Il latino delle *Disquisitiones Arithmeticae* di Carl Friederich Gauss

Antonio Cigliola

Dipartimento di Matematica e Fisica
Università degli Studi Roma Tre

Istituto Comprensivo E.Q. Visconti, Roma

16 Dicembre 2023

1. Carl Friedrich Gauss
   - Cenni biografici
   - Opere principali
2. Il latino di Gauss
   - Latino scientifico
   - La lettera a Zimmermann
3. Brani antologici
   - Per un'antologia latino-scientifica
   - Per il Liceo Matematico
   - Per i corsi di Algebra

Carl Friedrich Gauss: cenni biografici

Carl Friedrich Gauss: cenni biografici

Carl Friedrich Gauss nacque il **30 aprile del 1777** a Brunswick da una famiglia umile e di poca cultura. Mostrò ben precocemente le sue abilità di calcolo tanto che il **duca di Brunswick**, Charles William Ferdinand, finanziò i suoi studi classici e scientifici presso il **Collegium Carolinum**. Qui ebbe come insegnante di Matematica e Scienze il prof. Eberhard A.W. von **Zimmermann**.
Gauss completò la sua formazione presso l'**Università di Gottinga** dal 1795 al 1798. Appassionato tanto di Lettere classiche quanto di Matematica, optò per gli studi universitari scientifici quando nel 1796 risolse il secolare problema della **costruibilità con riga e compasso** dei poligoni regolari (a soli 19 anni).

Carriera e opere principali

Negli anni in cui era studente universitario Gauss produsse un gran numero di risultati della Teoria dei Numeri e dell'Algebra, alcuni di essi di importanza epocale come la legge di **reciprocità quadratica**, le condizioni di **costruibilità con riga e compasso** di un poligono regolare, la costruzione esatta di un poligono regolare con 17 lati. Nel 1799 diede una dimostrazione *sostanzialmente* corretta del **teorema fondamentale dell'Algebra**. Nel **1801** pubblicò il suo capolavoro di Aritmetica Superiore, le **Disquisitiones Arithmeticae** dove raccolse gran parte dei suoi traguardi in tale ambito.

Gli studi di Scienze Applicate

Trentenne, Gauss si rese conto che se l'appoggio economico del duca gli fosse venuto meno, avrebbe vissuto in ristrettezze. Divenne così professore di Astronomia e **direttore dell'Osservatorio** di Gottinga. Risale al 1809 il trattato **Theoria motus corporum coelestium** in cui raccolse i suoi studi su come i pianeti maggiori disturbano le orbite degli asteroidi del sistema solare. Inventò l'**eliotropo**, strumento per le misure topografiche, si dedicò allo studio delle **geometrie non euclidee**. Nel 1827 pubblicò le **Disquisitiones generales circa superficies curvas**, dove raccolse i suoi studi sulla geometria differenziale. Negli ultimi 20 anni della sua vita collaborò con Weber e si dedicò agli studi di elettromagnetismo. Produsse un celebre risultato sul **flusso del campo elettrico**. Morì a Gottinga nel 1855.

Il latino come lingua delle Scienze

Grazie ai suoi studi classici presso il *Collegium Carolinum*, Gauss acquisì una eccellente padronanza del latino. Era convinto infatti che tale lingua ben si prestasse come strumento universale per le comunicazioni scientifiche. Egli si inserì in una tradizione secolare che aveva spinto scienziati moderni a scrivere le loro opere in latino.

Astronomia

- **Galilei**, *Sidereus nuntius* (1610)

Fisica

- **Huygens**, *De Motu Corporum ex Percussione* (1656) e *Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum* (1673)
- **Newton**, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687)

Medicina

- **Morgagni**, *De sedibus et causis morborum* (1761)

Il latino come lingua delle Scienze

Matematica

- **Huygens**, *Theoremata de Quadratura* (1651)
- **Newton**, *Arithmetica Universalis* (1707) e *Enumeratio linearum tertii ordinis* (1704)
- **Euler**, *Introductio in analysin infinitorum* (1748), *Institutionum calculi integralis* (1768-1794)

Biologia

- **Hooke**, *Micrographia* (1665)
- **Linneo**, *Systema Naturae* (1735)
- **Malpighi**, *De bombyce* (1669), *De formatione pulli in ovo* (1673) e *Anatomes plantarum* (1675)

