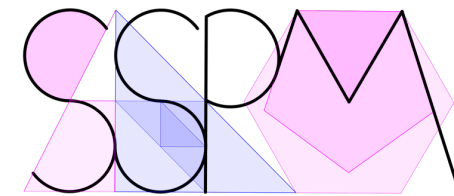
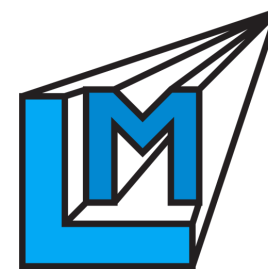




DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA
GIUSEPPE PEANO
UNIVERSITÀ DI TORINO



Tutti a tavola! Matematica *à la carte*

Ornella Robutti, Herbert Agli, Raffaele Casi

Seminario Nazionale sui Licei Matematici

16 dicembre 2022 Sapienza, Università di Roma

Tutti a tavola! Matematica *à la carte*

Menù

Il progetto SSPM a Torino

Multimodalità e rappresentazioni

Il ciclo OATLP

Le attività proposte agli insegnanti

La sperimentazione con gli studenti

IL PROGETTO SSPM: DOVE LA RICERCA INCONTRA LA TERZA MISSIONE

https://frida.unito.it/wn_pages/tmContenuto.php/456_matematica-teorie-e-applicazioni/45/

RICERCA

Comunità di insegnanti in
formazione professionale

Boundary crossing

Prasseologie degli insegnanti e
dei formatori

Belief degli insegnanti

Processi degli studenti

VALUTAZIONE VQR: Eccellente

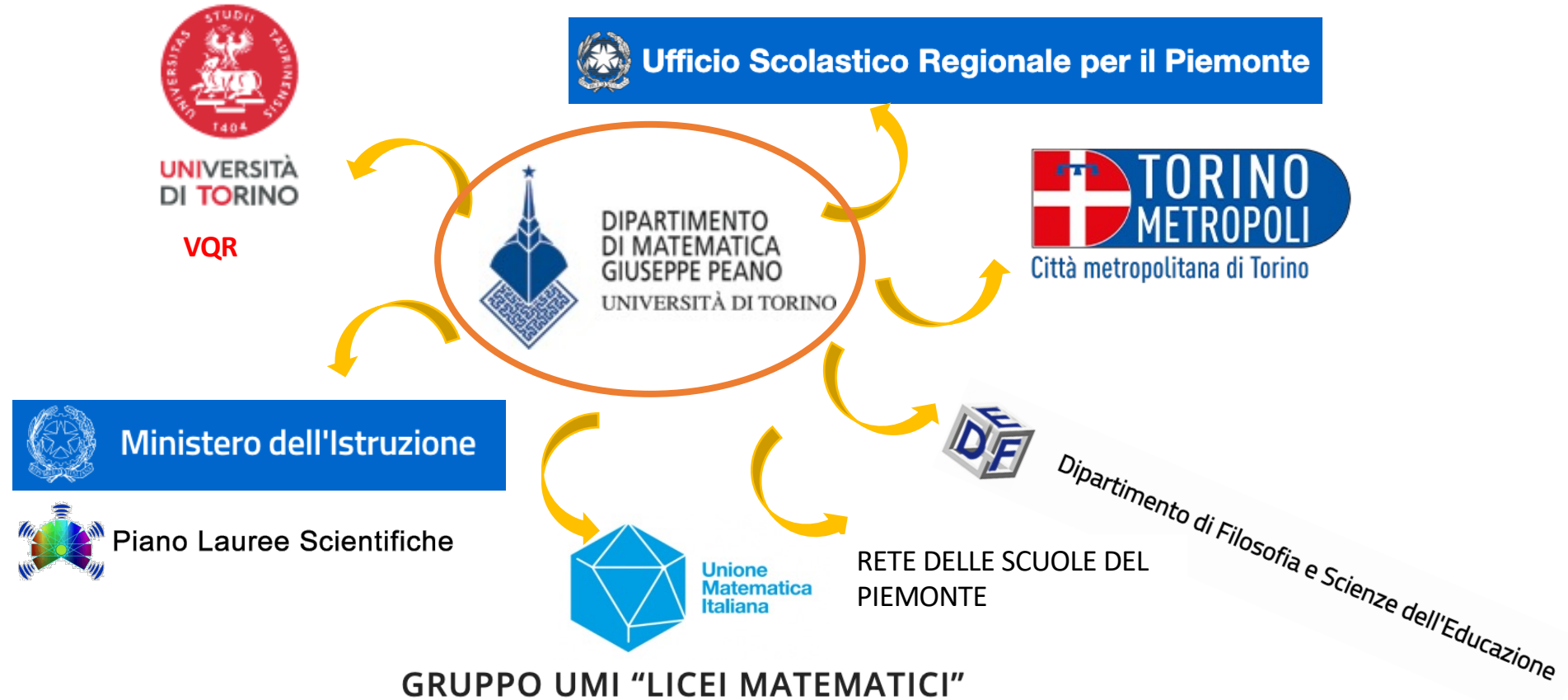
- ▶ Consente di innalzare la qualità dell'offerta formativa delle scuole del territorio
- ▶ Determinante nel generare l'impatto ed evidenzia un forte legame con i risultati della ricerca scientifica



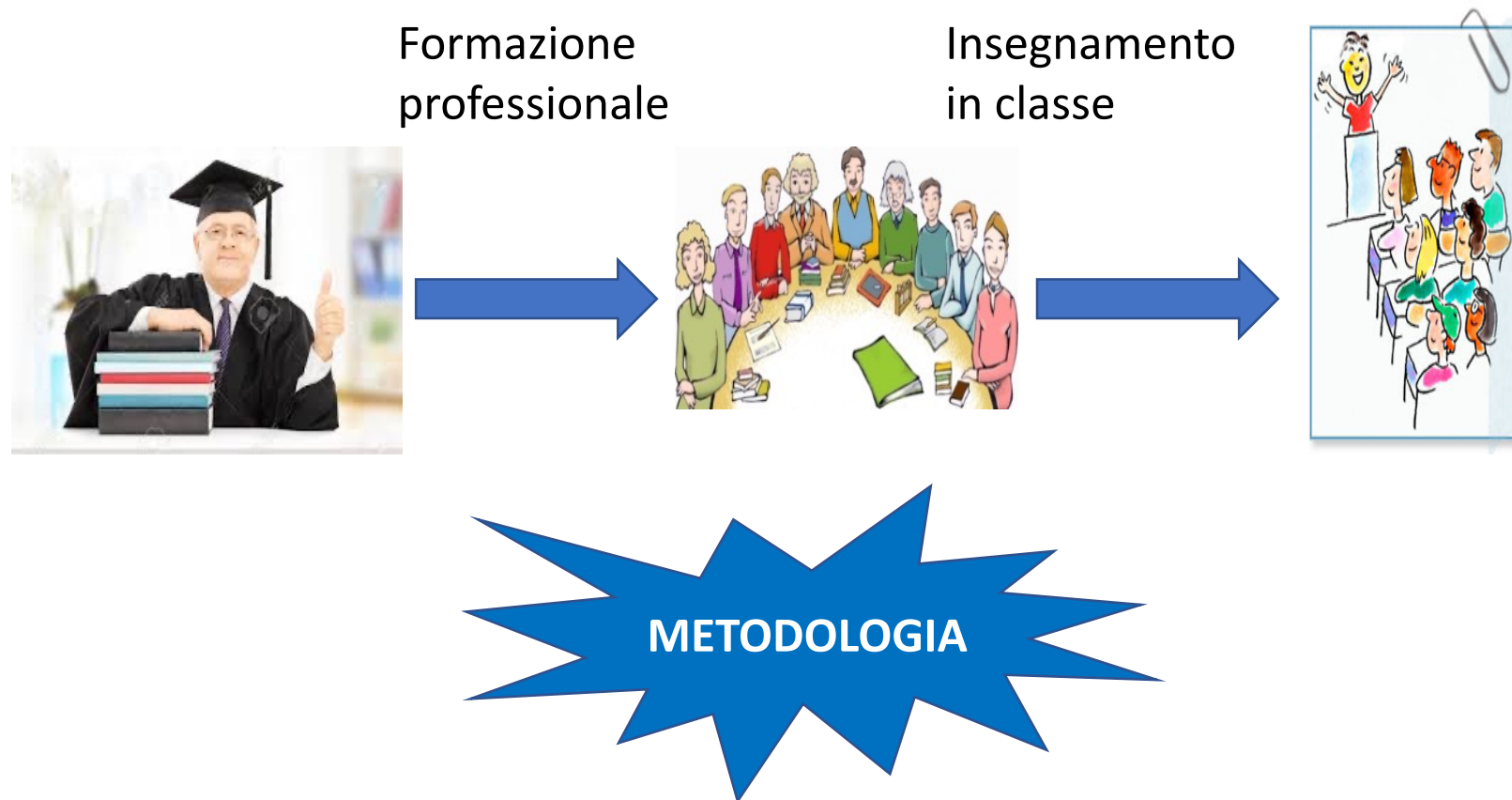
DI. FI. MA. in Rete



SINERGIA ISTITUZIONALE DEL PROGETTO SSPM SUL TERRITORIO



IL MODELLO FORMATIVO A TORINO



FINALITÀ FORMAZIONE DOCENTI

1.0

- **Aspetti teorici** della ricerca
- **Riflessioni e discussioni** sulle attività proposte dai formatori
- **Sperimentazione** di attività in classe tramite laboratorio di matematica, inquiry

2.0

- **Progettazione** di attività e percorsi
- **Osservazione dei processi** di insegnamento e apprendimento



FINALITÀ FORMAZIONE STUDENTI

- **Apprendimento attivo**
- Sviluppo di **abilità critiche e di ricerca (inquiry)**
- Competenze integrate **nella risoluzione di problemi, nella modellizzazione, nell'argomentazione**

FORMAZIONE ORIZZONTALE

Gruppi di insegnanti
suddivisi per grado
scolare:

- Primaria
- Sec I grado
- Sec II grado biennio
- Sec II grado triennio
- Sec I grado 2.0
- Sec II grado 2.0

FORMAZIONE VERTICALE

Gli insegnanti di tutti i
gradi scolari affrontano
una stessa pillola
teorico- metodologica e
una stessa attività
corrispondente ad essa,
adattata ai diversi gradi
Discussione collettiva
finale

110 Primaria
23 Medie
37 Liceo
12 Medie 2.0
15 Liceo 2.0
16 Formatori

Multimodalità

dalle neuroscienze

Una **caratteristica del funzionamento cognitivo** umano messo in luce dai risultati sui neuroni specchio e contrapposto alla “modularità”

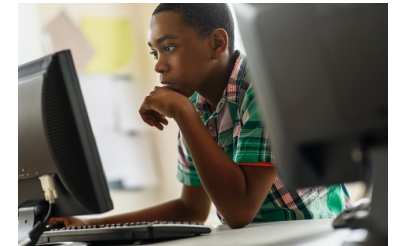
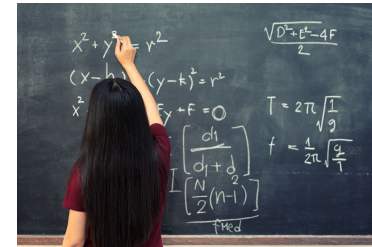


non solo per il controllo motorio, ma anche per la progettazione di azioni → il pensare.

