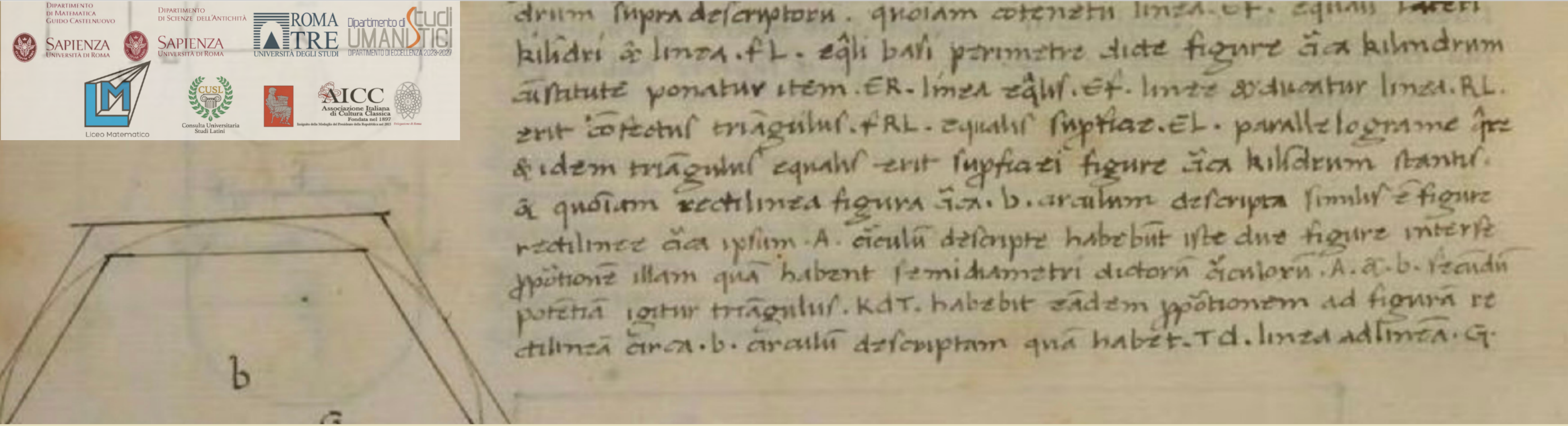
Dipartimento di Matematica Guido Castelnuovo
Sapienza Università di Roma
Dipartimento di Scienze dell'Antichità
Sapienza Università di Roma
Roma Tre Università degli Studi
Dipartimento di Studi Umanistici – Dipartimento di Eccellenza 2023-2027
Liceo Matematico
CUSL Consulta Universitaria Studi Latini
AICC Associazione Italiana di Cultura Classica Fondata nel 1897



Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

GIUSEPPA RITA CHIARAMONTE
MARINA ROMANO

Obiettivi essenziali

1. La ricostruzione del pensiero scientifico dell'opera di G. Saccheri *Euclides ab omni naevo vindicatus* attraverso l'analisi del latino come lingua della scienza nella sua evoluzione temporale;

Obiettivi essenziali

2. la contestualizzazione epistemologica del pensiero matematico in un percorso che, partendo dal mondo greco e dalle sue certezze, giunge alla formalizzazione di tre possibili concezioni dello spazio equiconsistenti;

Obiettivi essenziali

3. il consolidamento delle competenze linguistiche quindi delle strutture sintattiche semplici e complesse e del lessico specifico attraverso la traduzione guidata del testo.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

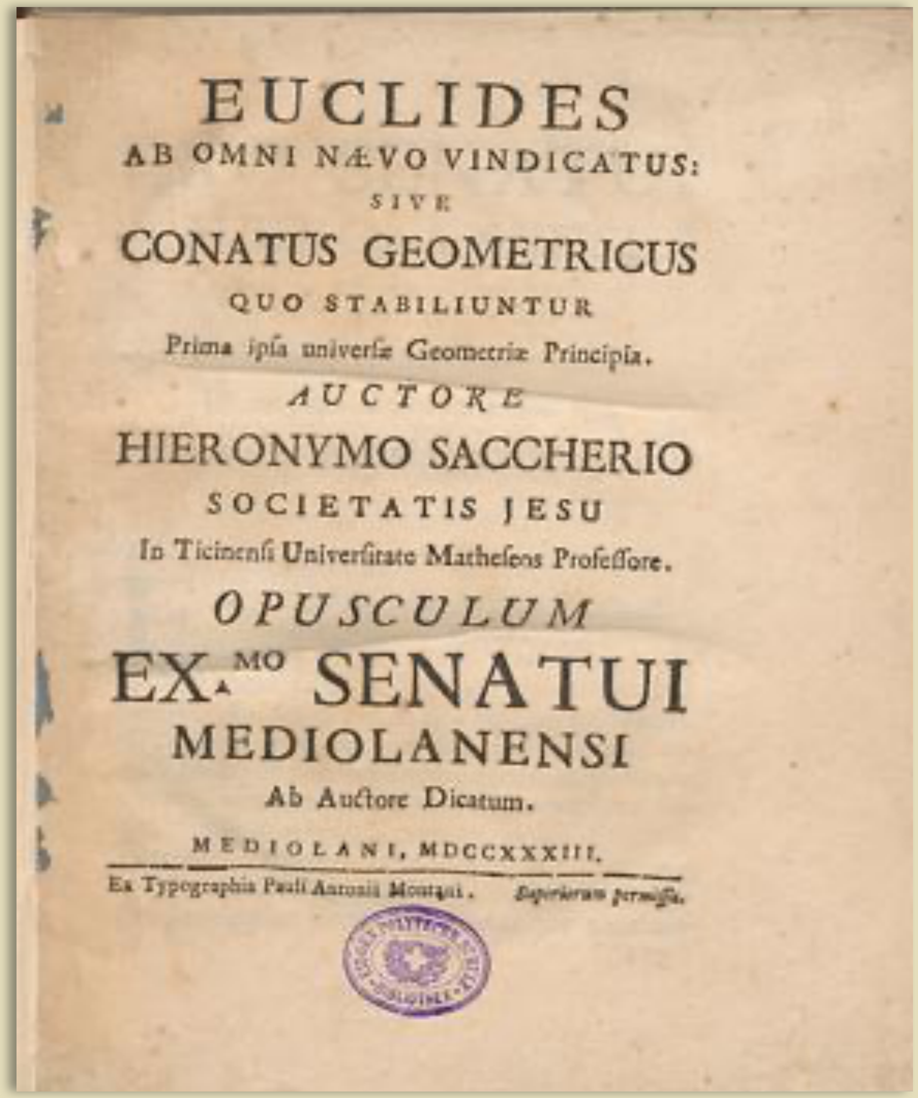
L'ipotesi non euclidea mette in discussione la mon'archeia euclidea squadernando così, altri possibili mondi e consacrando la libertà della creatività.

(I.Toth, ≪Pan, il dio eleatico dell'essere unico è morto≫. Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria).

