

APPROFONDIMENTI E PROBLEMI: Scopri, classifica, generalizza

Composizione di isometrie 3D e loro classificazione

Scheda docente (b)

Introduzione

Questa attività ha lo scopo di guidare gli studenti/esse allo studio della composizione di isometrie 3D (dello spazio tridimensionale) e alla classificazione delle isometrie dello spazio, attraverso un approccio di scoperta, con l'aiuto del software GeoGebra.

Obiettivi

Conoscere come si ottengono tutte le isometrie dello spazio mediante la composizione di al più quattro simmetrie planari e classificare le isometrie 3D.

Destinatari

Studenti del Secondo biennio della Scuola secondaria di II grado (preferibilmente classe IV, dopo aver introdotto alcune nozioni di geometria dello spazio).

Software usato

GeoGebra 5 classico-vista Grafici 3D / GeoGebra Classroom

Prerequisiti

Conoscenza degli elementi di base della geometria dello spazio e del software GeoGebra (vista Grafici 3D).

Aver svolto l'attività isometrie 3D (vedi attività_isometrie3D_a, presente negli approfondimenti).

Spazi

Aula informatica (in presenza) / lavoro a distanza

Tempo medio per svolgere l'attività in classe

3 o 4 h

Modalità

Didattica laboratoriale in presenza (o a distanza).

Descrizione dell'attività

L'attività è suddivisa in due fasi sequenziali.

Fase 1 - Attività di laboratorio con GeoGebra sulla composizione di isometrie 3D: composizione di due simmetrie planari (si ottiene una rotazione attorno a una retta oppure una traslazione); composizione di tre simmetrie planari particolari (si ottiene una glisso-simmetria oppure una roto-simmetria); composizione di quattro simmetrie planari particolari (si ottiene una roto-traslazione o “avvitamento”).

Fase 2 - Classificazione delle isometrie 3D in base ai punti fissi; classificazione in isometrie pari ed isometrie dispari.

Indicazioni metodologiche

Nella fase 1, si procede alla composizione di due simmetrie planari con piani paralleli (si ottiene una traslazione, analogamente a quanto visto nel piano per due simmetrie assiali con assi paralleli) oppure con piani incidenti (si ottiene una rotazione attorno alla retta intersezione dei due piani di simmetria (analogamente alla composizione di due simmetrie assiali del piano con assi incidenti).

Si procede poi alla seguente composizione di 3 simmetrie planari.

Si riporta agli studenti/esse il risultato seguente, che si può presentare tramite GeoGebra-Vista 3D:

nella composizione di tre simmetrie planari dello spazio, rispetto a tre piani non appartenenti allo stesso fascio, ci si può ricondurre a due casi

1. *roto-simmetria: ottenuta dalla rotazione attorno a una retta r e simmetria planare rispetto a un piano α perpendicolare alla retta r (figura 1)*
2. *glisso-simmetria: ottenuta da una traslazione di vettore v parallelo a una retta r e da una simmetria planare rispetto a un piano α perpendicolare alla retta r .*

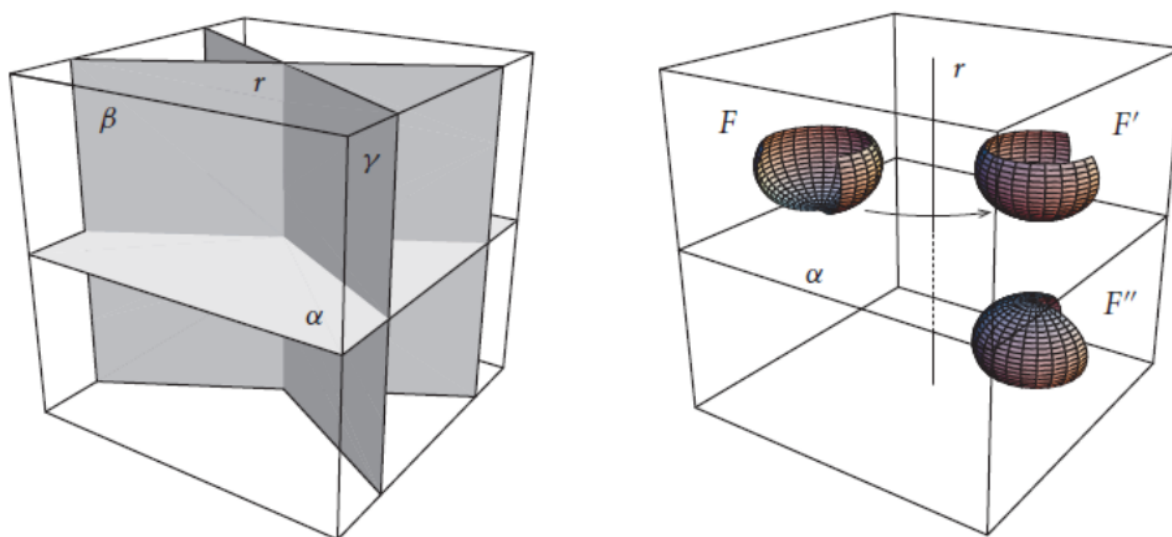


Figura 1 - Roto-simmetria composizione di 3 simmetrie planari (le prime due determinano una rotazione) e la terza una simmetria planare (figura dal libro di Maria Dedò, *Forme*, Decibel, Padova).