Gallese, V. & Lakoff, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive Neuropsychology* 22, 455-479.

nella comunicazione

Modalità multiple che abbiamo per **comunicare** ed esprimere i significati ai nostri interlocutori: **parole, suoni, immagini**, e così via



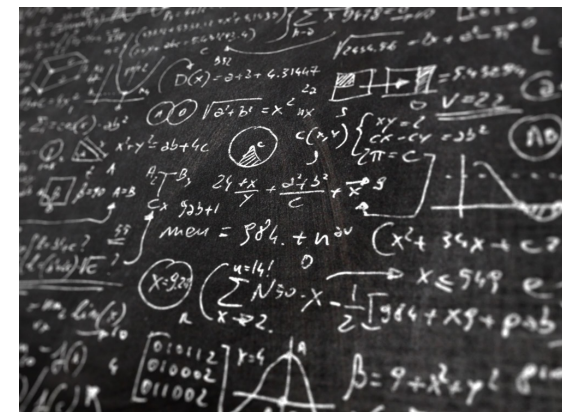
Kress, G. (2004). Reading images: Multimodality, representation and new media. *Information Design Journal*, 12(2), 110-119

Multimodale- Didattica della Matematica

L'importanza e la mutua coesistenza di una varietà di **modalità o risorse cognitive, materiali e percettive** nei processi di insegnamento-apprendimento, e più in generale nella formazione dei significati matematici.



- Testi scritti
- Discorsi verbali
- Disegni
- Simboli matematici
- Grafici
- Diagrammi
- Gesti
- Schizzi
- ...



In particolare, le attività percettivo-motorie ed *embodied* come i movimenti corporei, i gesti, la manipolazione di materiali o artefatti, il disegnare, i ritmi, vengono ad assumere un ruolo prominente anche per il «pensiero matematico astratto»

Radford, L., Edwards, L. & Arzarello, F. (2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 91 - 95.

Qualche riflessione dal punto di vista docente

L'apprendimento avviene in maniera **multimodale**.

La multimodalità si manifesta in classe, sia quando gli studenti apprendono la matematica sia quando l'insegnante la insegna!

Tracce di multimodalità si ritrovano nelle produzioni sia orali sia scritte degli studenti.

Bisogna avere delle lenti per saperla riconoscere e valorizzare (attenzione al corpo, agli sguardi, al tono della voce,...)

Anche i gesti e dell'insegnante possono essere significativi: vale la pena chiedersi quali modi di esprimere e comunicare un messaggio siano i migliori o i preferiti da chi apprende, la maggior parte delle quali corrisponde al suo interesse nel formare il messaggio, ecc.

Dal punto di vista dell'apprendimento

La matematica è fatta di multi-rappresentazioni.

Saperle gestire e saper passare dall'una all'altra, è una competenza fondamentale da acquisire in matematica.

La tecnologia le rende spesso accessibili in modo integrato, comunque permette di **visualizzarle** e di manipolarle.

Rappresentazioni – L'approccio di R. Duval

I processi di pensiero in matematica si basano su due tipi di trasformazioni delle rappresentazioni differenti:

CONVERSIONI

&

TRATTAMENTI

Anche se dal punto di vista matematico una sola rappresentazione è sufficiente, dal punto di vista cognitivo l'attività matematica coinvolge la mobilitazione di almeno due registri di rappresentazione, o la possibilità di passare in ogni momento da un registro ad un altro.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.

La scelta delle rappresentazioni

- dal punto di vista matematico, la «conversione» entra in gioco nel momento in cui dobbiamo scegliere un registro nel quale i trattamenti possano essere svolti in modo più economico o più efficace
- il trattamento entra in gioco nel momento in cui ad esempio dimostriamo o lavoriamo all'interno di un certo registro
- ma è la scelta del tipo di trattamento che rende la scelta del registro rilevante

Essere in grado di muoversi da un registro di rappresentazione ad un altro è fondamentale in ogni fase del percorso scolastico, così come svolgere e saper interpretare trattamenti e conversioni tra i diversi registri di rappresentazione. Lo sviluppo di tale competenza deve essere un obiettivo didattico esplicito dell'insegnamento della matematica.

L'attività che presentiamo oggi ha l'obiettivo di sviluppare tale competenza

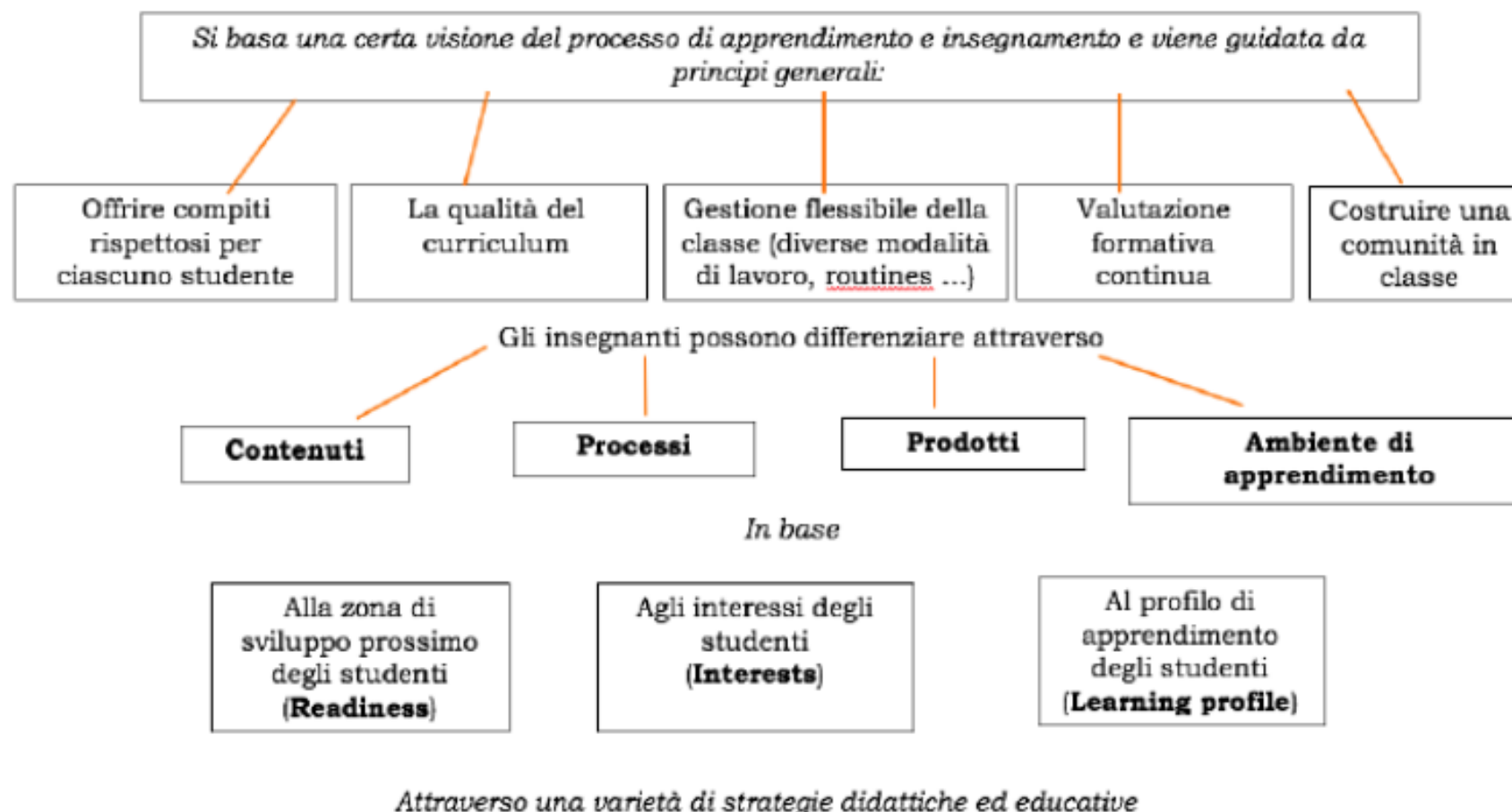
Il progetto OpenMath

Quanto segue è tratto dal progetto OpenMath ideato da H. Demo, G. Santi, M. Garzetti e G. Tarino della Libera Università di Bolzano

L'idea è unire la **Didattica della matematica** con la **differenziazione didattica** tipica del paradigma inclusivo (Gregory&Chapman, 2012; Tomlinson, 1999, 2012)

Demo, H., Garzetti, M., Santi, G., & Tarini, G. (2021). Learning Mathematics in an Inclusive and Open Environment: An Interdisciplinary Approach. Education Sciences, 11(5), 199.

La differenziazione didattica



Tomlinson, C. A., Sousa D. A. (2011). *Differentiation and the brain: How neuroscience supports the learner-friendly classroom*. Indiana: Solution Tree.

Le stazioni

L'idea alla base è quella di avere delle **stazioni (o tavoli)** in cui ci siano attività legate a **diverse rappresentazioni di uno stesso nucleo concettuale della matematica**.

Gli studenti e le studentesse (da soli o in piccolo gruppo) **scelgono liberamente quale stazione affrontare** e si recano fisicamente nella stazione per affrontare l'attività proposta.

Tipologie di stazioni

Le diverse modalità di interazione con la conoscenza in ogni stazione vanno intese come **linee guida nella progettazione per una differenziazione dei processi** supportata da una proposta ricca ed eterogenea di modalità e rappresentazioni.



Il ciclo Open Activity Theory Lesson Plan (OATLP)

- **Open:** apertura didattica (stazioni), visione plurale del processo di insegnamento-apprendimento, processi di differenziazione didattica
- **Activity theory:** teoria di ispirazione vygostkijana, matrice storico-culturale, teoria dell'oggettivazione, lavoro di gruppo e discussione
- **Lesson plan:** progettazione, nelle sue diverse fasi, dell'attività didattica

Il ciclo OATLP

Dopo aver terminato la stazione, gli studenti e le studentesse si **confrontano tra gruppi** e poi scelgono una seconda stazione.