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Girolamo Saccheri (1667-1733) si propone di liberare i Principi di Euclide da quella che veniva ritenuta una macchia, il V Postulato.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



EUCLIDES
AB OMNI NÆVO VINDICATUS:
SIVE
CONATUS GEOMETRICUS
QUO STABILIUNTUR
Prima ipsa universæ Geometriæ Principia.
AUCTORE
HIERONYMO SACCHERIO
SOCIETATIS JESU
In Ticinensi Universitate Matheseos Professore.
OPUSCULUM
EX.MO SENATUI
MEDIOLANENSI
Ab Auctore Dicatum.
MEDIOLANI, MDCCXXXIII.
Ex Typographia Pauli Antonii Montani. *Superiorum permissu.*

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Scrivendo l'opera in latino con un lessico matematico sviluppatosi grazie ad un gruppo di intellettuali che, in particolar modo, nel cosiddetto periodo dell'Umanesimo matematico tradussero in latino trattati scientifici greci e arabi con una lingua sempre più ricca e fluida tale da creare un ponte con gli scienziati dei secoli successivi.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

I matematici dell'antichità classica, infatti, facevano ricorso alla lingua greca operando una traslitterazione fino all'alto Medioevo, periodo storico in cui si assiste ad un ampliamento significativo del lessico.

Non a caso Marziano Capella, nel IV secolo d.C., introdurrà il calco latino *demonstratio* universalmente usato nei secoli successivi.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Saccheri, quindi, partendo dalle prime 28 proposizioni di Euclide indipendenti dal V Postulato, sottopone ad un esame accurato due nuove ipotesi che possono essere considerate, a pieno titolo, le prime proposizioni di geometria non euclidea.

Alla fine del suo lavoro, però, demolisce i risultati che il suo acuto ingegno aveva raggiunto, giungendo ad una conclusione ultima assolutamente errata.

Anche i suoi successori più prossimi come Lambert (1728-1777) e Gauss (1777-1855) saranno restii ad accettare gli stessi risultati.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Lambert (1728-1777)

Gauss (1777-1855)

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Bisogna aspettare i matematici Lobacevski e Bolyai e Poincarè per affermare che sia la geometria euclidea sia quelle non euclidee sono *equiconsistenti.*

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Lobacevski (1792-1856)

Bolyai (1802-1860)

Poincarè (1854-1912)

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Con Riemann (1826-1866), nella seconda metà dell'Ottocento, nascerà la geometria differenziale, una solida struttura matematica capace di descrivere più modelli di spazio, senza paradossi e contraddizioni.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

In primis i ragazzi leggeranno alcuni passi dell'opera e verranno guidati, secondo la maieutica socratica, a riconoscere che il latino scientifico di Saccheri è costruito secondo le strutture tradizionali del linguaggio della classicità.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Ci piace immaginare che, dopo aver tradotto alcuni brani in italiano, siano in grado, opportunamente guidati attraverso il confronto dialettico di matrice aristotelica e con la metodologia del Problem Solving, di riscrivere i testi in un latino fluido, lineare, semplice ed elegante.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

PROPOSITIO V
Si in triangulo certo angulorum internorum summa aequalis angulis rectis est, ERGO in triangulis omnibus angulorum internorum summa aequalis duo angulis rectis est.

PROPOSITIO VI
Si in triangulo certo angulorum internorum summa maior angulis rectis est, ERGO in triangulis omnibus angulorum internorum summa maior duo angulis rectis est.

PROPOSITIO VII
Si in triangulo certo angulorum internorum summa minor angulis rectis est, ERGO in triangulis omnibus angulorum internorum summa minor duo angulis rectis est.

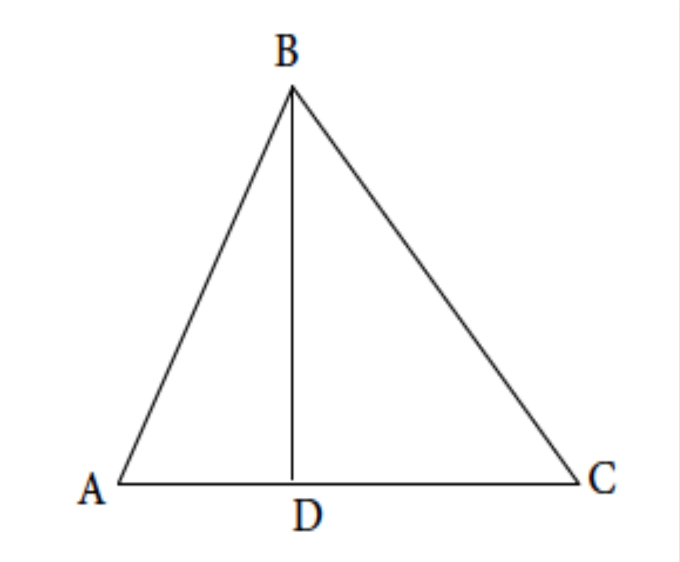
PROPOSITIO XV

Si in triangulo quovis angulorum internorum summa est quisquae aequalis, maior aut minor angulis rectis, ERGO pro omnibus triangulis dicitur angulorum internorum summa aequalis, maior aut minor esse angulis rectis.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

DEMONSTRATIO

1. Si angulorum internorum summa trianguli ABC aequalis est duo angulis rectis, ERGO etiam quoque duo anguli trianguli ABC quidem BAC et BCA acuti sunt, ERGO si punctum D fit perpendicularis lateri AC, internus est parte AC. ERGO cum duo trianguli ADB et CDB osservent, summa angulorum internorum aequalis est quattuor angulis rectis,, quod anguli D sunt recti. Evincitur ERGO summam angulorum triangulorum ADB et CDB aequalem esse angulis rectis.



Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

2. Si angulorum internorum summa trianguli ABC maior est angulis rectis, ERGO quidem summa angulorum triangulorum ADB et CDB maior est angulis rectis.
   Evincitur ERGO summam angulorum triangulorum ADB et CDB maiorem esse duo angulis rectis.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

3. Si angulorum internorum summa trianguli ABC minor est angulis rectis, ERGO quidem summa angulorum triangulorum ADB et CDB minor est angulis rectis.
   Evincitur ERGO summam angulorum triangulorum ADB et CDB minorem esse duo angulis rectis.
   ERGO possumus concludere hoc modo:

- si summa angulorum internorum aequalis est duo angulis rectis, ERGO omnes trianguli habunt summam angulorum internorum aequalem duo angulis rectis.
- si summa angulorum internorum maior est duo angulis rectis, ERGO omnes trianguli habunt summam angulorum internorum maiorem duo angulis rectis.
- si summa angulorum internorum minor est duo angulis rectis, ERGO omnes trianguli habunt summam angulorum internorum minorem duo angulis rectis.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

SCHEDA PROPOSIZIONE XV

Si ……… angulorum internorum summa est quisquae aequalis, maior aut minor ………, ERGO ……… dicitur angulorum internorum ………, maior aut minor ……… angulis rectis.