Armonia musicale

- **Euler**, *Tentamen novae theoriae musicae* (1739)

Le opere in latino di Gauss

Gauss scelse di scrivere in latino i suoi tre più importanti trattati,

- *Disquisitiones Arithmeticae* (1801)
- *Theoria motus corporum coelestium in sectionis conicis solem ambientium* (1809)
- *Disquisitiones generales circa superficies curvas* (1827)

ed altre memorie

- *Demonstratio nova* (1799)
- *Demonstratio nova altera* (1816)
- *Theorematis de resolubilitate* (1816)
- *Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi* (1815)
- *Theoria residuorum biquadraticorum* (1828, 1832)

L'uso del tedesco

Nella seconda fase della sua carriera, Gauss abbandonerà via via il latino preferendo utilizzare, su richiesta dei suoi studenti, corrispondenti e collaboratori, il tedesco.
Risulta infatti che Gauss è stato **l'ultimo** grande studioso **ad usare il latino** per le comunicazioni scientifiche.

- *Ueber die achromatischen Doppelobjective besonders in Rücksicht der vollkommnern Aufhebung der Farbenzerstreuung* (1817)
- *Untersuchungen über Gegenstände der Höheren Geodësie* (1845, 1847)
- *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins* (1837-1840)
- Epistolario, corrispondenze con Bolyai, Bessel, von Humboldt, Schumacher, Zimmermann

Il latino di Gauss

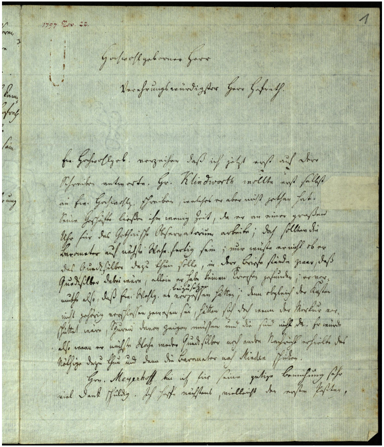
In *Gauss: Titan of Science*, Dunnington riporta:

> *According to Moritz Cantor,* **Gauss wrote a classical Latin**, *giving rise to the expression that* **Cicero**, *if he could understand the mathematics of it,* **would have censured nothing** *in the Gaussian Latinity, except perhaps several customary* **incorrect modes of expression** *which Gauss* **used purposely**. *But it was Latin just the same and therefore attractive and stimulating to only a narrow circle of readers.*

Non contento del proprio sforzo compositivo, su suggerimento del suo vecchio insegnante Zimmermann presso il Collegium Carolinum, Gauss decise di sottoporre le prime pagine delle *Disquisitione Arithmeticae* al suo compagno di studi **Meyerhoff**, distintosi all'epoca per i suoi studi filologici sui Fenici.

La lettera a Zimmermann

Il 22 Novembre del 1797 Gauss commenta in una lettera a Zimmermann le osservazioni ricevute da Meyerhoff.


1797 Nov. 22.

Hochwohlgeborner Herr

Verehrungswürdigster Herr Hofrath

La lettera a Zimmermann

Sono molto grato al Signor Meyerhoff per la sua gentile collaborazione. Spero di potervi inviare un considerevole pacchetto al più presto, forse con il prossimo giorno della posta. Non posso estrarre una parte del testo poiché spesso devo far riferimento a parti precedenti, altrimenti avreste già ricevuto alcuni fascicoli da parte mia. Inoltre, allego le annotazioni del Signor Meyerhoff in modo che possiate vedere come le ho utilizzate. Comprendo certamente che per il Signor Meyerhoff non possa essere un lavoro particolarmente piacevole, poiché **sembra non essere molto familiare con la matematica** *e sembra trattarla solo come lettura. Quindi* **la parola algorithmus gli era sconosciuta***. Tuttavia, mi permetto di dissentire da lui su un punto.*

