

LA SIMMETRIA ASSIALE: esplora e congettura

Alla scoperta della simmetria assiale

Scheda docente (a)

Introduzione

Questa attività ha lo scopo di guidare la classe verso la comprensione di alcune delle principali caratteristiche della simmetria assiale nel piano, attraverso un approccio di scoperta, con l'ausilio di un artefatto manipolativo costituito da un foglio di carta e da uno spillo.

Obiettivi dell'attività

- concettualizzare la simmetria assiale e costruire le proprietà caratteristiche (1. I punti che si corrispondono sono equidistanti dall'asse di simmetria; 2. I punti che si corrispondono giacciono sulla perpendicolare all'asse passante per essi; 3. un punto che sta sull'asse è corrispondente di se stesso), utili alla costruzione di una figura simmetrica di una figura data rispetto ad un asse di simmetria.
- costruire una rete di significati legati all'uso di un artefatto, che possono essere messi in relazione con la nozione geometrica di simmetria assiale.

Artefatto usato

Un foglio di carta (A4) che conterrà la retta lungo la quale piegare il foglio e uno spillo che sarà utilizzato per forare in corrispondenza dei punti da simmetrizzare.

Prerequisiti

- saper piegare un foglio di carta (A4) seguendo le indicazioni date.
- conoscere le prime nozioni di geometria euclidea, in particolare saper costruire la retta perpendicolare a una retta data passante per un punto.

Spazi

Aula; aula virtuale

Tempo medio per svolgere l'attività

2 ore

Descrizione attività

Fase 1:

Dato un foglio A4 su cui sono disegnati una figura (un quadrato, le sue diagonali e i quattro triangoli congruenti colorati in modo alterno di rosso e blu) e una retta di colore rosso, si vuole far disegnare la figura simmetrica di quella data, rispetto alla retta rossa, usando la piegatura lungo la retta e uno spillo per individuare i punti simmetrici mediante foratura del foglio. Particolare attenzione deve essere prestata anche alla colorazione corretta della figura simmetrica. Completata tale scheda, sullo stesso foglio si disegnerà una ulteriore retta

di colore blu dando nuovamente la stessa scheda. Pertanto la scheda 1 e la scheda 2, definite di seguito, saranno date una per volta. In una terza scheda si chiederà di rispondere per iscritto ad alcune domande, utili a sviluppare una discussione per condividere e far evolvere i significati matematici che emergono durante l'attività.

Fase 2:

Dato un foglio A4 su cui sono disegnati un punto A e una retta di colore rosso, nella scheda studente si vuole far disegnare il punto C simmetrico di A, rispetto alla retta rossa, usando la piegatura lungo la retta e uno spillo. Individuato il punto C, si chiede di tracciare la retta passante per i due punti A e C corrispondenti, attraverso una piega passante per essi. Infine si chiede di ricalcare con un pennarello il segmento AC e di osservare la posizione reciproca tra il segmento e l'asse di simmetria (la retta di colore rosso), con particolare attenzione verso gli angoli che si formano tra essi.

Nella seconda parte della scheda 4 si pone l'attenzione sul punto medio M del segmento AC, e si chiede di individuare la relazione tra i segmenti AM e MC. Completata tale scheda, nella scheda studente sullo stesso foglio si disegnerà un ulteriore punto B, e si chiederà di disegnare il simmetrico di B rispetto alla retta di colore rosso utilizzando solo le pieghe e non lo spillo.

Infine, nella scheda studente si chiederà di rispondere per iscritto ad alcune domande, utili a sviluppare una discussione per condividere e far evolvere i significati matematici che emergono durante l'attività.

Indicazioni metodologiche

Nella fase 1, seguendo le indicazioni della scheda 1, gli/le studenti/esse dopo aver piegato il foglio usano lo spillo per forarlo più volte lungo il contorno della figura. In questo modo emerge il significato di corrispondenza puntuale nel piano, anche se potrebbe restare implicita la dipendenza funzionale tra punti. Inoltre, dalla piegatura del foglio che porta una figura a sovrapporsi, cioè a coincidere, con un'altra, emerge il significato intuitivo di asse di simmetria come elemento caratterizzante della trasformazione. Alcuni/e studenti/esse potrebbero intuire che sia sufficiente fare i fori in corrispondenza dei soli vertici della figura. Inoltre, essi potrebbero aver generato correttamente la figura ma potrebbero non aver colorato in maniera corretta i triangoli che la compongono.