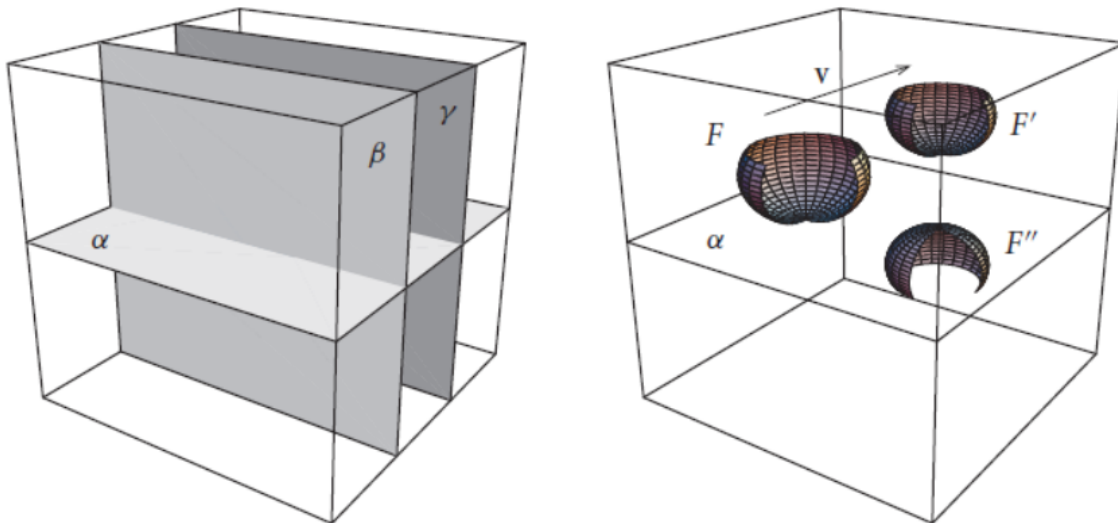


Figura 2 - Glisso-simmetria composizione di 3 simmetrie planari (le prime due determinano una traslazione) e la terza una simmetria planare (figura dal libro di Maria Dedò, *Forme*).

Tramite GeoGebra-Vista 3D è possibile verificare che queste due isometrie dello spazio sono entrambe dispari, ossia cambiano entrambe l'orientamento di un triedro orientato (per esempio, un oggetto "destrò" viene trasformato in un oggetto ad esso isometrico, ma "sinistro").

Composizione di 4 simmetrie planari (nello spazio).

Si riporta agli studenti il risultato seguente, che si può presentare tramite GeoGebra-Vista 3D:

la composizione di 4 simmetrie planari (con i piani non appartenenti allo stesso fascio) può essere ricondotto alla composizione di una traslazione di un vettore v e di una rotazione attorno a una retta parallela al vettore v . Questa trasformazione si chiama roto-traslazione nello spazio (o semplicemente, "avvitamento"); si veda la figura 3.

In Fisica viene anche chiamata "moto elicoidale". Questa trasformazione viene usata continuamente nella vita reale, per esempio quando si apre un rubinetto, oppure si avvita una lampadina sul supporto, ecc.

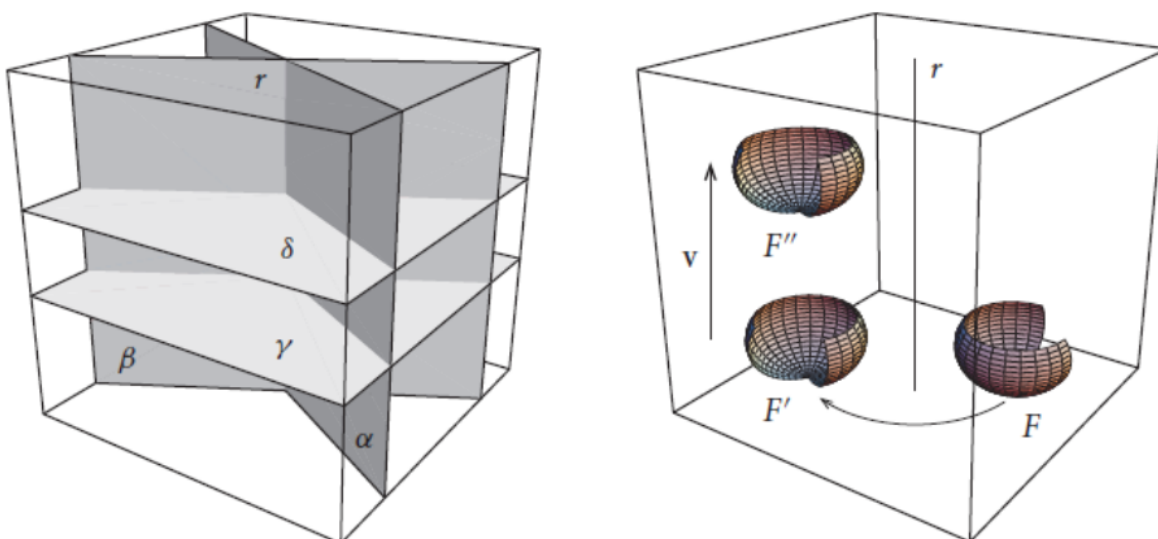


Figura 3 - Roto-traslazione (o "avvitamento"; figura dal libro di Maria Dedò, *Forme*, Decibel, Padova)

Infine si procederà alla classificazione delle isometrie dello spazio, suddividendole in *pari* o *dispari* e arrivando alla seguente tabella, in cui tra parentesi è riportato il numero delle simmetrie planari che occorre comporre per ottenere i diversi tipi di isometrie 3D.

Ogni isometria dello spazio (3-dimensionale) è composizione di al più 4 simmetrie planari

Isometrie pari

- Identità (0)
- Traslazioni (2)
- Rotazioni (2)
- Roto-traslazioni (4)

Isometrie dispari

- Simmetrie planari (1)
- Roto-simmetria (3)
- Glisso-simmetria (3)