 | 23,4 |

E che il Payout teorico associato all'evento (Quello che otterrebbe in vincite lo scommettitore che puntasse su tutti gli esiti possibili dell'incontro, proporzionalmente alle quote) sarebbe il 93,42% (100/lavagna).



Saluti da

I.I.S.S. "Q. ORAZIO FLACCO"

di Venosa

GRAZIE per l'attenzione