So bene che il **si con il congiuntivo** *non è corretto in latino, solo i matematici più recenti sembrano aver fatto propria la regola di usare sempre il congiuntivo* **nelle ipotesi e nelle definizioni**. *Non ricordo alcun esempio del contrario, e in* **Huygens**, *che mi sembra scrivere* **il latino più elegante** *di tutti i matematici moderni e che ho volutamente cercato per tale motivo, trovo sempre il congiuntivo in questi casi. Apro a caso e trovo: Opera p. 156* Quodsi fuerit, *p. 157* Si sit, si fiat, si agitetur, *p. 158* si suspendatur, *p. 188 e segg.* **ci sono decine di esempi**. *Poiché quindi il voler essere un autentico romano in questo caso sarebbe solo un purismo (che sarebbe tanto meno ammissibile per me, dato che sono ben consapevole di non esserlo in tutto e per tutto) e la questione in sé non è assurda,* **ho seguito la corrente**. *Spero che il signor Meyerhoff non si offenda.*

La lettera a Zimmermann

Non sono riuscito a scoprire cosa gli fosse incomprensibile nell'accedere possunt a p. 5, quindi l'ho lasciato così com'è. Il passaggio a p. 7 che prima era intitolato

> *si numeri decadice expressi figurae singulae sine respectu loci quem occupant addantur*

è stato frainteso dal signor Meyerhoff, perché verosimilmente non sapeva che figurae *significa* cifre*; ha preso* numeri *per il nominativo del plurale e* figurae *per il dativo del singolare e quindi mi ha fatto notare che non è usuale.* **Proprio per questo motivo un matematico non interpreterà facilmente in modo errato***, soprattutto perché non ha senso; ho comunque disposto le parole in modo diverso.*

(trad. Eliana Dal Sasso)

Selezione per un'Antologia Latina

DISQVISITIONES

ARITHMETICAE

AVCTORE

D. CAROLO FRIDERICO GAVSS

LIPSIAE

IN COMMISSIS APVD GERH. FLEISCHER, IUN.

1801.

La dedica

SERENISSIMO

PRINCIPI AC DOMINO

CAROLO GVILIELMO FERDINANDO

BRVNOVICENSIVM AC LVNEBVRGENSIVM
DVCI

La dedica

PRINCEPS SERENISSIME

Summae equidem felicitati mihi duco, quod Celsissimo nomini *Tuo* hoc opus inscribere mihi permittis, quod vt *Tibi* offeram sancto pietatis officio obstringor. Nisi enim *Tua* gratia, Serenissime Princeps, introitum mihi ad scientias primum aperuisset, nisi perpetua *Tua* beneficia studia mea vsque sustentauissent, scientiae mathematicae, ad quam vehementi semper amore delatus sum, totum me deuouere non potuissem. Quin adeo eas ipsas meditationes, quarum partem hoc volumen exhibet, vt suscipere, per plures annos continuare literisque consignare liceret, *Tua* sola benignitas effecit, quae vt, ceterarum curarum expers, huic imprimis incumbere possem praestitit. Quas quum tandem in lucem emittere cuperem, *Tua* munificentia cuncta, quae editionem remorabantur, obstacula remouit. Haec *Tua* tanta de me meisque conatibus merita gratissima potius mente tacitaque admiratione reuoluere, quam iustis dignisque laudibus celebrare

* 3

La dedica

possum. Namque non solum tali me muneri haud parem sentio, sed et neminem ignorare puto, solennem *Tibi* esse tam insignem liberalitatem in omnes qui ad optimas disciplinas excolendas conferre videntur, neque eas scientias, quae vulgo abstrusiores et a vitae communis vtilitate remotiores creduntur, a patrocinio *Tuo* exclusas esse, quum *Tu* ipse intimum scientiarum omnium inter se et necessarium vinculum mente illa sapientissima omniumque quae ad humanae societatis prosperitatem augendam pertinent peritissima, penitus perspexeris. Quodsi *Tu*, Princeps Serenissime, hunc librum, et gratissimi in *Te* animi et laborum nobilissimae scientiae dicatorum testem, insigni illo fauore, quo me tamdiu amplexus es, haud indignum iudicaueris, operam meam me non inutiliter collocasse, eiusque honoris, quem prae omnibus in votis habui, compotem me factum esse, mihi gratulabor

PRINCEPS SERENISSIME

Brunouici mense Julio 1801.

Celsitudinis Tuae
seruus addictissimus
C. F. Gauss.