Summa
Angulis
In triangulo
Quovis
Rectis
pro omnibus triangulis
aequalis
esse

COSTRUTTI
Periodo ipotetico realtà;
Costruzione personale
e infinito col nominativo
di DICOR

COMPLEMENTI
Complemento di vantaggio;
II termine di paragone

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

SCHEDA DIMOSTRAZIONE N.1

Si angulorum internorum summa trianguli ABC aequalis est duo angulis rectis, ERGO ………
duo anguli trianguli ABC quidem BAC et BCA ………, ergo si punctum D ……… lateri AC, internus est parte AC.
ERGO ……… duo trianguli ABC et CDB ………, summa angulorum internorum ……… quattuor angulis rectis, ……… anguli D……… ERGO ……… angulorum triangulorum ADB et CDB ……… angulis rectis.
……… ERGO ……… angulorum triangulorum ADB et CDB ……… duo angulis rectis.

Summam
Aequalem esse
Perpendicularis
Etiam
Quoque
sunt acuti
fit
aequalis est
cum osservent
quod
sunt recti
Evincitur
Maiorem esse

COSTRUTTI
Cum narrativo;
Prop.causale;
Prop.infinitive;
Periodo ipotetico realtà

REGOLE
II termine di paragone

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

2:01 ✓ 1

Si .... angulorum internorum summa est

A	B	C
summa	esse	pro omnibus triangulis

D	E	F
in triangulo quovis ✓	aequalis	angulis rectis

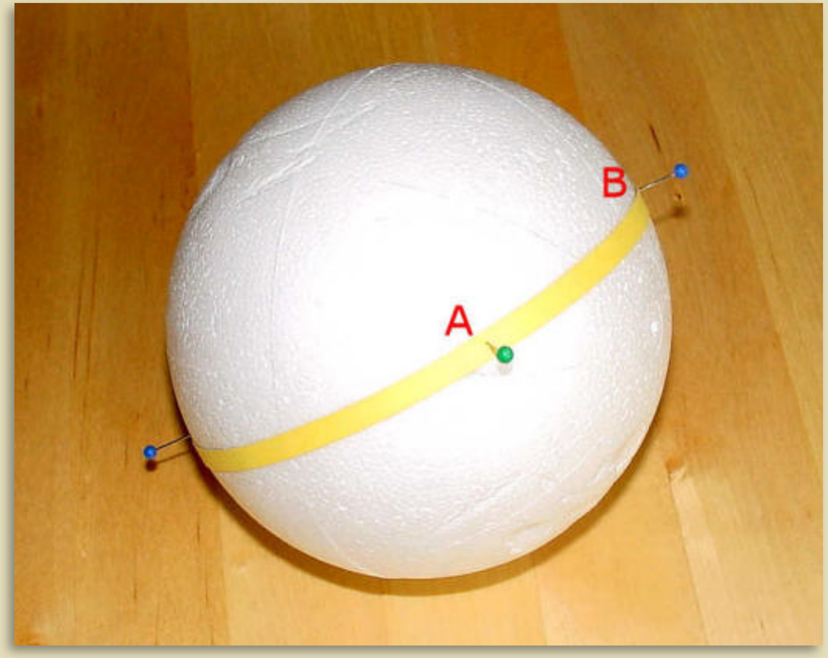
1 / 6

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Per quanto riguarda nello specifico le geometrie euclidee e non euclidee, abbiamo pensato di cominciare con semplici costruzioni con materiale povero.

Mentre con geogebra i ragazzi possono essere guidati a realizzare alcune interessanti costruzioni non euclidee.

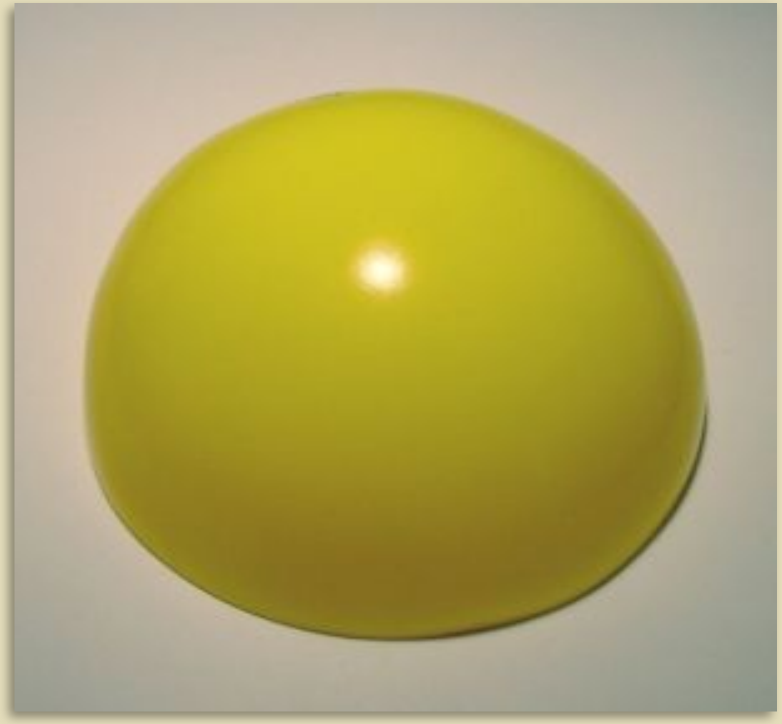
Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



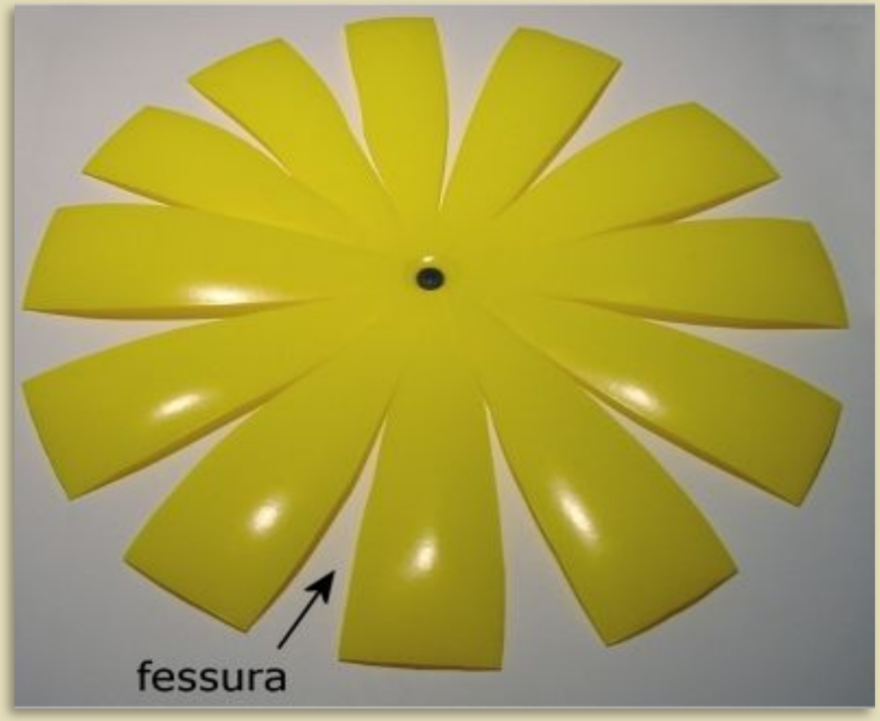
La strisciolina di carta, puntata con gli spilli, aderisce solo lungo gli archi geodetici che rappresentano il percorso più breve che congiunge i punti A e B.

