

drum supra descriptam. quoniam contenta linea. et. equalis lateri
 cilindri a linea. fL. equali basi perimetre dicte figure circa cilindrum
 astatute ponatur item. ER. linea equalis. et. linze adducatur linea. RL.
 erit contentus triangulus. fRL. equalis superfici. EL. parallelogramme qre
 a idem triangulus equalis erit superfici figure circa cilindrum stanti.
 a quoniam rectilinea figura circa. b. circulum descripta similis e figure
 rectilinee circa ipsum. A. circulu descripte habebit iste due figure interse
 pportione illam qua habent semidiametri dictorum circuloru. A. a. b. secundu
 potentia igitur triangulus. KdT. habebit eadem pportionem ad figuram re
 ctilinea circa. b. circulu descriptam qua habet. Td. linea ad linea. G.

La disputa tra Newton e Leibniz

Silvia Perini, Alessandra Ceroni e Elena Petterlini
 (Liceo Peano, Monterotondo)

Come si introduce l'analisi matematica al liceo?

Quando si inizia a parlare di analisi matematica al liceo?

In che modo si può sviluppare il percorso?

Quali caratteristiche ha il linguaggio utilizzato dai due contendenti?

Come si introduce l'analisi matematica al liceo?

Primo **approccio** informale attraverso

- il concetto e l'idea di passaggio al **limite** per una durata di tempo che **tende** a zero,
- **la somma** di aree di sempre più rettangoli con base che tende a zero

Quando si inizia a parlarne?

Al primo biennio di liceo

introducendo le grandezze fisiche

- velocità istantanea
- lavoro di una forza

e la tangente ad una curva passando attraverso la secante

In che modo si può sviluppare il percorso?

Inizialmente l'approccio sarà di tipo

- logico intuitivo
- grafico
- dinamico

Poi si introducono i simboli specifici

- \lim
- \rightarrow
- Σ

In che modo si può stimolare l'attenzione degli studenti verso il formalismo dell'analisi?

Raccontando la storia del calcolo infinitesimale.

L'evoluzione del pensiero matematico, partendo dal **IV secolo a.C. da Eudosso** con il metodo di esaustione fino a soffermarsi al **XVII secolo d.C. a Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz** che hanno posto i fondamenti del calcolo infinitesimale moderno inventando il calcolo **differenziale** ed il calcolo **integrale**, le due componenti del calcolo infinitesimale.

Perché è necessario introdurre nuovi concetti in matematica?

Fondamentale nello studio della matematica è far comprendere che ogni **invenzione** permette un **progresso** e questo avviene anche nella matematica.

Comprendere l'evoluzione del pensiero matematico e la sua evoluzione risponde alle domande tipiche dei nostri studenti:

Chi si è inventato il calcolo infinitesimale?

A cosa mi serve?

*Perché tanto **rigore** e attenzione sull'uso dei **simboli**?*

Le basi poste da Newton e da Leibniz, che hanno permesso lo studio quantitativo degli oggetti dell'indagine scientifica, furono così **innovative**, esprimendo in modo conciso l'intima natura delle trasformazioni e risparmiano lo sforzo del pensiero, che ne nacque subito una disputa.

Perché una disputa per stabilire la paternità del Calcolo infinitesimale?

Nel XVII secolo la scienza non era considerata un'impresa collettiva.

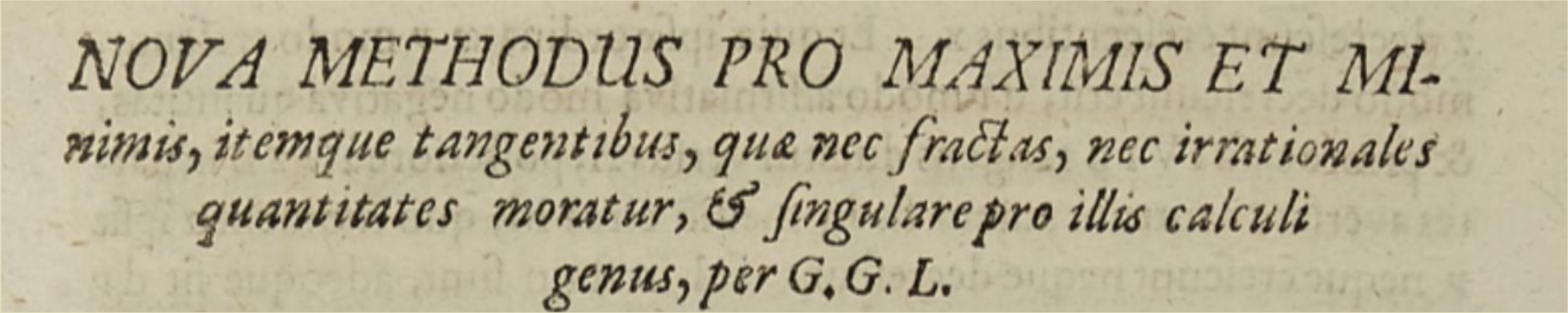
Le scoperte erano di proprietà di chi le faceva e il riconoscimento che ne derivava serviva a impressionare vescovi, principi o altri benefattori nella speranza di ottenere una carica prestigiosa.

Tutta questa storia forse giustifica perché noi insegnanti di matematica siamo così attenti e **rigorosi sull'uso del lessico specifico e sull'uso dei simboli.**

E ciò assimila la Matematica al Latino.

Chi ha vinto la disputa?