La prefazione

PRAEFATIO

Disquisitiones in hoc opere contentae ad eam Matheseos partem pertinent, quae circa numeros integros versatur, fractis plerumque, surdis semper exclusis. Analysis indeterminata quam vocant seu Diophantaea, quae ex infinitis solutionibus problemati indeterminato satisfacientibus eas seligere docet, quae per numeros integros aut saltem rationales absoluuntur (plerumque ea quoque conditione adiecta vt sint positiui) non est illa disciplina ipsa, sed potius pars eius valde specialis, ad eamque ita fere se habet, vt ars aequationes reducendi et soluendi (Algebra ad vniuersam Analysin. Nimirum quemadmodum ad *Analyseos* ditionem referuntur omnes quae circa quantitatum affectiones generales institui possunt disquisitiones: ita numeri integri (fractique quatenus per integros determinantur) obiectum proprium ARITHMETICAE constituunt. Sed quum ea, quae Arithmetices nomine vulgo traduntur, vix vltra artem numerandi et calculandi (i. e. numeros per signa idonea e. g. secundum systema decadicum exhibendi, operationesque arithmeticas perficiendi) extendantur, adiectis nonnullis quae vel ad Arithmeticam omnino non pertinent (vt doctrina de logarithmis) vel saltem

* 4

La prefazione

numeris integris non sunt propria sed ad omnes quantitates patent: e re esse videtur, duas Arithmeticae partes distinguere, illaque ad Arithmeticam elementarem referre, omnes autem disquisitiones generales de numerorum integrorum affectionibus propriis *Arithmeticae Sublimiori*, de qua sola hic sermo erit, vindicare.

Pertinent ad Arithmeticam Sublimiorem ea, quae Euclides in Elementis L. VII sqq. elegantia et rigore apud veteres consuetis tradidit: attamen ad prima initia huius scientiae limitantur. Diophanti opus celebre, quod totum problematis indeterminatis dicatum est, multas quaestiones continet, quae propter difficultatem suam artificiorumque subtilitatem de auctoris ingenio et acumine existimationem haud mediocrem suscitant, praesertim si subsidiorum quibus illi vti licuit tenuitatem consideres. At quum haec problemata dexteritatem quandam potius scitamque tractationem, quam principia profundiora postulent, praetereaque nimis specialia sint raroque ad conclusiones generaliores deducant: hic liber ideo magis epocham in historia Matheseos constituere videtur, quod prima artis characteristicae et Algebrae vestigia sistit, quam quod Arithmeticam Sublimiorem inuentis nouis auxerit. Longe plurima recentioribus debentur, inter quos pauci quidem sed immortalis gloriae viri P. DE FERMAT, L. EVLER, L. LA GRANGE, A. M. LE GENDRE (vt paucos alios praeteream) introitum ad penetralia huius diuinae scientiae aperuerunt, quantisque diuitiis abundent patefecerunt. Quaenam vero inuenta a singulis his geometris profecta

La prefazione

Quod, in pluribus quaestionibus difficilibus, demonstrationibus syntheticis vsus sum, analysinque per quam erutae sunt suppressi, imprimis breuitatis studio tribuendum est, cui quantum fieri poterat consulere oportebat.

Theoria diuisionis circuli, siue polygonorum regularium, quae in Sect. VII tractatur, *ipsa* quidem *per se* ad Arithmeticam non pertinet, attamen eius *principia* vnice ex Arithmetica Sublimiori petenda sunt: quod forsan geometris tam inexspectatum erit, quantum veritates nouas, quas ex hoc fonte haurire licuit, ipsis gratas fore spero.

Haec sunt, de quibus lectorem praemonere volui. De rebus ipsis non meum est iudicare. Nihil equidem magis opto, quam vt iis, quibus scientiarum incrementa cordi sunt, placeant, quae vel hactenus desiderata explent, vel aditum ad noua aperiunt.

Sezione 1: definizioni di base

SECTIO PRIMA

DE

NVMERORVM CONGRVENTIA IN GENERE.

---

1. Si numerus *a* numerorum *b*, *c* differentiam metitur, *b* et *c* *secundum a congrui* dicuntur, sin minus, *incongrui*: ipsum *a modulum* appellamus. Vterque numerorum *b* *c*, priori in casu alterius *residuum*, in posteriori vero *nonresiduum* vocatur.