Si possono costruire triangoli sferici e misurare con un goniometro gli angoli.

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

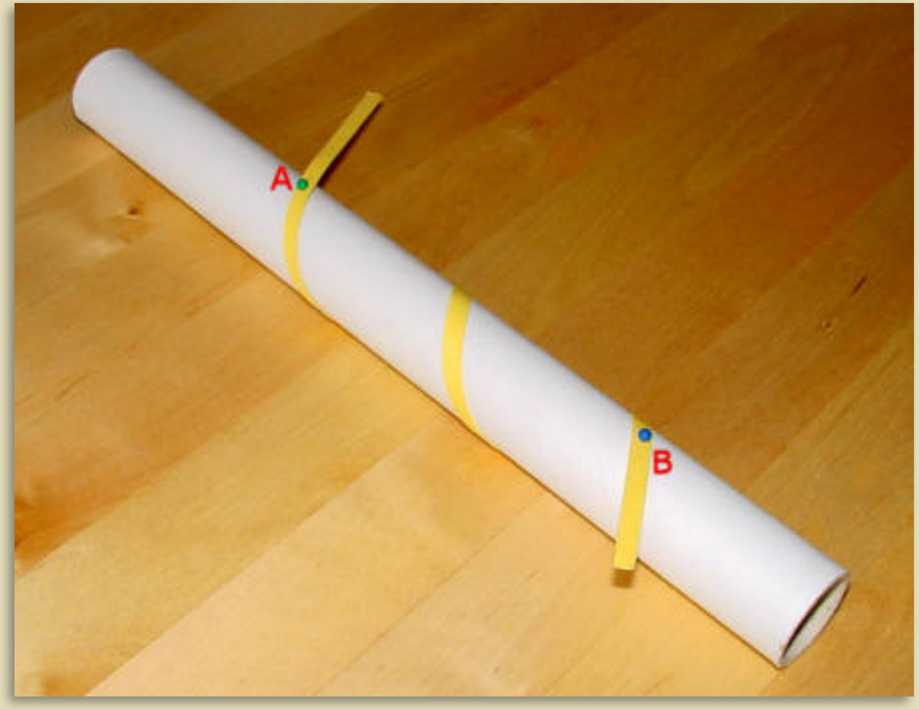


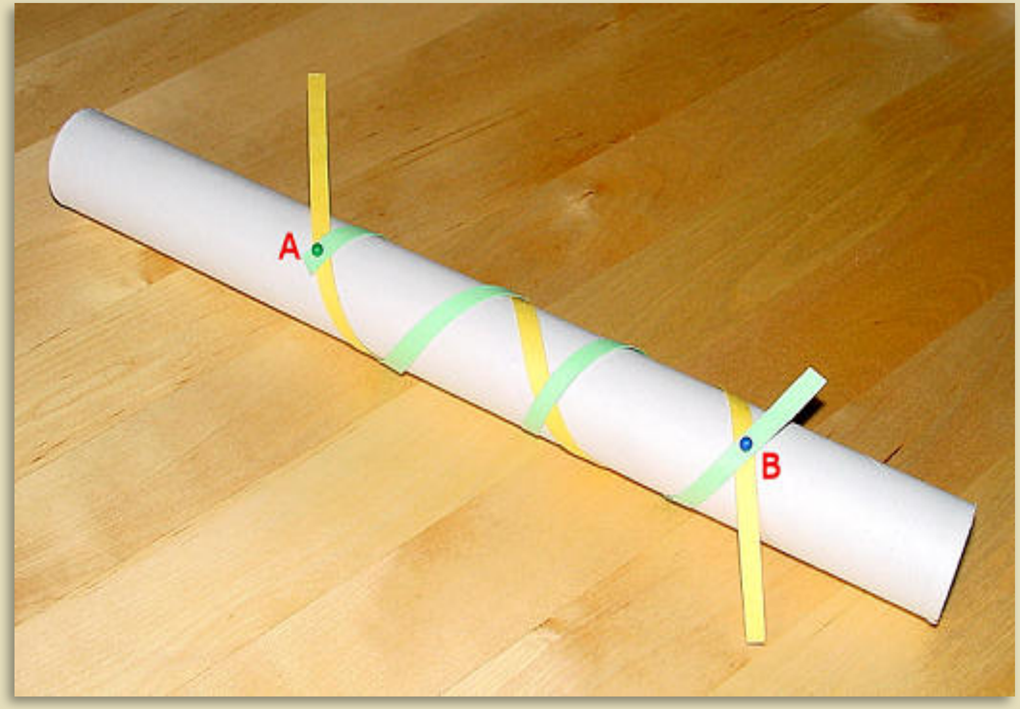
Tagliando lungo una geodetica una sfera, si ottiene una superficie a curvatura positiva.



Operando tagli radiali, la superficie può essere appiattita.

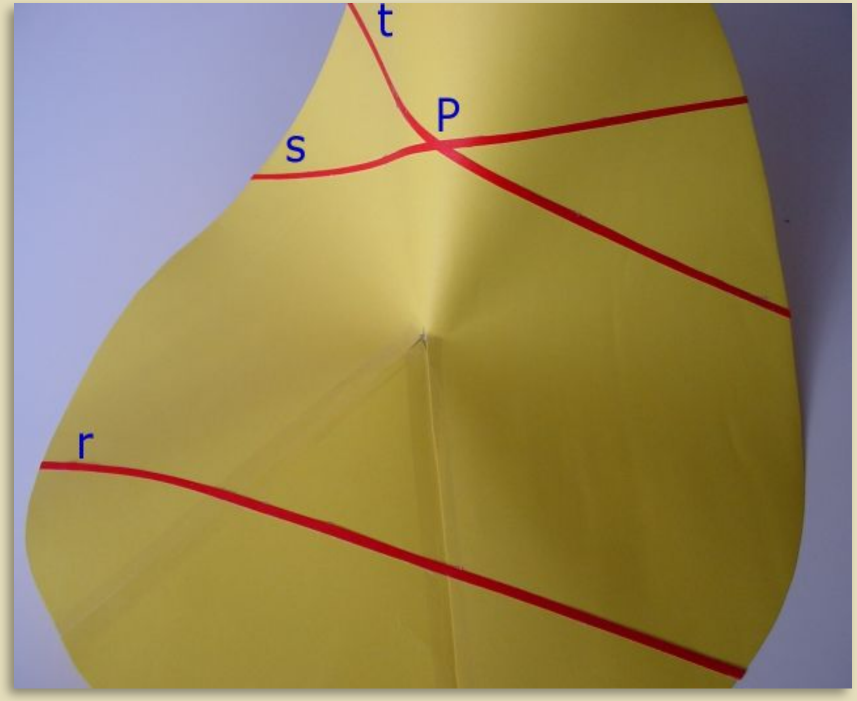
Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