E così, via, a seconda del tempo e del focus dell'attività.



Opportunità

L'attività è **differenziata per tutti**, non solo per gli studenti con BES.
L'approccio è **fortemente inclusivo**.

Gli studenti e le studentesse **compiono delle scelte consapevoli** circa le
stazione da affrontare.

Approccio fortemente **orientato alla multimodalità**.

Collegamenti tra rappresentazioni diverse dello stesso nucleo (come,
ad esempio, nell'approccio MERLO).

Sfide

Non è semplice **ideare diverse stazioni** in un approccio multimodale

Non tutti gli studenti e le studentesse **possono affrontare sempre tutte le stazioni**

Logistica relativamente complessa, almeno le prime volte.

La nostra proposta

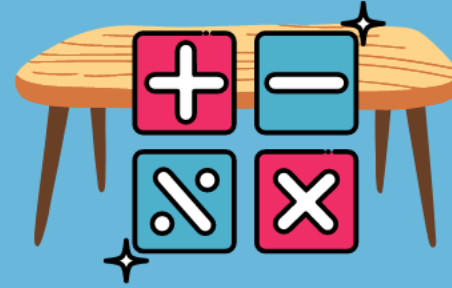
Attività in verticale: dalla prima primaria alla quinta
secondaria di I grado

Un unico tema: le trasformazioni geometriche

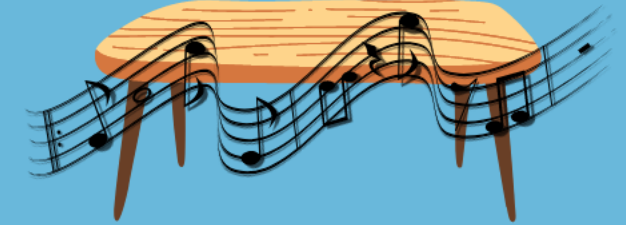
Differenti approcci, in ottica OATLP

A DISTANZA!

1) ANALITICO



2) CREATIVO
DIVERGENTE



3) NARRATIVO



4) PRATICO-MANUALE



5) PRATICO-MANUALE



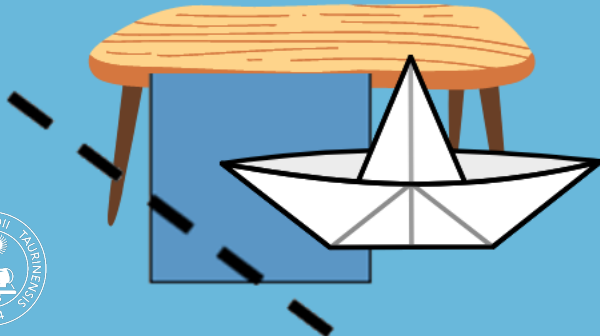
8) VISUALE-MANUALE



7) VISUALE



6) PRATICO-MANUALE

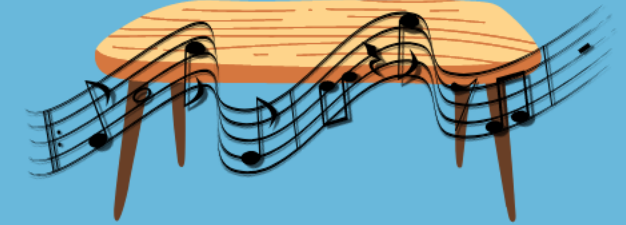


SCUOLA
PRIMARIA

1) ANALITICO



2) CREATIVO DIVERGENTE



3) NARRATIVO



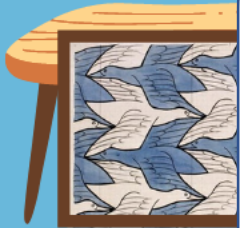
4) PRATICO-MANUALE



8) VISUALE-MANUALE



7) VIS

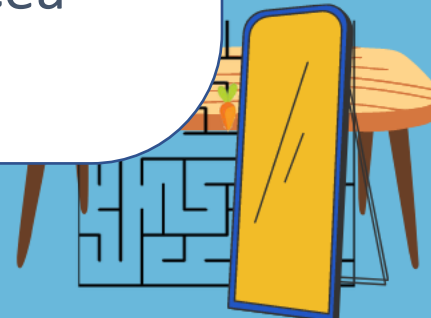


Isometrie e operazioni

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	6
3	3	4	5	6	7

Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

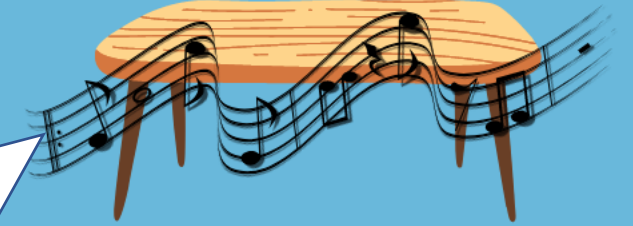
-MANUALE



1) ANALITICO



2) CREATIVO DIVERGENTE



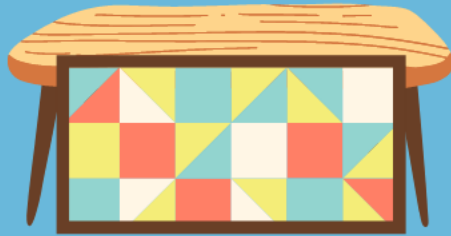
3) NARRATIVO



4) PRATICO-MANUALE



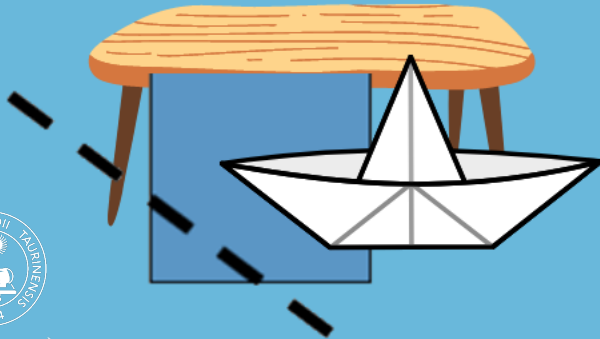
8) VISUALE-MANUALE



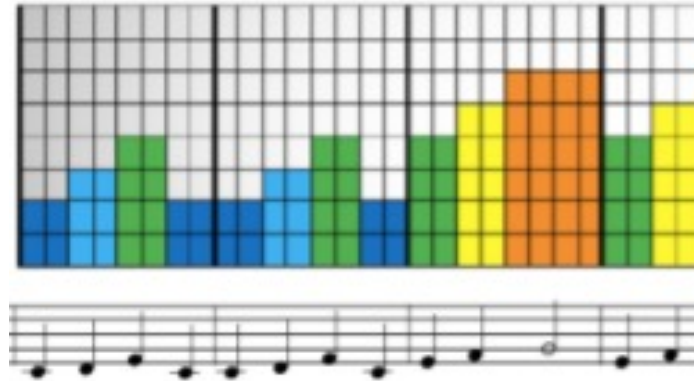
7) VISUALE



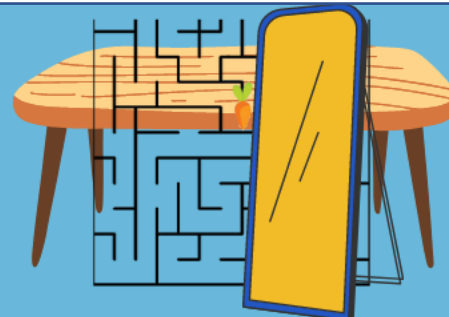
6) PRATICO-MANUALE



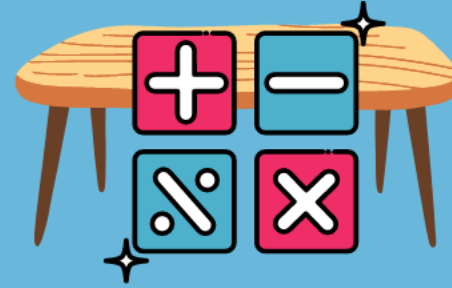
Fra' Martino



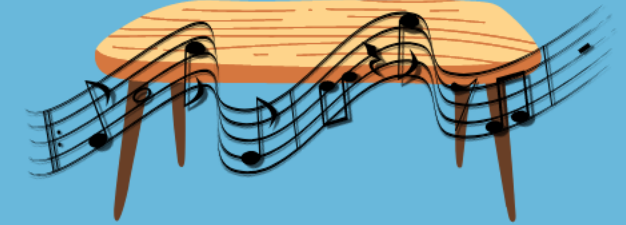
Lavoro su video YouTube



1) ANALITICO



2) CREATIVO DIVERGENTE



3) NARRATIVO



4) PRATICO-MANUALE



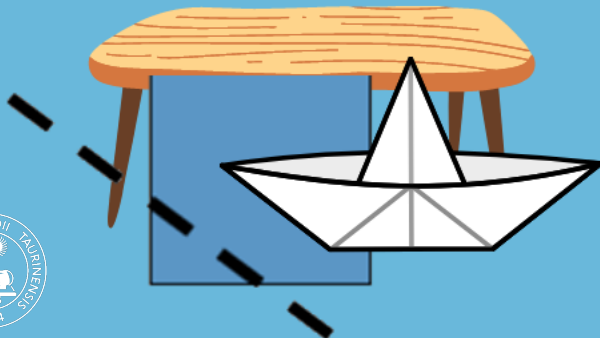
8) VISUALE-MANUALE



7) VISUALE



6) PRATICO-MANUALE



Isometrie nelle poesie

Apriemi, per favore,
la finestra del salotto:
sono un povero passerotto
che ha freddo fino al cuore.

Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

1) ANALITICO



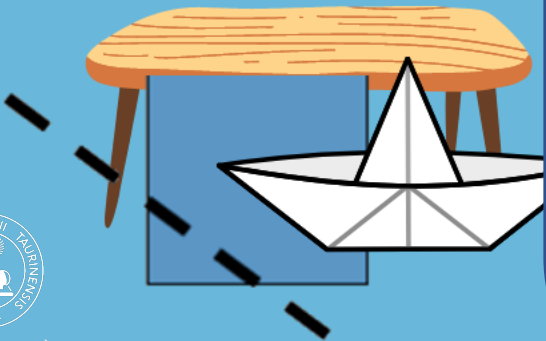
8) VISUALE-MANUALE



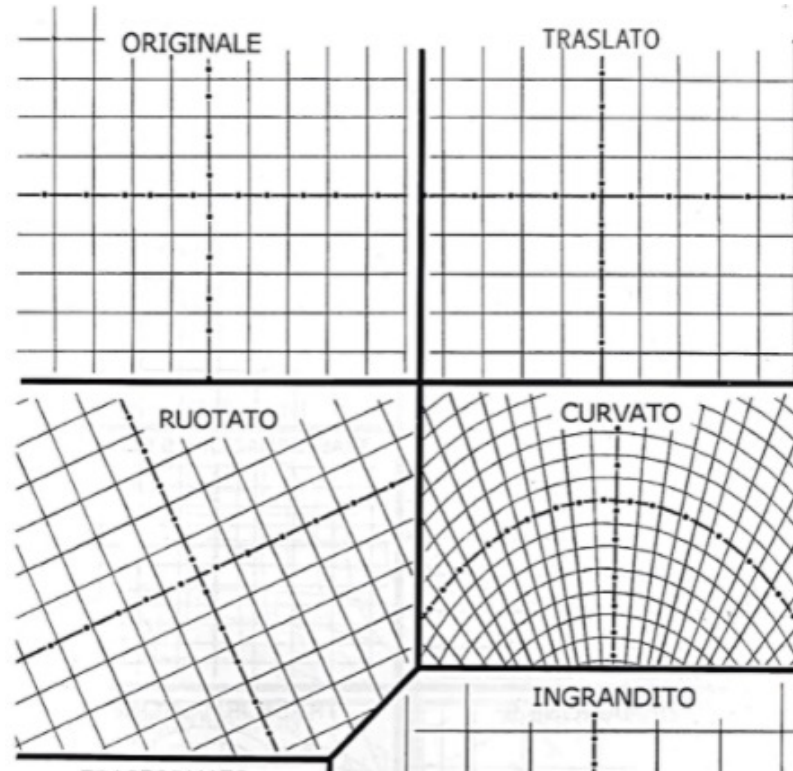
7) VISUALE



6) PRATICO-MANUALE

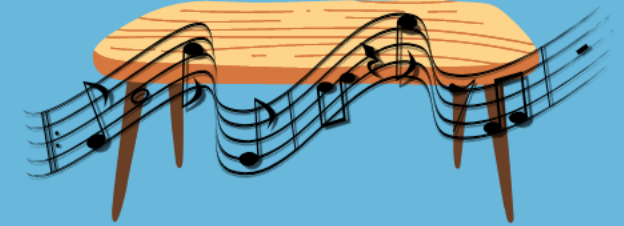


Griglie deformate



Lavoro su scheda cartacea da stampare.

2) CREATIVO DIVERGENTE



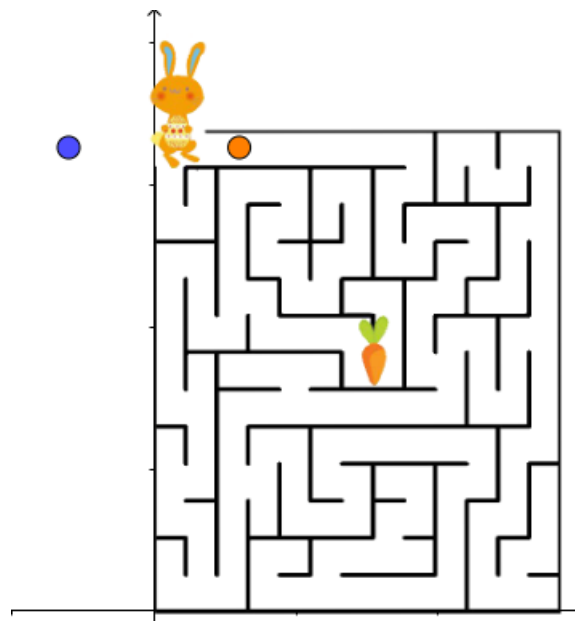
3) NARRATIVO



4) PRATICO-MANUALE



Labirinto allo specchio

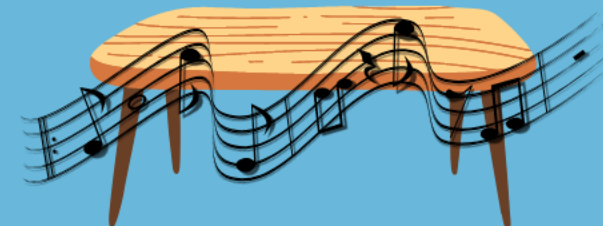


Lavoro su GeoGebra

1) ANALITICO



2) CREATIVO
DIVERGENTE



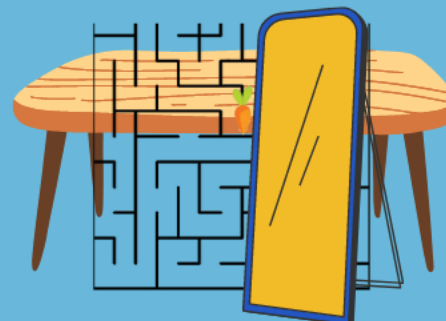
3) NARRATIVO



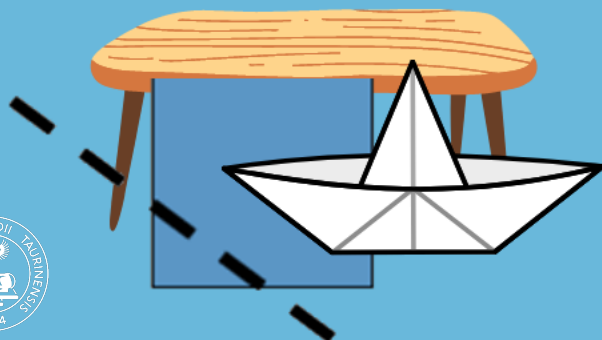
4) PRATICO-MANUALE



5) PRATICO-MANUALE

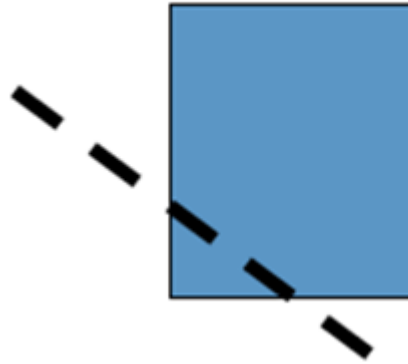


6) PRATICO-MANUALE



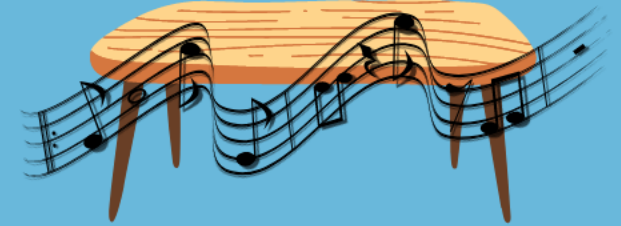
1) ANALITICO

Pieghiamo un foglio
di carta



Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa).

2) CREATIVO DIVERGENTE



3) NARRATIVO



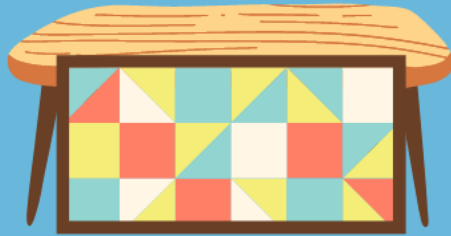
4) PRATICO-MANUALE



5) PRATICO-MANUALE



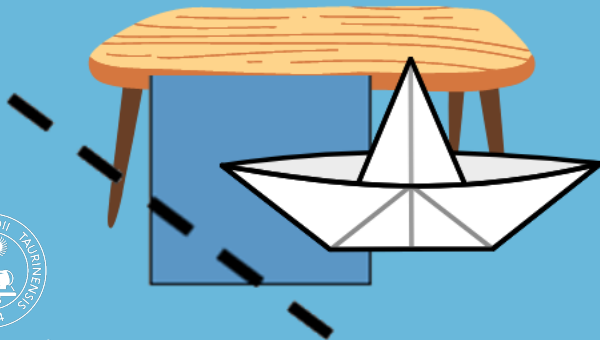
8) VISUALE-MANUALE



7) VISUALE



6) PRATICO-MANUALE



1) ANALITICO

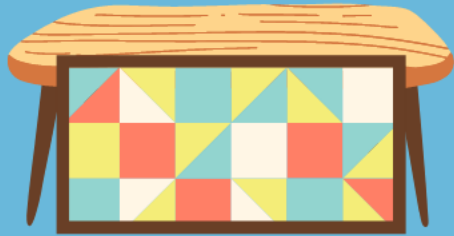


Alla caccia di isometrie



Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa).