Hae notiones de omnibus numeris integris tam positiuis quam negatiuis *) valent, neque

*) Modulus manifesto semper *absolute* . e. sine omni signo est sumendus.

Sezione 1: il simbolo ≡

— 2 —

vero ad fractos sunt extendendae. *E. g.* -9 et $+16$ secundum modulum 5 sunt congrui; -7 ipsius $+15$ secundum modulum 11 residuum, secundum modulum 3 vero nonresiduum. Ceterum quoniam cifram numerus quisque metitur, omnis numerus tamquam sibi ipsi congruus secundum modulum quemcunque est spectandus.

[...]

Numerorum congruentiam hoc signo, ≡, in posterum denotabimus, modulum vbi opus erit in clausulis adiungentes, $-16 \equiv 9$ (mod. 5), $-7 \equiv 15$ (mod. 11) *).

*) Hoc signum propter magnam analogiam quae inter aequalitatem atque congruentiam inuenitur adoptauimus. Ob eandem caussam ill. Le Gendre in comment infra saepius laudanda ipsum aequalitatis signum pro congruentia retinuit, quod nos ne ambiguitas orietur imitari dubitauimus.

Sezione 1: criteri di divisibilità per 9 e per 3

12. Theorematibus in hoc capite traditis complura quae in arithmeticis doceri solent innituntur, e. g. regulae ad explorandam diuisibilitatem numeri propositi per 9, 11 aut alios numeros. *Secundum modulum* 9 omnes numeri 10 potestates vnitati sunt congruae: quare si numerus propositus habet formam $a + 10b + 100c +$ etc., idem residuum minimum secundum modulum 9 dabit, quod $a + b + c +$ etc. Hinc manifestum est, si figurae singulae numeri decadice expressi sine respectu loci quem occupant addantur, summam hanc numerumque propositum eadem residua minima praebere, adeoque hunc per 9 diuidi posse, si illa per 9 sit diuisibilis, et contra. Idem etiam de diuisore 3 tenendum. Quoniam *secundum modulum* 11, $100 \equiv 1$ erit generaliter $10^{2k} \equiv 1$, $10^{2k+1} \equiv 10 \equiv -1$, et numerus formae $a + 10b + 100c +$ etc. secundum modulum 11 idem residuum minimum dabit quod $a - b + c$ etc.; vnde regula nota protinus deriuatur. Ex eo·

Sezione 1: la prova del 9

— 7 —

dem principio omnia similia praecepta facile deducuntur.

Nec minus ex praecedentibus petenda est ratio regularum, quae ad verificationem operationum arithmeticarum vulgo commendantur. Scilicet si ex numeris datis alii per additionem, subtractionem, multiplicationem aut eleuationem ad potestates sunt deducendi: substiuuntur datorum loco residua ipsorum minima secundum modulum arbitrarium (vulgo 9 aut 11, quoniam in nostro systemate decadico secundum hos, vti modo ostendimus, residua tam facile possunt inueniri). Numeri hinc oriundi illis, qui ex numeris propositis deducti fuerunt, congrui esse debent; quod nisi eueniat, vitium in calculum irrepsisse concluditur.

Sed quum haec hisque similia abunde sint nota, diutius iis immorari superfluum foret.

La Sectio 7: sulla ciclotomia

SECTIO SEPTIMA

DE AEQVATIONIBVS CIRCVLI SECTIONES DEFINIENTIBVS.

335. Inter incrementa splendidissima, mathesi per recentiorum labores adiecta, theoria functionum a circulo pendentium procul dubio locum imprimis insignem tenet. Cui mirabili quantitatum generi, ad quod in disquisitionibus maxime heterogeneis saepissime deferimur, cuiusque subsidio nulla vniuersae matheseos pars carere potest, summi geometrae recentiores industriam sagacitatemque suam tam assidue impenderunt, disciplinamque tam vastam inde efformauerunt, vt parum exspectari potuisset, vllam huius theoriae partem, nedum elementarem atque in limine quasi positam, grauium adhuc incrementorum capacem esse. Loquor de theoria functionum trigonometricarum, arcubus cum peripheria commensurabilibus respondentium, siue de theoria polygonorum regularium, cuius quam parua pars hucusque enucleata sit, sectio praesens patefaciet. Mirari possent lectores, talem disquisitionem in hocce potissimum opere, disciplinae primo aspectu maxime heterogeneae imprimis dicato, institui; sed tractatio ipsa abun-

