

LA COMPOSIZIONE DI ISOMETRIE: Esplora e congettura Alla scoperta della composizione di isometrie

Scheda docente (a)

Scheda docente

Introduzione

Questa attività ha lo scopo di guidare la classe verso la comprensione di alcune delle principali caratteristiche della composizione di simmetrie nel piano, attraverso un approccio di scoperta con l'ausilio del software GeoGebra. Si lavorerà sulle composizioni di simmetrie assiali, rotazioni e traslazioni arrivando all'analisi e alla costruzione di fregi.

Obiettivi

- Conoscere il significato di composizione di due o più simmetrie
- Riconoscere il ruolo delle simmetrie assiali come generatori delle isometrie
- Conoscere la definizione di fregio e il significato dei 7 gruppi di isometria dei fregi
- Conoscere il significato di tassellazione del piano e il significato dei 17 gruppi di isometria del piano

Software usato

GeoGebra 5/GeoGebra Classroom

Prerequisiti

- Conoscere le isometrie del piano (simmetrie assiali e centrali, rotazioni e traslazioni).
- Saper riconoscere una isometria e saperla realizzare con la piegatura della carta, con riga e compasso e con GeoGebra (sia simulando la costruzione con riga e compasso sia usando i comandi appositi).

Suggerimenti:

Scheda di lavoro: Simmetrie Assiali

Scheda di lavoro: Traslazioni

Scheda di lavoro: Rotazioni

Spazi

Aula informatica/a distanza

Tempo medio per svolgere l'attività in classe

6 ore

Modalità

Didattica in presenza o a distanza

Descrizione dell'attività

Fase 1:

In questa fase si analizza inizialmente la composizione di due simmetrie assiali con assi paralleli (vedi scheda 1 di scheda studente ISO_scheda_stud_a). Come si evince dalla scheda, si arriva alla conclusione per esplorazione. Nel momento in cui gli studenti e le studentesse scoprono che, per soddisfare la condizione richiesta, i due assi devono essere paralleli, si chiede di motivare la risposta. Il docente guiderà la classe suggerendo di esplorare la situazione proposta con il software. Nel caso gli studenti e le studentesse non riescano ad esplorare autonomamente la situazione, si suggerisce una costruzione per condurli alla scoperta. Alla fine della scheda si propongono linee guida per l'istituzionalizzazione dei saperi (riferimenti alla geometria sintetica, proprietà delle simmetrie assiali e relazioni tra rette parallele e perpendicolari).

Nell'attività successiva si analizza la composizione di due simmetrie assiali con assi incidenti (vedi Scheda 2 di scheda studente ISO_scheda_stud_a); in questo caso, l'esplorazione autonoma può essere complicata, soprattutto nell'individuazione della relazione che sussiste tra angolo di rotazione e angolo tra gli assi di simmetria, quindi si suggerisce l'esplorazione guidata riconducendo alla proprietà del triangolo isoscele di avere un asse di simmetria. Per riconoscere la rotazione, si suggerisce la costruzione di una circonferenza. Alla fine della scheda si propongono linee guida per l'istituzionalizzazione (riferimenti alla geometria sintetica, in particolare alla bisettrice come asse di simmetria).

Per scoprire la relazione tra gli angoli si suggerisce di proporre sia esplorazioni con GeoGebra sia attività manipolative con la piegatura della carta. Nelle attività successive si analizzano la composizione di due rotazioni con lo stesso centro (vedi Scheda 3 di scheda studente ISO_schede_stud_a) la composizione di due simmetrie centrali (Vedi Scheda 4 di scheda studente ISO_schede_stud_a), la composizione di una simmetria assiale e una traslazione di vettore parallelo all'asse di simmetria - Glissosimmetria (vedi Scheda 5 di scheda studente ISO_schede_stud_a). Successivamente si esplorano alcuni casi di composizione di 3 simmetrie assiali (vedi Schede 6, 7, 8 di scheda studente ISO_schede_stud_a). per arrivare alla conclusione che ogni isometria è la composizione di al più tre simmetrie assiali. L'implementazione di ciascuna scheda inizia con una prima fase esplorativa per arrivare all'istituzionalizzazione dei saperi coinvolti sotto la guida dell'insegnante, mediante attività collaborative che promuovono l'argomentazione.

Fase 2.

In questa fase si parte dall'analisi di una decorazione lineare - fregio e si chiede alla classe di esplorare la decorazione individuando le isometrie coinvolte. (vedi Scheda 2 di TRA_attività_a, TRA_attività_b).