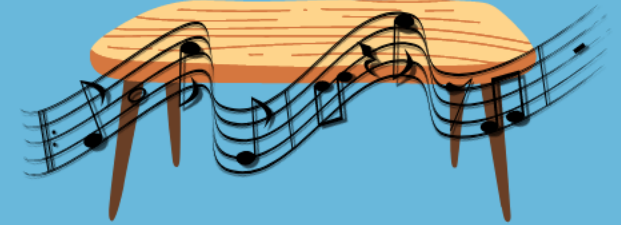
8) VISUALE-MANUALE



7) VISUALE



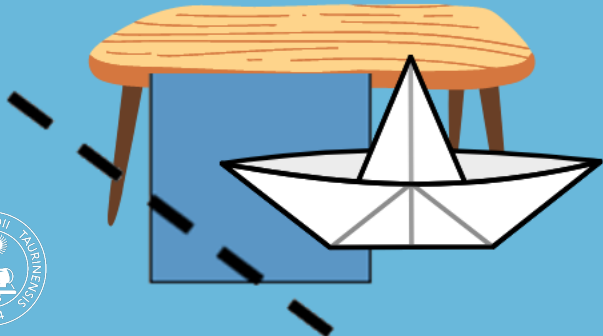
2) CREATIVO DIVERGENTE



3) NARRATIVO



6) PRATICO-MANUALE



5) PRATICO-MANUALE



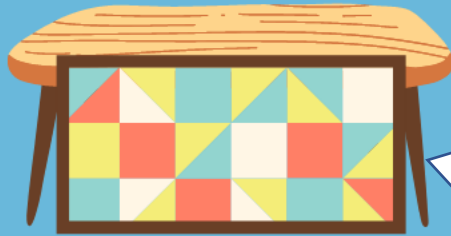
4) PRATICO-MANUALE



1) ANALITICO



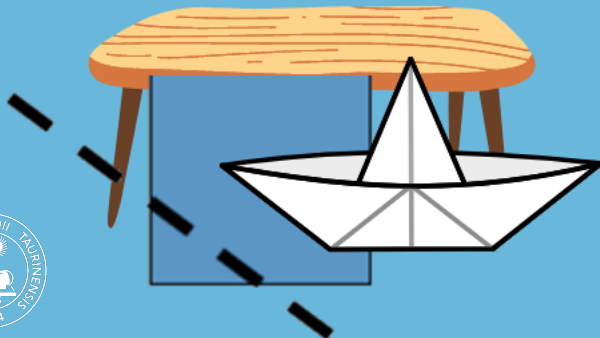
8) VISUALE-MANUALE



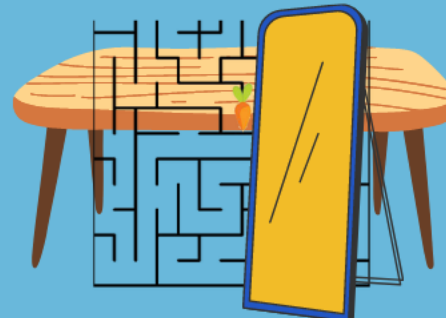
7) VISUALE



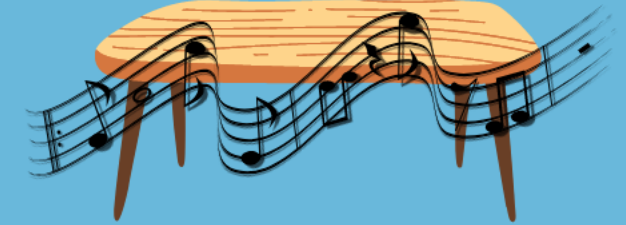
6) PRATICO-MANUALE



5) PRATICO-MANUALE



2) CREATIVO DIVERGENTE



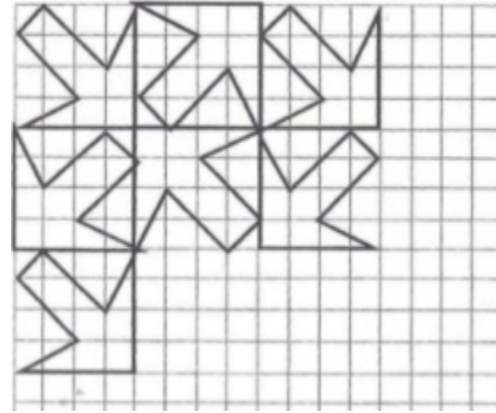
3) NARRATIVO



4) PRATICO-MANUALE



Decoriamo pavimenti

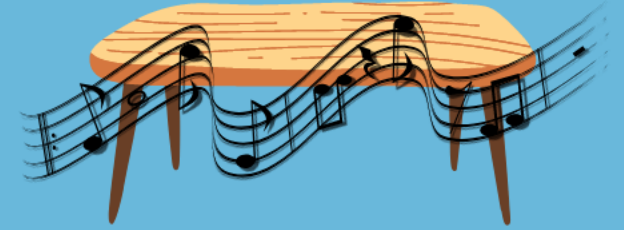


Lavoro con carta, forbici e colla.

1) ANALITICO



2) VISUALE

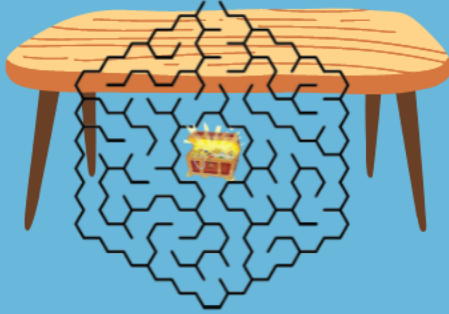


3) NARRATIVO

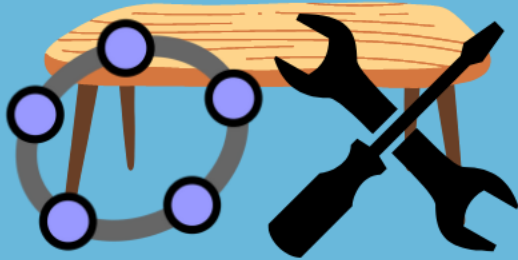


SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO

7) PRATICO-MANUALE



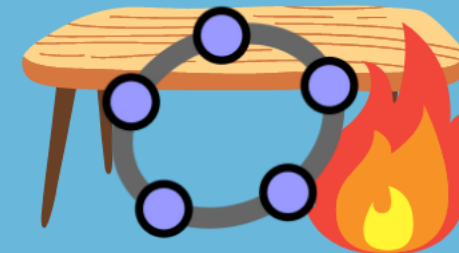
6) ANALITICO-INDUTTIVO



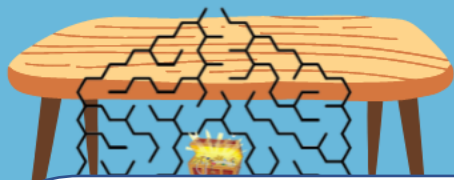
5) VISUALE-MANUALE



4) PRATICO-MANUALE



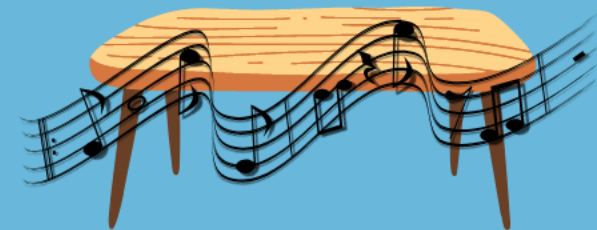
7) PRATICO-MANUALE



1) ANALITICO



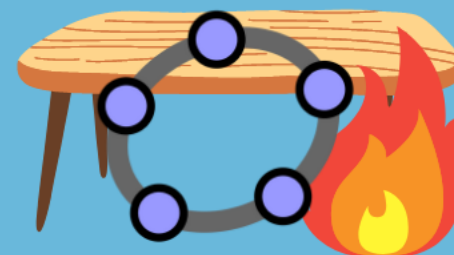
2) VISUALE



3) NARRATIVO

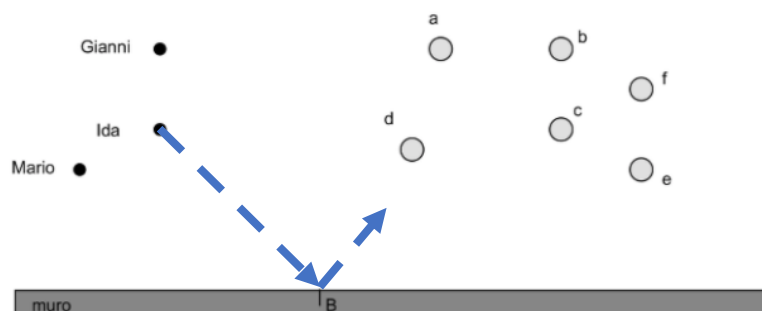


4) PRATICO-MANUALE



5) VISUALE

Giochiamo a biliardo!



Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

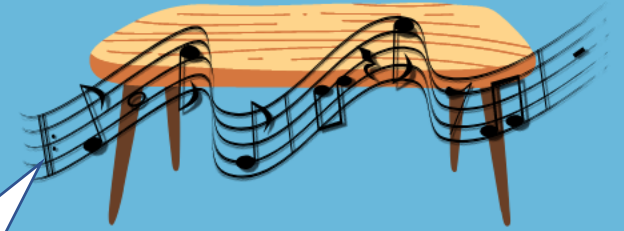
6) ANALITICO



1) ANALITICO



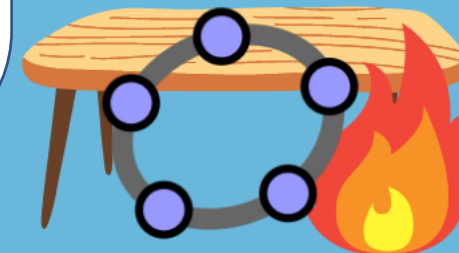
2) VISUALE



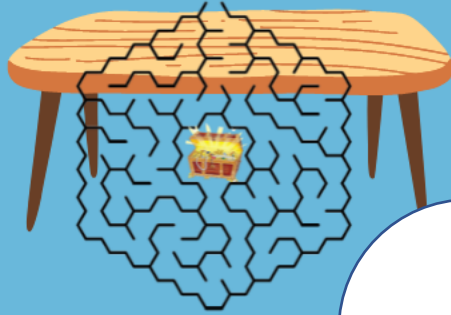
3) NARRATIVO



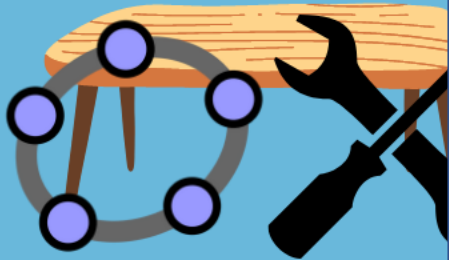
PRATICO-MANUALE



7) PRATICO-MANUALE



6) ANALITICO-IND



5

Ascoltiamo Bach!

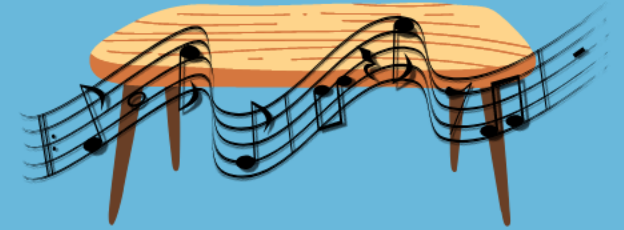


Lavoro su video YouTube

1) ANALITICO



2) VISUALE



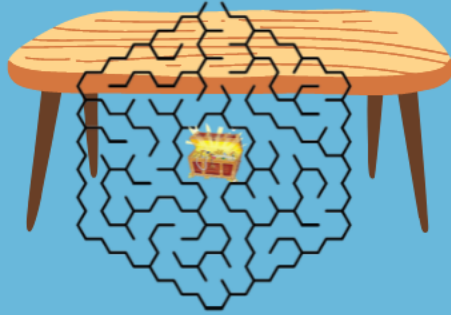
3) NARRATIVO



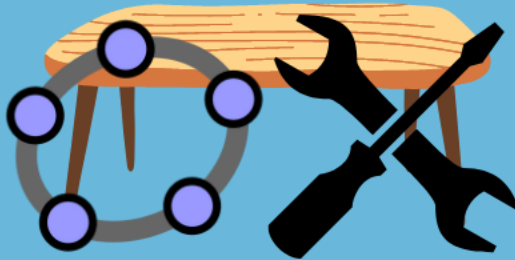
CO-MANUALE



7) PRATICO-MANUALE



6) ANALITICO-INDUTTIVO



5) VISUO



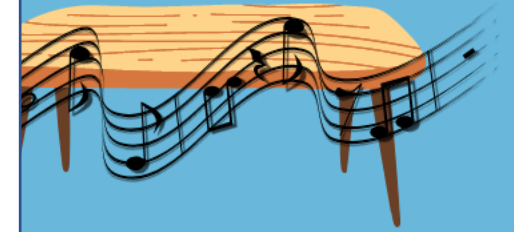
Scriviamo una poesia!

