

LA GLISSOSIMMETRIA: Esplora e congettura - Scopri, classifica e generalizza Alla scoperta della glissosimmetria

Schede docente (a) e (b)

Introduzione

Proponiamo, in quest'attività, l'utilizzo di una macchina matematica che faciliti l'esplorazione e la comprensione della glissosimmetria ed aiuti a riconoscerne i due differenti passaggi (la traslazione e la simmetria assiale) nei quali viene usualmente scomposta.

Obiettivi dell'attività

- visualizzare la glissosimmetria in un ambiente reale trasformando figure a piacere;
- usare materiali concreti per visualizzare proprietà geometriche;
- realizzare una macchina matematica e comprenderne il funzionamento;
- riflettere su proprietà note di parallelogrammi e triangoli in altri contesti.

Tempo medio per svolgere l'attività

3-4 ore

Materiali e software

Cartoncini, fermacampioni, mine lunghe.

Meccano (per esempio <https://youtu.be/WHxI7zA2wE>), software Tales (<https://oiler.education/tales>)

Spazi

Aula e/o laboratorio

Modalità

Didattica in presenza.

Descrizione dell'attività

Un metodo interessante per introdurre la classe alla glissosimmetria consiste, avendone la possibilità, nel costruire ed usare una macchina matematica che la realizzi concretamente. Le macchine matematiche che realizzano le isometrie sono - in generale - molto utili in un ambiente didattico in quanto permettono un'esplorazione libera, aiutando a mettere in evidenza gli aspetti peculiari delle varie trasformazioni. Riportiamo quindi di seguito le istruzioni per la costruzione della macchina per la glissosimmetria e la spiegazione del suo funzionamento. Sottolineiamo che la macchina matematica segue la costruzione comune della glissosimmetria come composizione di una traslazione (glisso deriva dal francese *glisser*, ossia scivolare) e di una simmetria assiale. Quindi la classe, contemporaneamente alla macchina matematica per la glissosimmetria, esplorerà anche quelle per la traslazione e per la simmetria assiale (vedi il sito dell'Associazione Macchine Matematiche di Modena www.macchinematematiche.org, e in particolare la pagina sulla glissosimmetria: www.macchinematematiche.org/trasformazioni-m-s/isometrie/glissosimmetria.html)

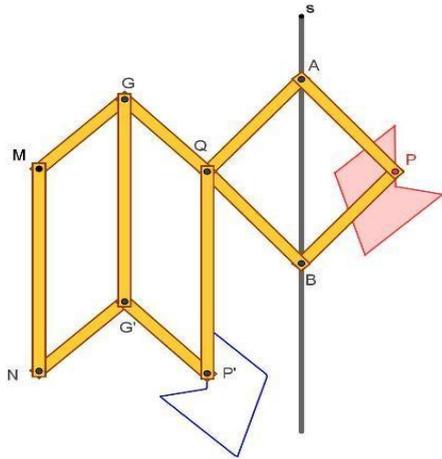


Fig. 1

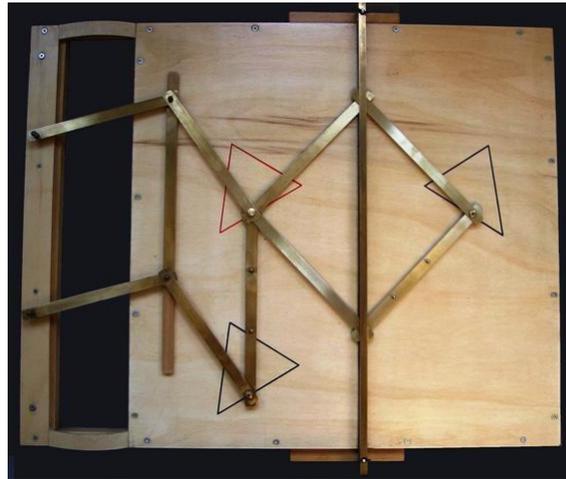


Fig. 2

Nella descrizione che segue, il pantografo indica una struttura con due gradi di libertà. Per maggiore chiarezza supporremo che il disegno parta con la punta scrivente in P: si applica prima la simmetria assiale e poi la traslazione per ottenere i punti immagine P'.