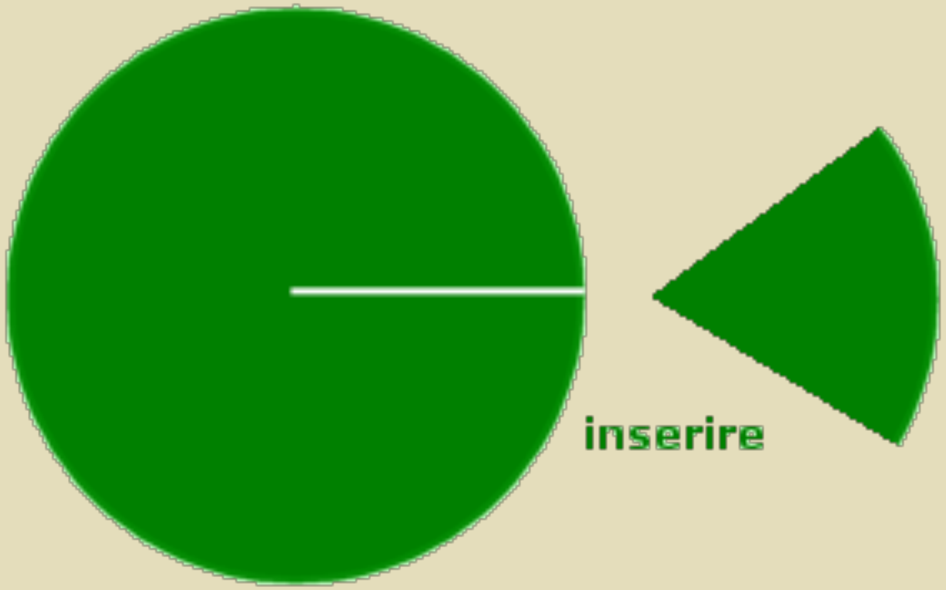




Il cilindro è una superficie a curvatura nulla, per due punti passano infinite geodetiche.

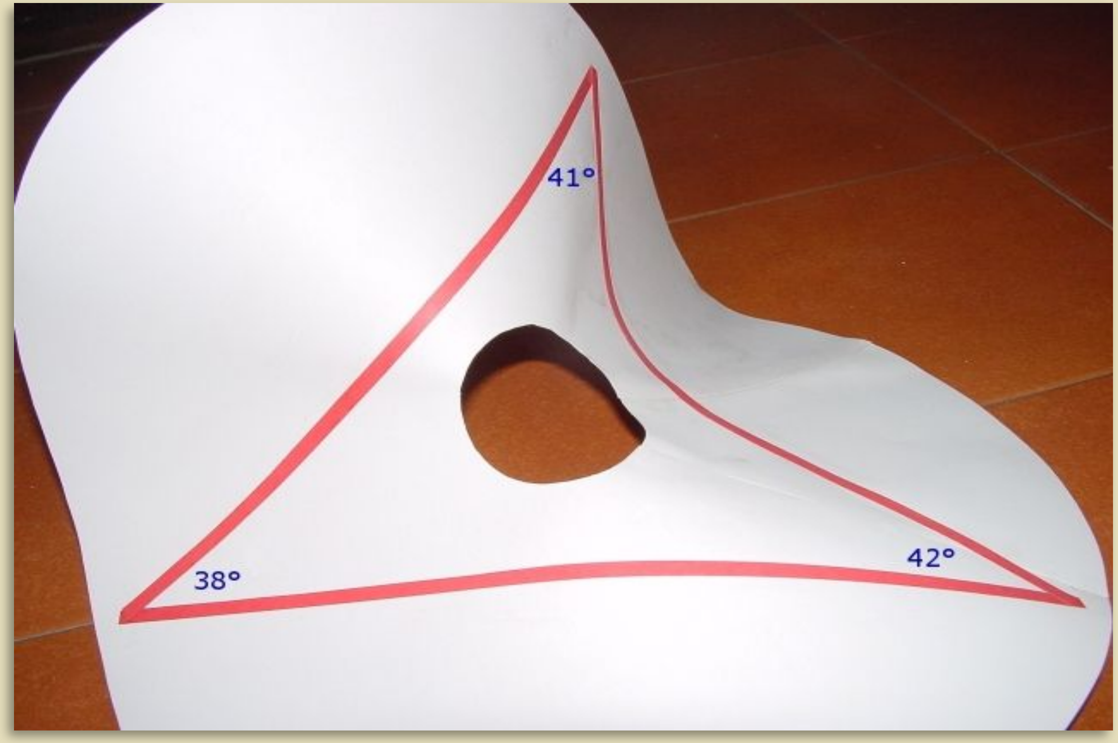
Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea





La superficie a sella, a curvatura negativa, iperbolica si può ottenere operando un taglio lungo il raggio di un cerchio e inserendo nella fessura un settore circolare di raggio uguale e ampiezza ad esempio 60°.

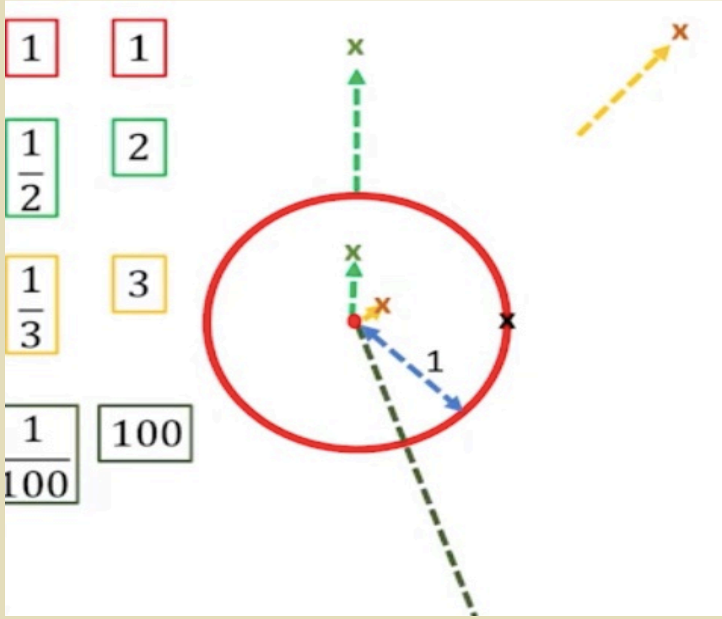
Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

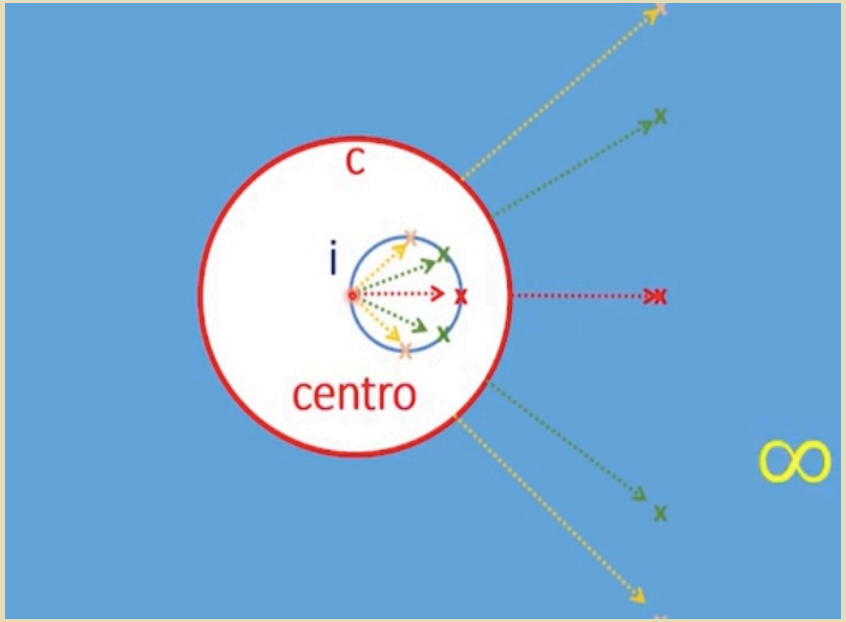


Incollando tre striscioline lungo gli archi di geodetiche, si ottiene un triangolo la cui somma degli angoli interni è minore di 180°.