Ma ben veggio or sì come al popol tutto
favola fui gran tempo, onde sovente
di me medesmo meco mi vergogno;
et del mio vaneggiar vergogna è 'l frutto,
e 'l pentersi, e 'l conoscer chiaramente

Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

1) ANALITICO

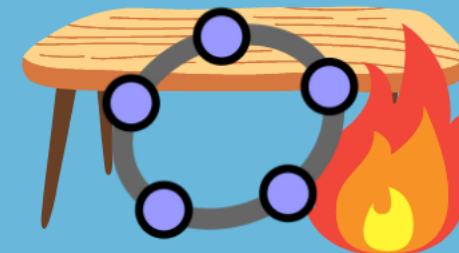
2) VISUALE



3) NARRATIVO



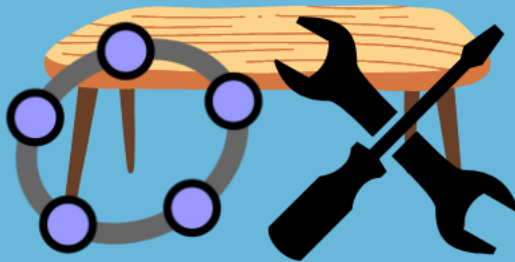
4) PRATICO-MANUALE



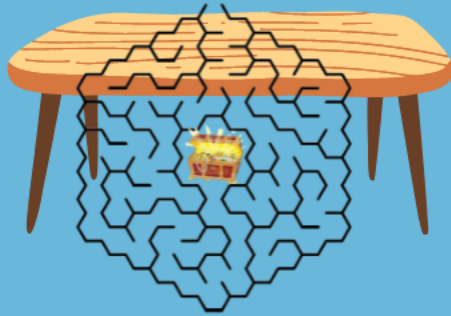
5) VISUALE-MANUALE



6) ANALITICO-INDUTTIVO



7) PRATICO-MANUALE



Spegniamo un incendio!



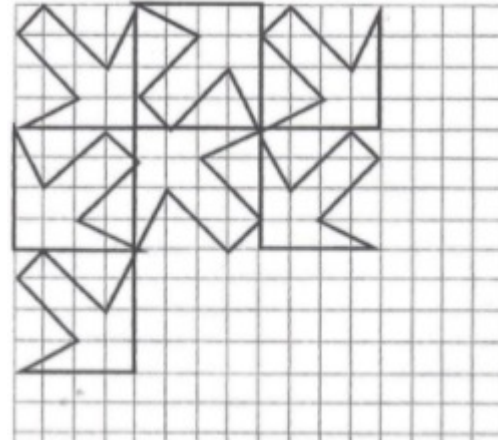
Lavoro su GeoGebra

1) ANALITICO

2) VISUALE

7) PRATICO-MANUALE

Decoriamo pavimenti!



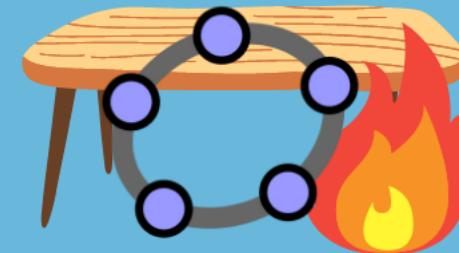
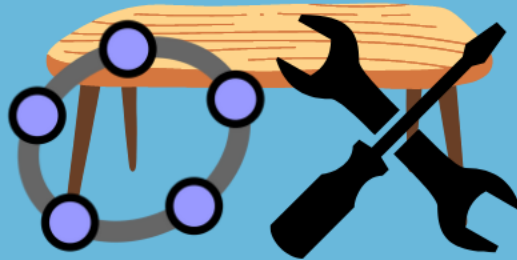
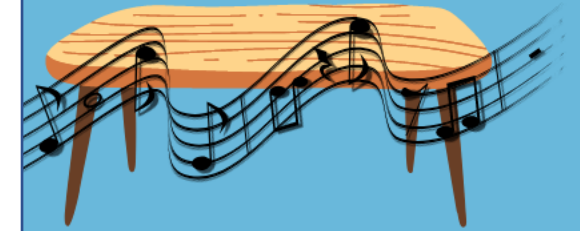
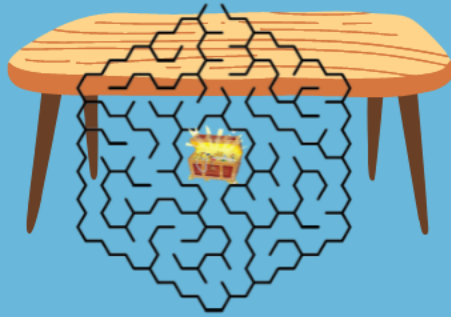
Lavoro con carta, forbici e colla
(scheda da stampare).

3) NARRATIVO

6) ANALITICO-INDUTTIVO

5) VISUALE-MANUALE

4) PRATICO-MANUALE



1) ANALITICO

2) VISUALE

3) NARRATIVO

4) PRATICO-MANUALE

5) VISUALE-MANUALE

6) ANALITICO-INDUTTIVO

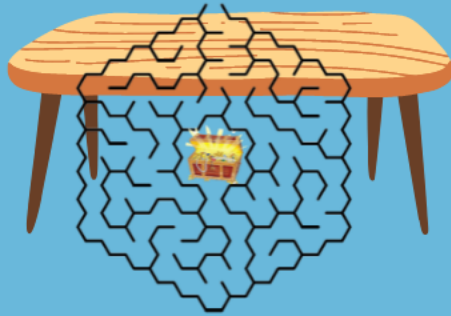
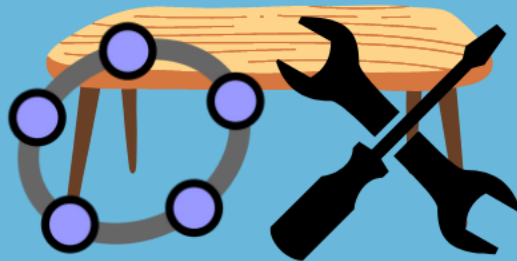
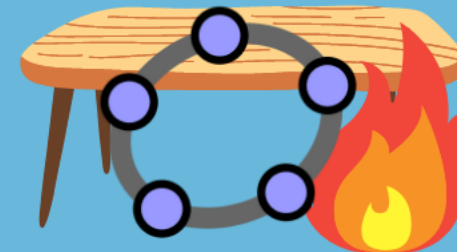
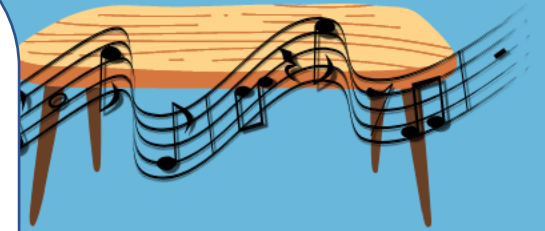
7) PRATICO-MANUALE

Indaghiamo su
GeoGebra!

?



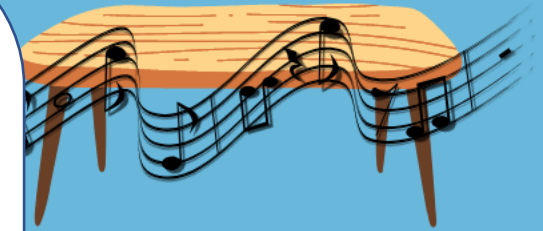
Lavoro con GeoGebra



1) ANALITICO

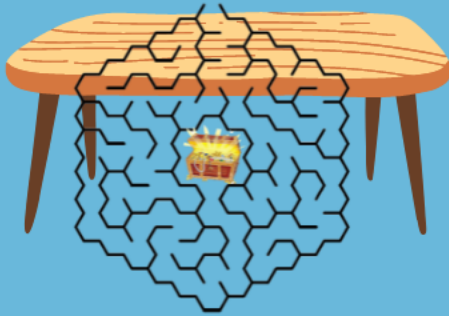
2) VISUALE

3) NARRATIVO

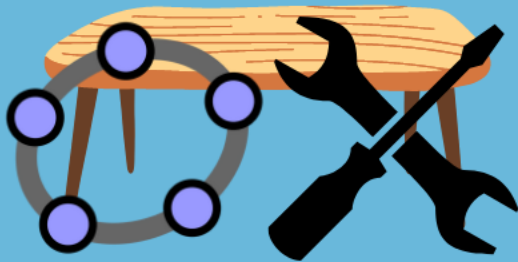


CO-MANUALE

7) PRATICO-MANUALE



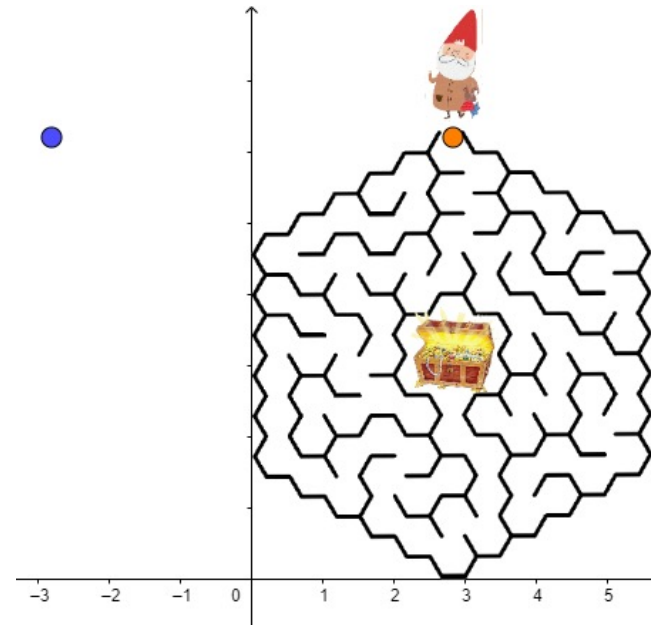
6) ANALITICO-INDUTTIVO



5) VISUAL

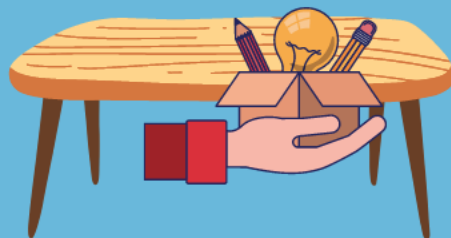


Usciamo dal labirinto!



Lavoro con GeoGebra
(in presenza con gli specchi).