Si suggerisce di suddividere la classe in piccoli gruppi e di guidare la discussione con domande guida del tipo: *di che isometrie si tratta? se si tratta di una simmetria assiale: qual è l'asse di simmetria? Se si tratta di una traslazione: qual è il vettore di traslazione? Se si tratta di una simmetria centrale: qual è il centro di simmetria? se si tratta di una rotazione: qual è l'angolo?*

In un clima costruttivo e di confronto, dopo l'esplorazione degli alunni e delle alunne, il docente istituzionalizza il fatto che le isometrie coinvolte in una decorazione lineare sono traslazioni di un "modulo", ottenuto per composizione di determinate isometrie.

Si apre il software GeoGebra e si chiede a ciascun gruppo di iniziare l'attività disegnando un poligono (l'insegnante si assicurerà che i gruppi scelgano poligoni diversi tra loro e senza particolari simmetrie); successivamente si chiede agli studenti e alle studentesse di creare una decorazione lineare esplicitando le isometrie coinvolte (la conoscenza delle principali isometrie e delle funzioni di GeoGebra inerenti ad esse sono considerati dei prerequisiti quindi si può esplicitare alla classe la possibilità di utilizzare anche gli strumenti di GeoGebra). È previsto che ciascun gruppo lavori su un computer; al termine dell'attività

ciascun gruppo condividerà il lavoro mostrando al gruppo classe la propria decorazione. Anche se i poligoni di partenza sono diversi, le decorazioni lineari costruite coinvolgeranno una isometria o la composizione di più isometrie unitamente alla traslazione in una sola direzione. A partire da questa considerazione, il docente innescerà una discussione ponendo come tema di riflessione l'individuazione della diversità delle decorazioni lineari che si possono ottenere utilizzando unicamente la traslazione in una direzione.

Ciascun gruppo discuterà sulla questione posta e, tramite un successivo momento di verbalizzazione collettiva, si giungerà alla determinazione dei 7 gruppi di simmetria delle decorazioni lineari. (vedi TRA_attività_c, scheda 1 di TRA_schedaStud_c)

L'insegnante, se lo ritiene necessario, può fornire dei file di GeoGebra con "tasselli" già pronti da cui gli studenti possono partire.

Fase 3

In questa fase si analizzano le tassellazioni del piano. Dopo aver introdotto la definizione di tassellazione del piano analizzando anche alcune immagini artistiche e del mondo reale, ponendo particolare attenzione al passaggio da tassellazioni reali su regioni limitate al piano in ambito matematico. Si procederà a discutere a livello di classe sulla possibilità di tassellare il piano con quali poligoni regolari, come e perché. Si focalizzerà l'attenzione sul caso specifico del pentagono regolare promuovendo osservazioni sul numero di poligoni che insistono in un vertice qualunque di una tassellazione regolare e sul fatto l'ampiezza di ciascun angolo interno di un poligono regolare che tassella il piano deve essere un sottomultiplo di 360° .

Successivamente si proporranno due attività per tassellare il piano con triangoli e quadrilateri (non intrecciati) qualunque utilizzando una simmetria centrale e traslazioni da individuare in maniera autonoma. Le attività proposte e la possibilità di manipolare in maniera dinamica, con l'uso del software, le tassellazioni costruite, sono particolarmente significative per comprendere il ruolo cruciale delle isometrie e delle composizioni nella realizzazione delle tassellazioni del piano.

Indicazioni metodologiche

Tutte le attività prevedono sia una fase di esplorazione con carta e penna, sia una fase di esplorazione con il software GeoGebra.

Si richiede la conoscenza da parte degli alunni e alunne dell'ambiente GeoGebra (vista Grafici) e degli strumenti di base, con particolare attenzione all'uso degli strumenti, all'ordine da seguire nell'esecuzione dei comandi necessari e alla scoperta di nuovi strumenti specifici.

Le attività prevedono una prima parte di esplorazione da parte degli alunni e alunne con l'eventuale aiuto di suggerimenti e/o di file GeoGebra già predisposti. L'esplorazione deve essere guidata dall'insegnante che conduce gli studenti e le studentesse alla costruzione dei concetti. Durante le fasi di lavoro sono previsti argomentazioni e riflessioni sulle attività condotte. Le attività si concludono sempre con l'istituzionalizzazione dei saperi coinvolti.