Dipartimento di Matematica Guido Castelnuovo – Sapienza Università di Roma
Dipartimento di Scienze dell'Antichità – Sapienza Università di Roma
Roma Tre Università degli Studi – Dipartimento di Studi Umanistici – Dipartimento di Eccellenza 2023-2027
Liceo Matematico
CUSL Consulta Universitaria Studi Latini
AICC Associazione Italiana di Cultura Classica Fondata nel 1897

Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



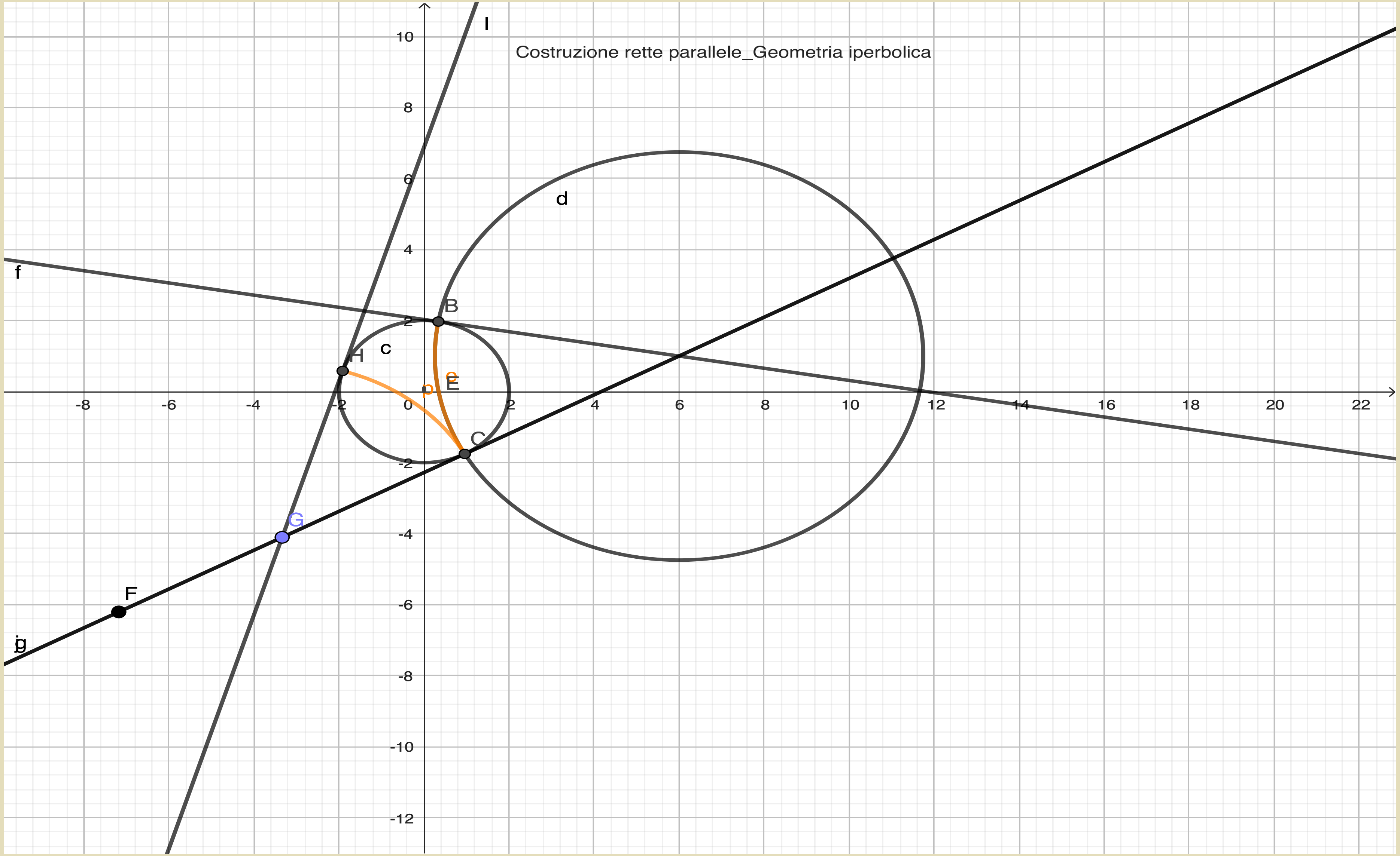


Modello del Disco di Poincarè

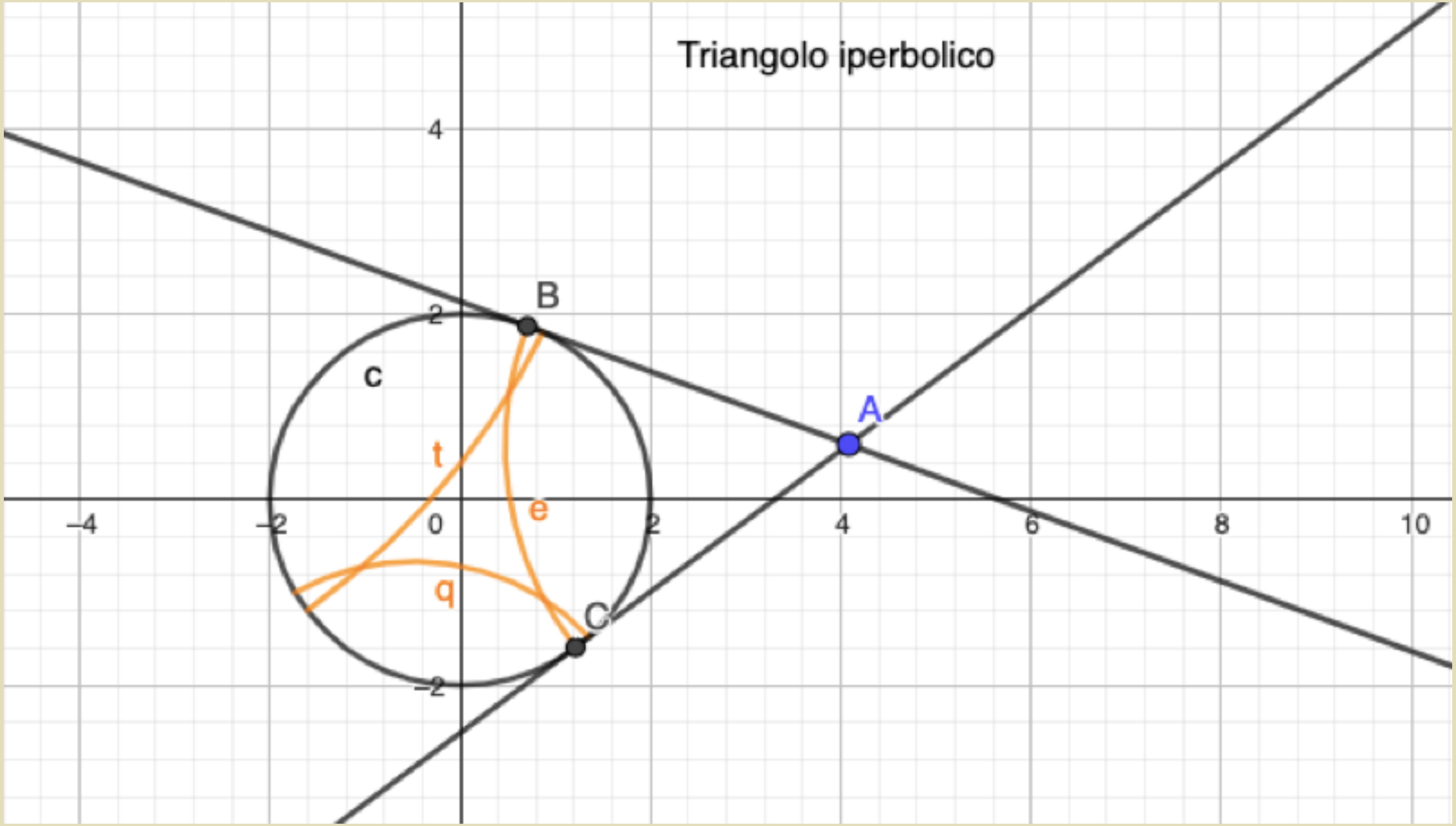
Potrei essere confinato in un guscio di noce e sentirmi re di uno spazio infinito

Shakespeare, Amleto

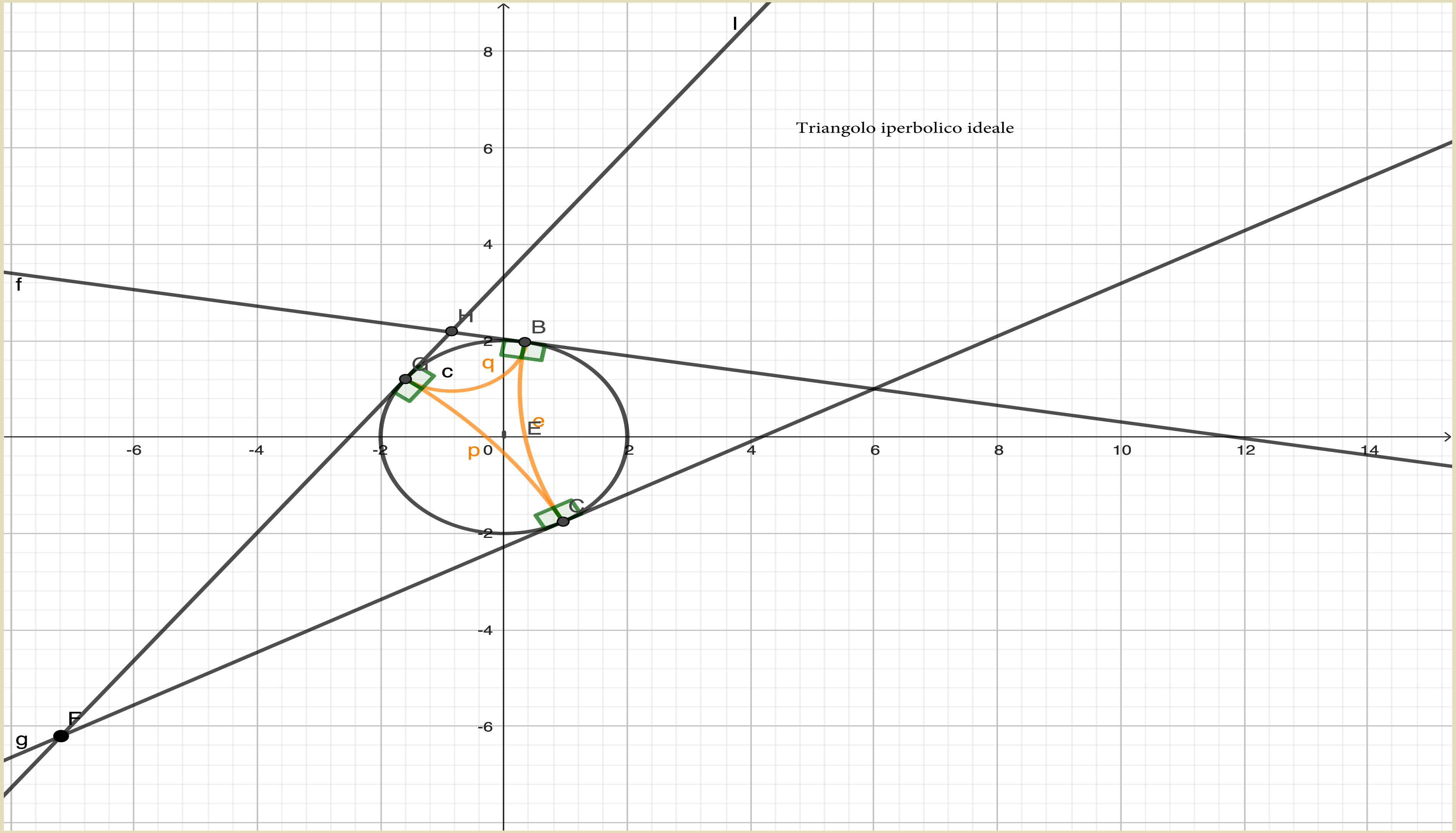
Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