1) CREATIVO-DIVERGENTE



5) STORICO-NARRATIVO



2) ANALITICO DEDUTTIVO

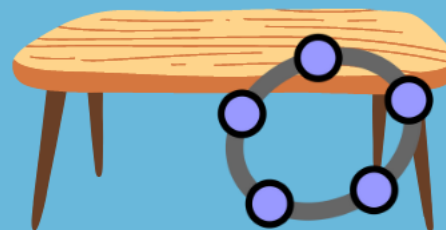


SCUOLA SECONDARIA DI II GRADO

4) VISUALE



3) ANALITICO INDUTTIVO



1) CREATIVO-DIVERGENTE



5) STORICO-NARRATIVO

Iso-meme-trie

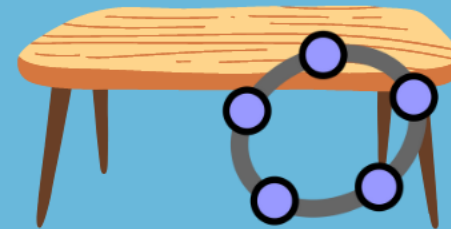


Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

2) ANALITICO DEDUTTIVO



3) ANALITICO INDUTTIVO



1) CREATIVO-DIVERGENTE

Traslazioni orizzontali e verticali

$f(x)$ is a function with domain $\mathbb{R}$.

$g(x)$ is a horizontal transformation of $f(x)$ such that
 $g(x) = f(x + k)$.

$h(x)$ is a vertical transformation of $f(x)$ such that
 $h(x) = f(x) + k$.

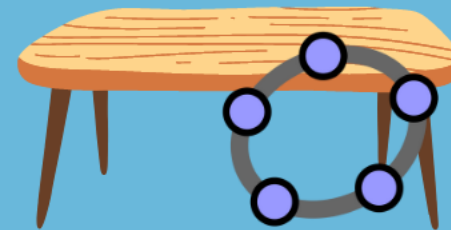
If you choose $f(x)$ carefully, is it possible that $g(x)$ might equal
 $h(x)$ for all x ?

Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

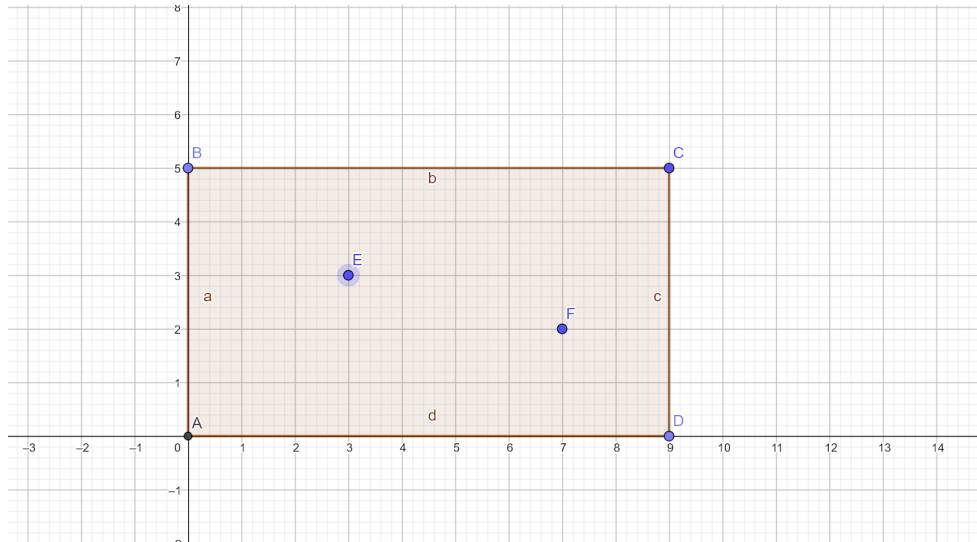
2) ANALITICO DEDUTTIVO



ANALITICO INDUTTIVO



Il gioco del Biliardo



Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

5) STO

NTE

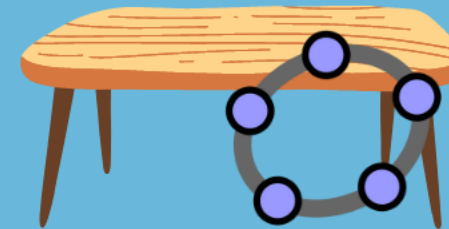
2) ANALITICO DEDUTTIVO



4) VISUALE



3) ANALITICO INDUTTIVO



1) CREATIVO-...

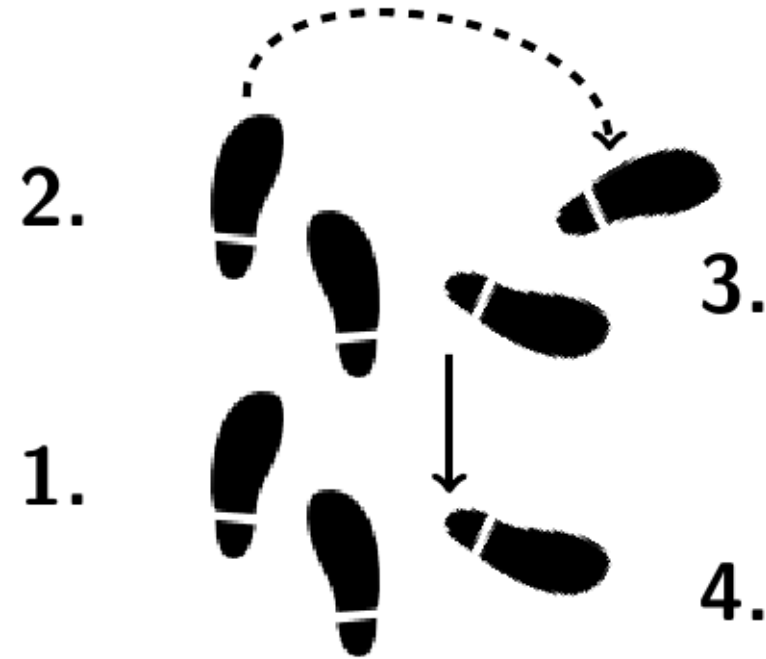
5) STORICO-NARRATIVO



4) VISUALE



Let's dance!

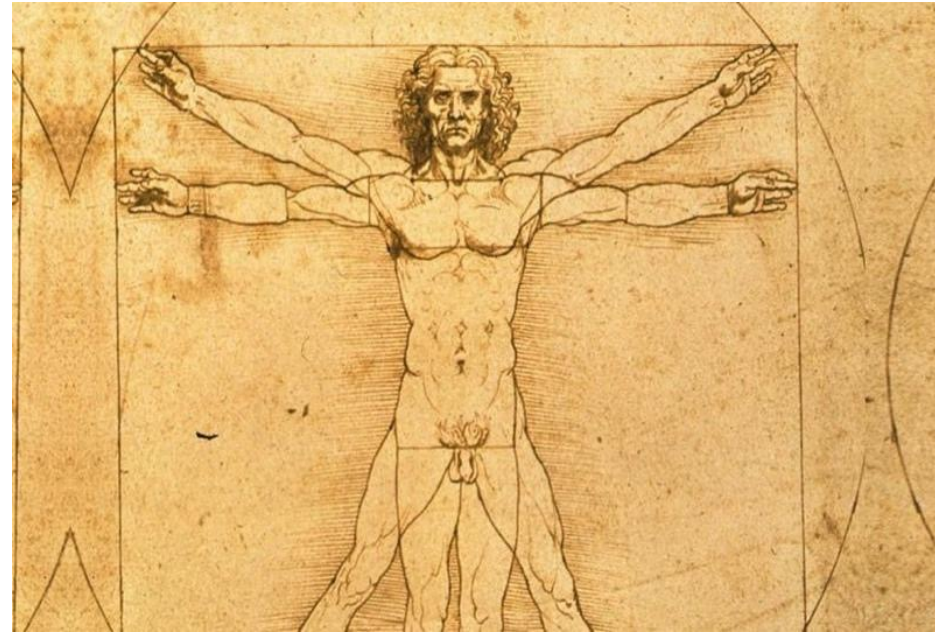


Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

TTIVO

1) CREATIVO-DIVERGENTE

Storia della simmetria



Lavoro su scheda cartacea
(lavagna condivisa)

5) STORICO-NARRATIVO



4) VISUALE



TTIVO

La sperimentazione al Liceo Valdese di Torre Pellice

CONTESTO

Classe IV di Liceo articolata su indirizzi diversi:

- Liceo Classico
- Liceo Linguistico
- Liceo Scientifico

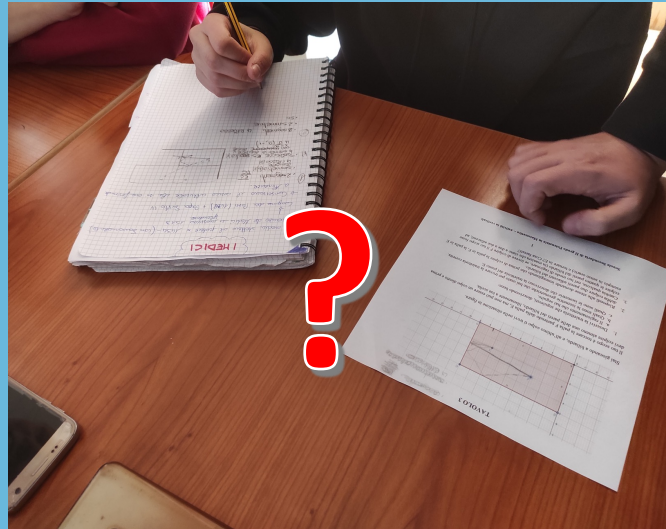
Presenza di studenti con difficoltà di apprendimento

Presenza di due studenti non madrelingua italiana

Durata attività: 4 h

Una scelta difficile... o forse no?