Per il Liceo Matematico: il teorema cinese dei resti

36. Quando omnes moduli A, B, C, D etc. inter se sunt primi, sequenti methodo saepius praestat vti. Determinetur numerus α secundum A vnitati, secundum reliquorum modulorum productum vero cifrae congruus, siue sit α valor quicunque (plerumque praestat *minimum* accipere) expressionis $\frac{1}{BCD \text{ etc.}}$ (mod. A), per BCD etc. multiplicatae (vid. art. 32); similiter sit $\mathfrak{G} \equiv 1$ (mod. B) et $\equiv 0$ (mod. ACD etc.), $\gamma \equiv 1$ (mod. C) et $\equiv 0$ (mod. ABD etc.), etc. Tunc si numerus z desideratur, qui secundum modulus A, B, C, D etc. numeris a, b, c, d etc. respectiue sit congruus, poni poterit

$z \equiv \alpha a + \mathfrak{G} b + \gamma c + \delta d$ etc. (mod. $ABCD$ etc.).

Manifesto enim, $\alpha a \equiv a$ (mod. A.); reliqua autem membra $\mathfrak{G} b$, γc etc. omnia $\equiv 0$ (mod. A): quare $z \equiv a$ (mod. A). Similiter de reliquis modulis demonstratio adornatur. Haec solutio priori praeferenda, quando plura huiusmodi problemata sunt soluenda, pro quibus moduli A, B, C etc. valores suos retinent; tunc enim numeri α, $\mathfrak{G}$, γ etc. valores constantes nanciscuntur. Hoc vsu venit in problemate chro-

Per i corsi di Algebra: la funzione di Eulero

38. PROBLEMA. *Inuenire, quot numeri positiui dentur numero positiuo dato A minores simulque ad ipsum primi.*

Designemus breuitatis gratia multitudinem numerorum positiuorum ad numerum datum primorum ipsoque minorum per praefixum characterem φ. Quaeritur itaque φA.

I. Quando A est primus, manifestum est omnes numeros ab 1 vsque ad $A-1$ ad A primos esse; quare in hoc casu erit $\varphi A = A - 1$.

II. Quando A est numeri primi potestas puta $= p^m$, omnes numeri per p diuisibiles ad A non erunt primi, reliqui erunt. Quamobrem de $p^m - 1$ numeris hi sunt reiiciendi: p, $2p$, $3p \ldots (p^{m-1} - 1)p$; remanent igitur $p^m - 1 - (p^{m-1} - 1)$ siue $p^{m-1}(p-1)$. Hinc $\varphi p^m = p^{m-1}(p-1)$.

Per i corsi di Algebra: il lemma di Gauss

42. *Si coefficientes $A, B, C \ldots N$; $a, b, c \ldots n$ duarum functionum formae*

$$x^m + Ax^{m-1} + Bx^{m-2} + Cx^{m-3} \ldots + N \ldots (P)$$
$$x^\mu + ax^{\mu-1} + bx^{\mu-2} + cx^{\mu-3} \ldots + n \ldots (Q)$$

omnes sunt rationales, neque vero omnes integri, productumque ex (P) et (Q) =

$$x^{m+\mu} + \mathfrak{A}x^{m+\mu-1} + \mathfrak{B}x^{m+\mu-2} + \text{etc.} + \mathfrak{Z}:$$

omnes coefficientes $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \ldots \mathfrak{Z}$ integri esse nequeunt.