Le eventuali ambiguità nel completamento della figura simmetrica potrebbero essere risolte attraverso un continuo confronto visivo tra i punti e i segmenti della figura di origine e quelli della figura ottenuta. In ogni caso, l'emergere di tali ambiguità può rappresentare un interessante elemento di discussione che apre al problema della corrispondenza tra segmenti, ovvero al riconoscimento dell'importante proprietà delle simmetrie assiali che assicura che queste trasformino rette in rette e segmenti in segmenti di uguale lunghezza. Le domande della scheda 3 inducono la classe a ripercorrere le operazioni compiute nella scheda 1 e nella scheda 2. In tal modo si cerca di favorire l'emergere di segni ed espressioni che rimandano all'uso dell'artefatto. Inoltre, le due ultime domande richiedono all'allievo di riflettere su proprietà invarianti e sul ruolo dell'asse nella realizzazione della simmetria attraverso la piegatura del foglio. L'osservazione e il confronto delle due figure simmetriche potrebbe condurre al riconoscimento della equidistanza dall'asse dei punti

corrispondenti. Infine, attraverso una discussione, orchestrata dall'insegnante, gli/le studenti/esse - partendo da una fase esplorativa - arrivano ad una generalizzazione dei saperi coinvolti.

Nella fase 2, in particolare nella scheda 4, l'esecuzione della doppia piegatura - quella lungo l'asse per individuare il punto simmetrico e quella richiesta per individuare il segmento congiungente i punti corrispondenti - porta ad individuare la perpendicolarità tra l'asse e il segmento. L'angolo che si forma come prodotto finale delle due piegature dovrà essere riconosciuto come sovrapponibile a ciascuno dei quattro angoli individuati dalle due piegature quando il foglio è riaperto, in conformità anche alla definizione di angolo retto presente negli "Elementi" di Euclide (definizione X libro I). Tale angolo è esso stesso uno dei quattro angoli uguali. Nella seconda parte della scheda 4 ci si focalizza sul punto M per mettere in evidenza l'equidistanza dall'asse dei punti corrispondenti. La richiesta di spiegazione potrebbe indurre gradualmente gli studenti/esse alla definizione di simmetria assiale.

Nella scheda 5, si chiede di utilizzare le proprietà di perpendicolarità ed equidistanza, evidenziate nella scheda 4, per individuare il simmetrico di B rispetto all'asse senza usare lo spillo ma con opportune piegature del foglio.

Si piega prima lungo l'asse (retta di colore rosso) e poi, senza riaprire il foglio, si esegue un'ulteriore piega (di colore blu) che riporti l'asse su se stesso e che passi per il punto B (figura 1).

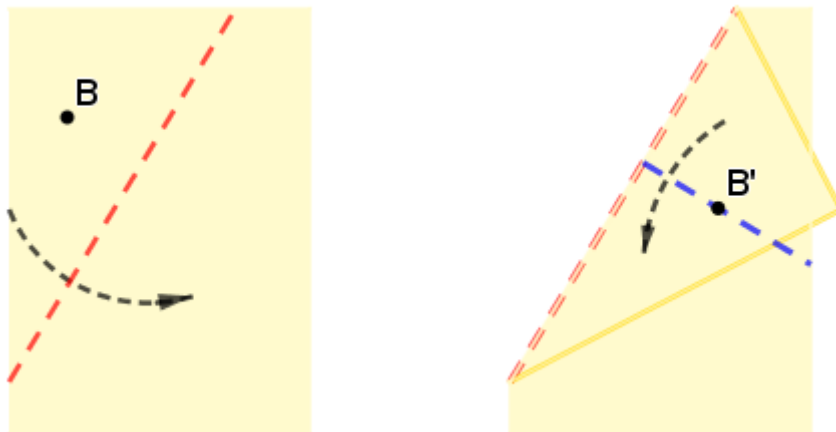


Fig. 1

Dopo aver riaperto il foglio, lo si ripiega prima lungo la piega perpendicolare all'asse passante per il punto B e poi, senza riaprirlo, lungo l'asse, individuando il punto simmetrico, D (utilizzando un pennarello) per sovrapposizione di segmenti congruenti (Fig.2). Nella Fig.2 è rappresentato il foglio riaperto, il punto B e il suo simmetrico D.

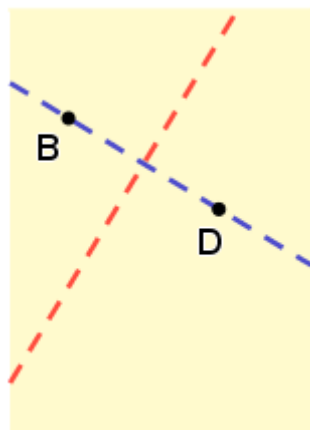


Fig. 2

I significati emersi nelle schede 4 e 5 saranno rielaborati attraverso la richiesta, nella parte finale della scheda 5, del confronto dei segmenti AC e BD dal quale emerge l'esplicitazione della relazione di tali segmenti con l'asse richiesto. La richiesta di osservare le proprietà comuni fa emergere la proprietà di perpendicolarità, come proprietà caratteristica. La richiesta di osservare le differenze fa emergere la proprietà di equidistanza anch'essa come proprietà caratteristica della simmetria assiale.