Pantografo per simmetria assiale: un rombo articolato ha due vertici opposti A e B vincolati a cursori che scorrono in una scanalatura rettilinea s. La struttura ha due gradi di libertà: i vertici liberi del rombo (P e Q) descrivono perciò due regioni piane (limitate) che si trovano in semipiani opposti aventi s come origine comune. La posizione di P determina univocamente quella di Q (e viceversa). Dalla semplice geometria del sistema meccanico si ricava subito che:

- la retta PQ è perpendicolare ad s
- i punti P e Q sono equidistanti da s.

Perciò P e Q si corrispondono nella simmetria assiale di asse s. Se P è vincolato a una traiettoria assegnata, allora Q descrive la traiettoria simmetrica rispetto ad s (come si evince dal triangolo in Fig.2).

Pantografo per traslazione: il sistema è costituito da due parallelogrammi articolati aventi il lato GG' in comune. Il lato MN è fissato al piano in direzione parallela ad s. In generale, in una glissosimmetria, la direzione del vettore di traslazione non è necessariamente parallela all'asse di simmetria. Tuttavia si può dimostrare - non è semplice ed esula dallo scopo di questa attività - che ogni glissosimmetria equivale ad un'altra glissosimmetria in cui il vettore e l'asse sono effettivamente paralleli (cfr. anche ISO_attività a).

Da un esame della "geometria" dello strumento risulta facilmente che MN, GG' e QP' sono paralleli oltre che di uguale lunghezza. La presenza di due parallelogrammi fa sì che il punto Q si possa muovere con due gradi di libertà (*un solo parallelogramma consentirebbe a Q di muoversi esclusivamente lungo una circonferenza*). Il pantografo realizza quindi una traslazione di vettore MN che manda Q in P' (vedi Fig.1).

Si può dimostrare che componendo, nel piano, una simmetria assiale con una qualsiasi rotazione si ottiene sempre una glissosimmetria.

Indicazioni metodologiche

Le fasi in cui si articola l'attività si basano su momenti in cui si procede in modo più operativo e su altri in cui si astrae e si formano concetti e conoscenze: dall'operare concreto si perviene alla sintesi delle osservazioni e delle analisi effettuate e alla capacità di utilizzare le competenze apprese. Gli oggetti matematici presentano, infatti, una natura complessa e l'uso di oggetti fisici, nel processo di apprendimento, può facilitarne la comprensione.

I modelli matematici, in generale, fanno riferimento allo stretto legame che gli oggetti geometrici hanno con la realtà. Nello stesso tempo la conoscenza, che parte dall'esperienza, deve arrivare ad un livello teorico: attraverso l'analisi e il superamento dei dati ottenuti con la percezione, si deve giungere all'astrazione, cosicché la conoscenza stessa possa divenire consapevole e fondata razionalmente. Partendo dagli aspetti empirici l'insegnante guida gli studenti verso l'acquisizione degli aspetti formali, passando così dalle descrizioni alle definizioni e dalle osservazioni alle eventuali dimostrazioni.

La costruzione della macchina con cartoncini e fermacampioni può aiutare lo studente/ssa nell'esplorazione. Con delle mine lunghe inserite nei diversi fori si possono confrontare le figure ottenute.

Elementi per prove di verifica

1. Produrre con il software Tales una qualsiasi tassellazione che contenga una **g** nella nomenclatura (seguendo le istruzioni del catalogo), identificando poi una particolare glissosimmetria che mandi la tassellazione in sé stessa (specificando con chiarezza sia l'asse di simmetria che la traslazione).
2. Proporre alla classe l'immagine di un edificio o di un'opera d'arte tridimensionale da far descrivere agli allievi, in analogia con la richiesta iniziale dell'attività.
3. Osservare una fotografia (un ritratto, un paesaggio, un interno, ...) e studiare se e con quali elementi dell'immagine ci si può accorgere se nella stampa la foto è stata inavvertitamente ribaltata.
4. Esaminare le lettere dell'alfabeto latino maiuscolo (font non corsivo e Sans Serif) classificandole rispetto alle loro eventuali simmetrie. Cercare parole che lette allo specchio non si modificano (per esempio OTTO) e quelle con un asse di simmetria orizzontale (per esempio BECCO, COCCO). Quali sono di più? [<https://oiler.education/game/classic/36>]
5. Studiare le simmetrie delle carte da gioco.