Demonstr. Exprimantur omnes fractiones in coefficientibus A, B etc. a, b etc. per numeros quam minimos, eligaturque ad libitum numerus primus p, qui aliquem aut plures ex denominatoribus harum fractionum metiatur. Ponamus, id quod licet, p metiri denominatorem alicuius coefficientis fracti in (P), patetque si (Q) per p diuidatur, etiam in $\frac{(Q)}{p}$ dari ad minimum vnum coefficientem fractum cuius denominator implicet factorem p (puta coefficientem primum $\frac{1}{p}$). Iam facile perspicitur, in (P) datum iri terminum vnum, fractum, cuius denominator inuoluat *plures* dimensiones ipsius p

Per i corsi di Algebra: la reciprocità quadratica

151. Theorema fundamentale, quod sane inter elegantissima in hoc genere est referendum, in eadem forma simplici, in qua supra propositum est, a nemine hucusque fuit prolatum Quod eo magis est mirandum, quum aliae quaedam propositiones illi superstruendae ex quibus ad illud facile reueniri potuisset, ill. Eulero iam innotuerint. Formas certas dari, in quibus omnes diuisores primi numerorum formae $xx - A$ contineantur, aliasque in quibus omnes non-diuisores primi numerorum eiusdem formae sint comprehensi, ita vt hae illas excludant, nouerat, methodumque illas formas inueniendi eruerat: sed omnes ipsius conatus ad demonstrationem perueniendi semper irriti fuerunt, veritatique illi per inductionem inuentae maiorem tantummodo verisimilitudinem conciliauerunt. In aliqua quidem tractatione, *Nouae demonstrationes circa diuisores numerorum formae* $xx + nyy$, quae in Acad. Petrop. recitata est 1775 Nou. 20, et post mortem viri summi in *T. I. Nou. Act.* huius Ac. p. 47 sqq est conseruata, voti se compotem credidisse videtur: sed hic error irrepsit, scilicet p. 65. *tacite* supposuit, formas tales diuisorum

Per i corsi di Algebra: irriducibilità del polinomio ciclotomico

341. THEOREMA. *Si functio X per functionem inferioris gradus $P = x^\lambda + Ax^{\lambda-1} + Bx^{\lambda-2} \ldots + Kx + L$ est diuisibilis, coëfficientes $A, B \ldots L$ omnes integri esse nequeunt.*

Dem. Sit $X = PQ$, atque $\mathfrak{P}$ complexus radicum aequationis $\mathfrak{P} = 0$, $\mathfrak{Q}$ complexus radicum aequationis $\mathfrak{Q} = 0$, ita vt Ω constet ex $\mathfrak{P}$ et $\mathfrak{Q}$ simul sumtis. Porro sit $\mathfrak{R}$ complexus radicum ipsis $\mathfrak{P}$ reciprocarum, $\mathfrak{S}$ complexus radicum ipsis $\mathfrak{Q}$ reciprocarum, sintque radices quae continentur in $\mathfrak{R}$ radices aequationis $R = 0$

Per i corsi di Algebra: costruibilità poligoni regolari

365. Reduximus itaque, per disquisitiones praecedentes, sectionem circuli in n partes, si n est numerus primus, ad solutionem tot aequationum, in quot factores resoluere licet numerum $n - 1$, quarum aequationem gradus per magnitudinem factorum determinantur. Quoties itaque $n - 1$ est potestas numeri 2, quod euenit pro valoribus ipsius n his 3, 5, 17, 257, 65537 etc., sectio circuli ad solas aequationes quadraticas reducetur, functionesque trigonometricae angulorum $\frac{P}{n}$, $\frac{2P}{n}$ etc. per radices quadraticas plus minusue complicatas (pro magnitudine ipsius n) exhiberi poterunt; quocirca in his casibus sectio circuli in n partes, siue descriptio polygoni regularis n laterum manifesto per constructiones geometricas absolui poterit. Ita e. g. pro $n = 17$ ex artt. 354, 361 facile pro cosinu anguli $\frac{1}{17}P$ expressio haec deriuatur:

$$-\tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{16}\sqrt{17} + \tfrac{1}{16}\sqrt{(34 - 2\sqrt{17})} - \tfrac{1}{8}\sqrt{(17 + 3\sqrt{17} - \sqrt{(34 - 2\sqrt{17})} - 2\sqrt{(34 + 2\sqrt{17})})}$$

Cigliola A., *L'alba dell'Algebra moderna nelle Disquisitiones Arithmeticae di Carl Friederich Gauss*, Università degli studi di Bari, (2006) *tesi di laurea*.

Dunnington G.W., *Carl Friedrich Gauss: Titan of Science*, The Mathematical Association of America, (2003).

Poser H., *Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Eberhard August Zimmermann*, Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften in Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, Folge 3, No. 39