QUALE TAVOLO SCELGO



TAVOLO 1
il meme
i «fantasiosi»

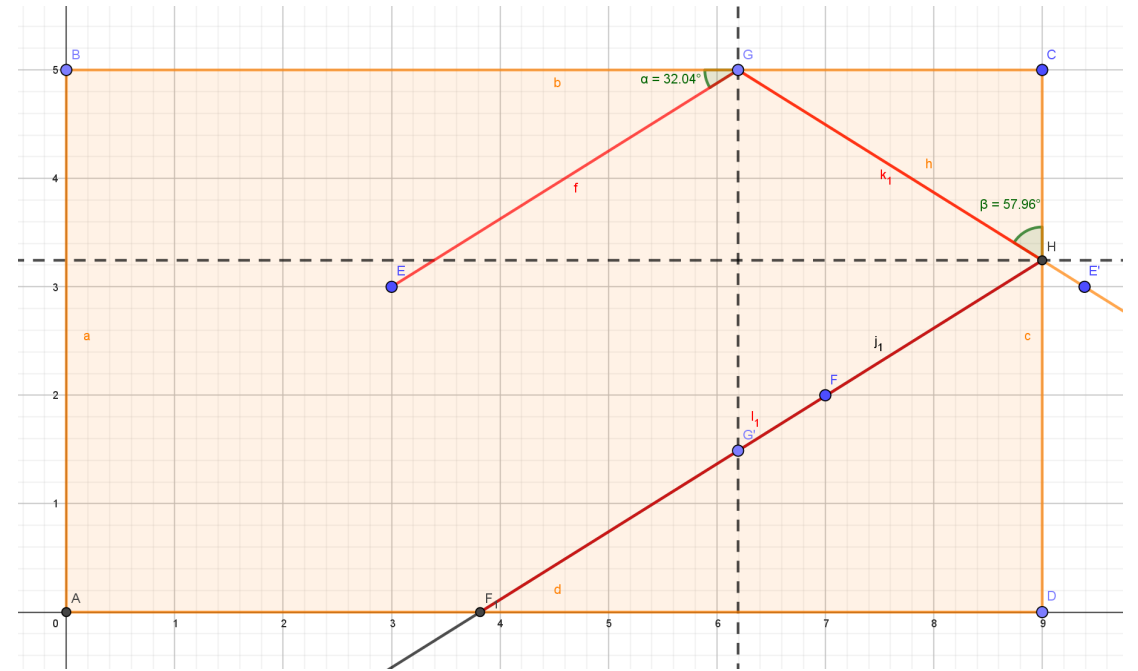
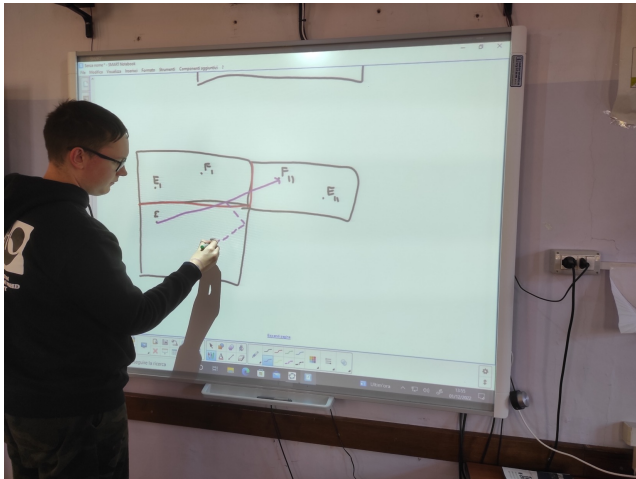
TAVOLO 4
il linguaggio del corpo
*chi ha difficoltà di apprendimento
o nel linguaggio scritto*

TAVOLO 2
l'aspetto formale
il meno scelto! 😞

TAVOLO 3
la fisica e Geogebra
i «fisici» e gli «informatici»

TAVOLO 5
leggere / scrivere
gli «umanisti»

INCLUSIVITÀ – COMPLEMENTARIETÀ DELLE COMPETENZE



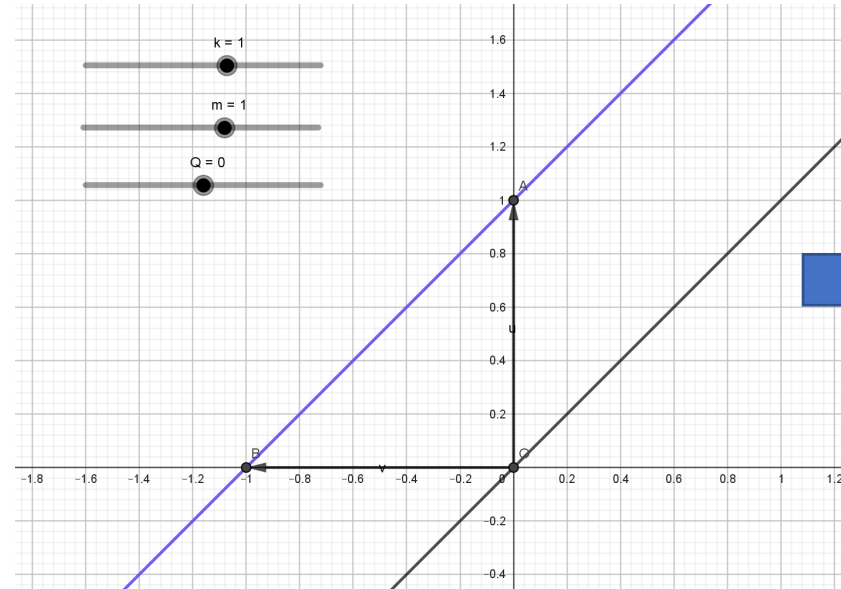
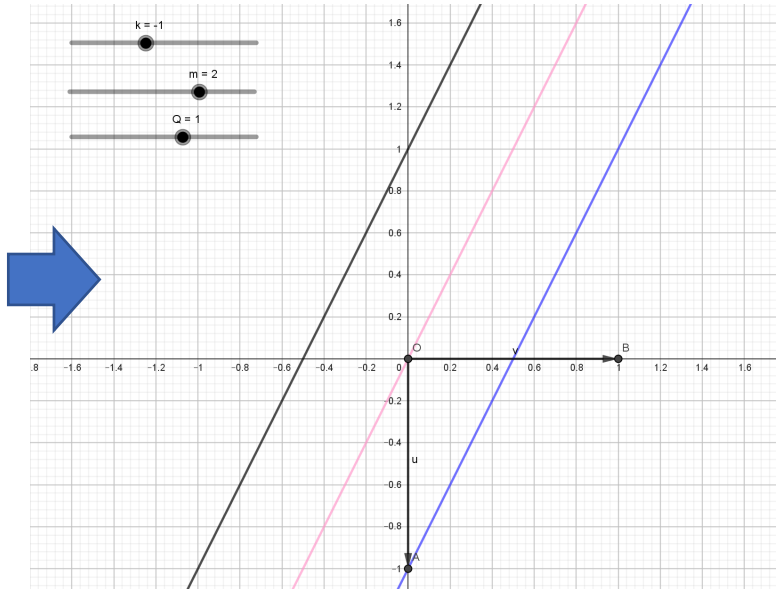
Diverse strategie, strumenti, linguaggi e rappresentazioni

Generalizzazione e transfer

$$g = f(x + k)$$

$$h = f(x) + k$$

$$g(z) = h(z) ?$$



$$f(x) = x + h$$

$$g(z) = h(z) = z + h + k$$

FORMALISMO ALGEBRICO → CAMBIO DI RAPPRESENTAZIONE (GEOGEBRA) → FORMALISMO ALGEBRICO

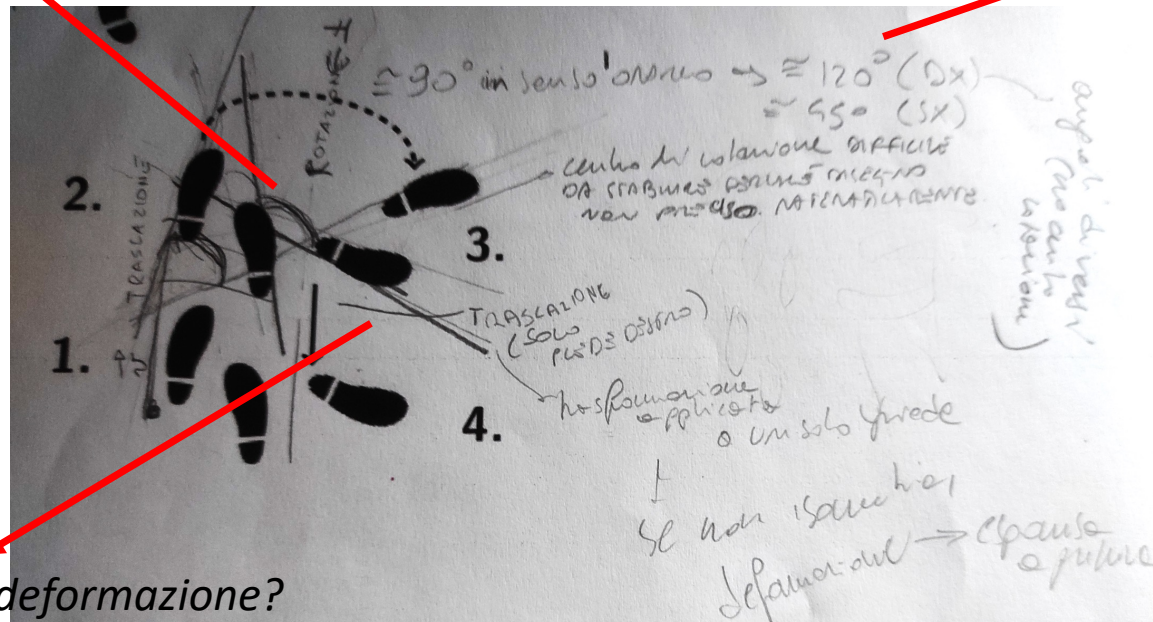
Correzioni, approfondimenti e... nuove domande



*Perché non considerare la relazione tra piede sinistro e piede destro?
(composizione di isometrie - glissosimmetria)*

come faccio a determinare il centro della rotazione?

è una vera rotazione? (l'angolo non è costante)



*è un'isometria o una deformazione?
(un piede non si sposta)*

Correzioni, approfondimenti e... nuove domande

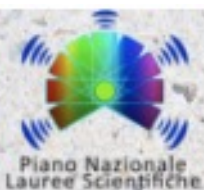
«L'uguaglianza in senso assoluto non esiste se non come concetto ideale, a partire da Platone»

**2 + 3 = 5 è vero in base 10
... ma è falso in base 5!**

SPUNTI PER APPROFONDIMENTI INTERDISCIPLINARI

«La simmetria ha un ruolo fondamentale in molte discipline umane. [...] Nelle arti visive c'è sempre stato un contrasto dialettico tra il ricorso alle simmetrie e armonie e il loro rifiuto. [...] Il senso di ordine e stabilità che suscita la simmetria spiega il suo impiego nell'architettura, nella costruzione delle abitazioni e anche nelle formazioni militari, come quelle romane.»

POSSIBILI SVILUPPI: progettare un nuovo tavolo



DI. FI. MA.
in Rete



DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA
GIUSEPPE PEANO
UNIVERSITÀ DI TORINO

DATABASE DELLE ATTIVITÀ PER LA SCUOLA SECONDARIA POTENZIATA IN MATEMATICA



<https://difima.i-learn.unito.it/mod/data/view.php?id=10732>



ornella.robutti@unito.it; herbert.agli@liceovaldese.it; raffaele.casi@unito.it.