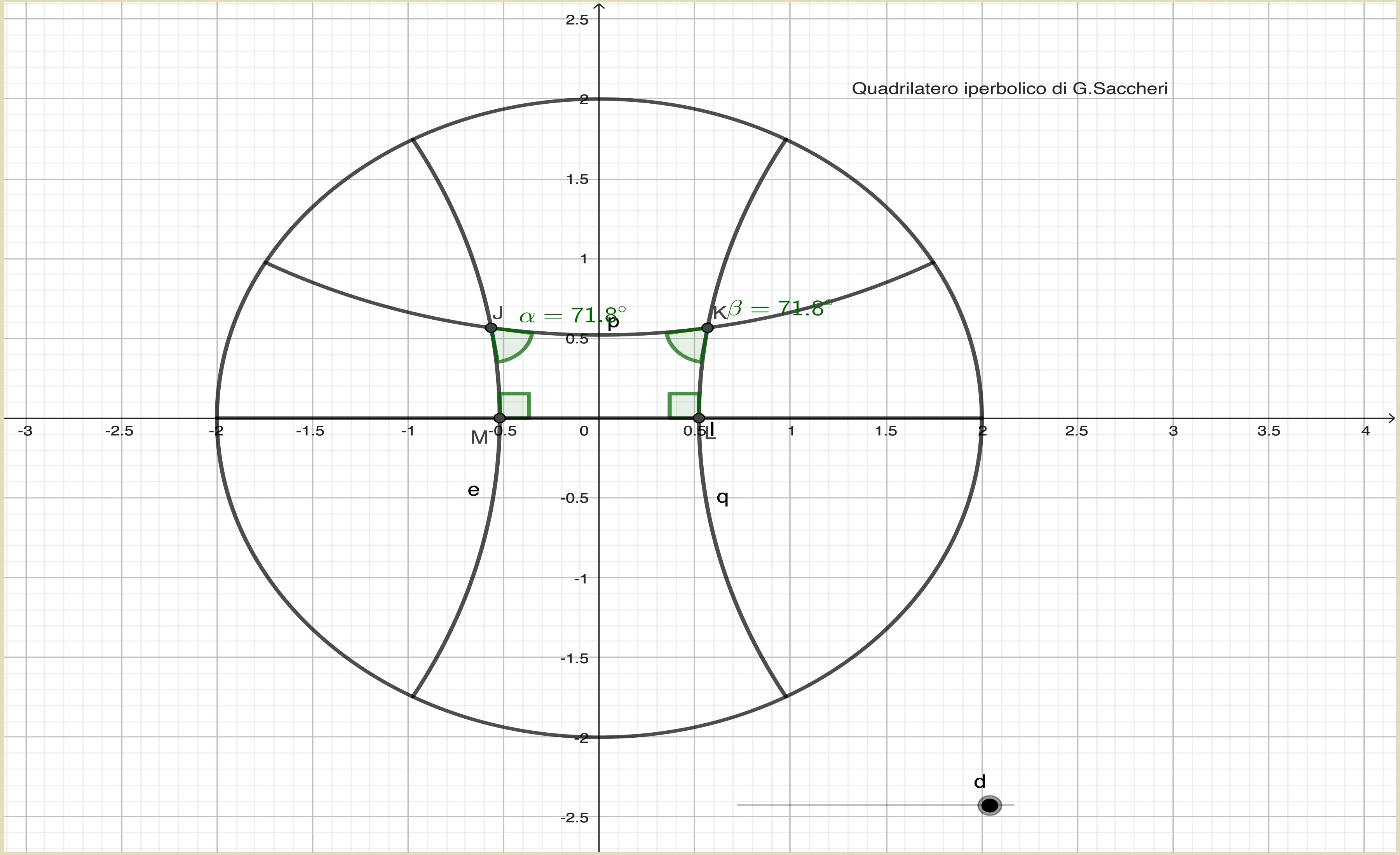
Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



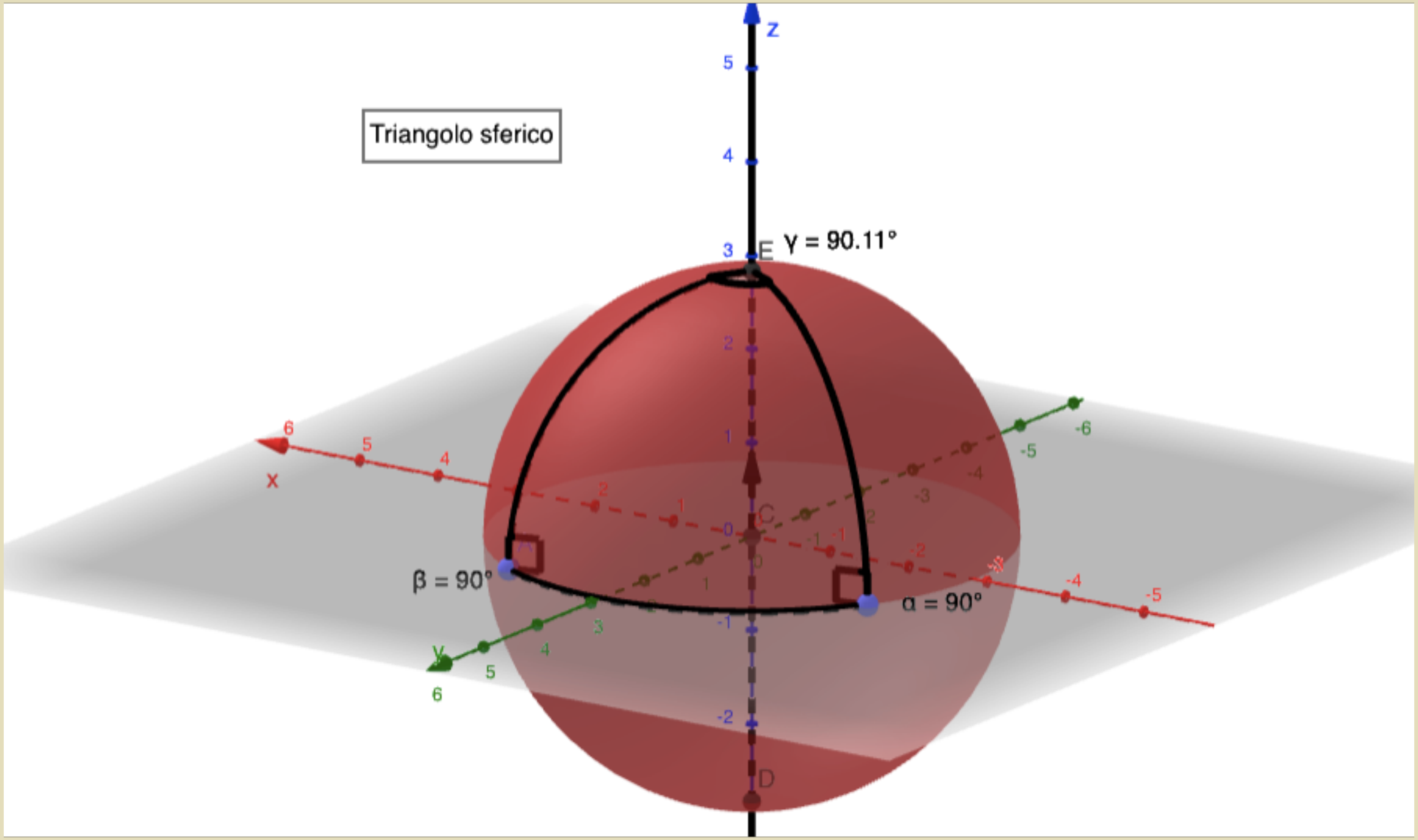
Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea



Sine naevo geometria euclidea et NON euclidea

Si auspica che questo lavoro arrivi a toccare le corde del cuore dei giovani affinché possano cogliere la bellezza del latino come lingua scientifica e apprezzare, oltre le conoscenze, le sottili strutture logiche sottostanti il pensiero matematico e la lingua latina.

Al fine di educare gli studenti alla ricerca delle sottili trame che sottendono le regole e le strutture che le governano.