Sicuramente il primo tra i due che pubblica una trattazione algebrica sintetica degli infinitesimi introducendo una simbologia facile e intuitiva è **Leibniz**, nel **1694** con la pubblicazione negli *Acta Eruditorum* de



NOVA METHODUS PRO MAXIMIS ET MINIMIS, itemque tangentibus, quæ nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G. G. L.

Nuovo metodo per i massimi e i minimi, come anche per le tangenti, che non si arresta davanti a quantità frazionarie e irrazionali, e modo unico di calcolo per i suddetti.

Leibniz inizia subito la sua trattazione con la descrizione delle regole di derivazione. Non è ancora affermata la nozione di funzione, ma il concetto di relazione tra variabili. *Proviamo a leggere e a comprendere?*

Ma è scritto in latino?

Sit a quantitas data constans,

Se a è una quantità costante

, erit da æqualis 0; $da=0$

$d(ax)$ erit æquale $a dx$; $d(ax) = a dx$

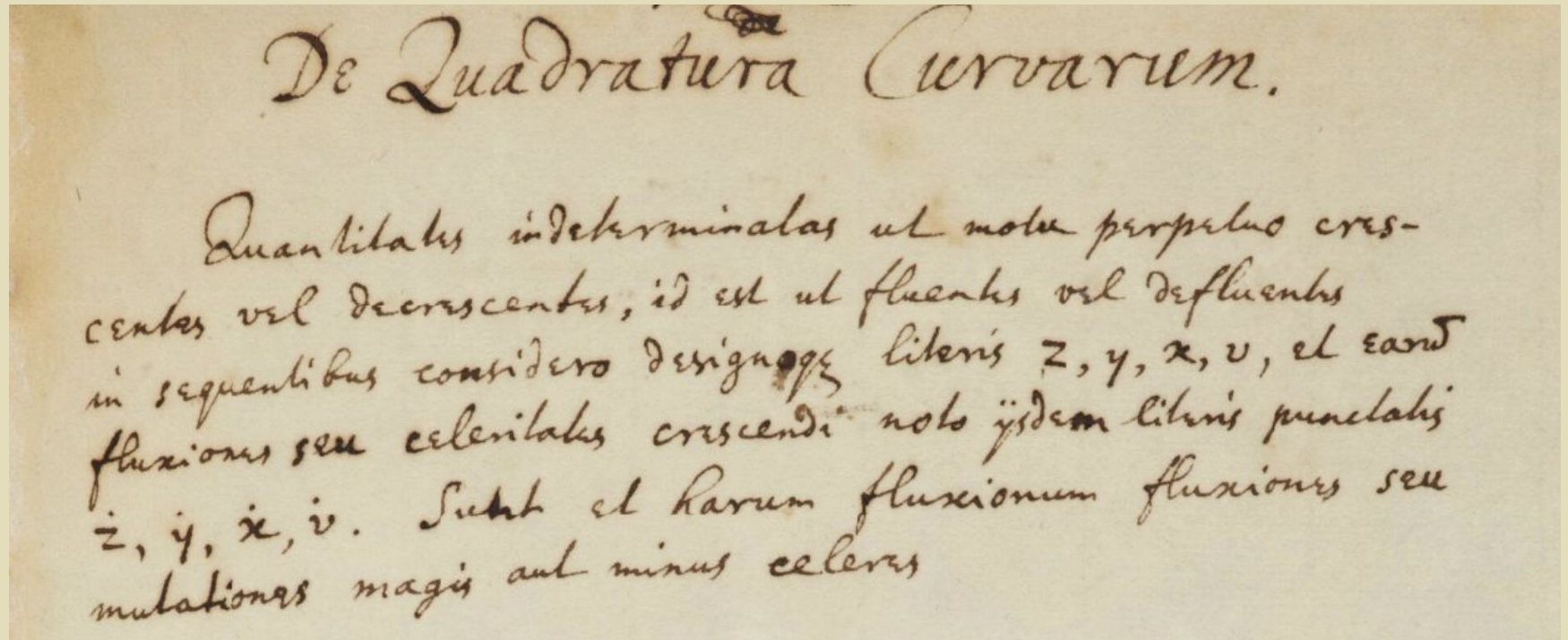
E prosegue

$dz = dy + dw + dx$. *Multiplicatio*, dx v æqu. $x dv + v dx$, seu posito y æqu. xv , fiet dy æqu. $x dv + v dx$. In arbitrio enim est vel formulam, ut xv , vel compendio pro ea literam, ut y , adhibere. Notandum & x & dx eodem modo in hoc calculo tractari, ut y & dy , vel aliam literam indeterminatam cum sua differentiali. Notandum etiam non dari semper regressum a differentiali Æquatione, nisi cum quadam cautione, de quo alibi. Porro *Divisio*, $d \frac{v}{y}$ vel (posito z æqu. $\frac{v}{y}$) dz æqu. $\frac{y dy - v dv}{yy}$

Newton elabora una teoria analoga che però pubblicherà solo più tardi. La terminologia e la notazione tipica delle flussioni compaiono nel *Tractatus De Quadratura Curvarum* pubblicato nel 1704.

A differenza di Leibniz che considera le grandezze come composte da parti infinitesime, Newton, più attento alla dinamica e al moto, le considera variabili in funzione del tempo: grandezze “fluenti” che ad ogni istante avranno una determinata velocità o “flussione”.

Il ruolo della derivata è assunto in Newton dalla flussione di una quantità fluente y , indicata con \dot{y} , mentre al differenziale dy corrisponde il “momento” $\dot{y}o$, prodotto della velocità per l'intervallo infinitesimo di tempo o . Il problema fondamentale del calcolo è espresso da Newton nei termini seguenti:



Quali caratteristiche ha il latino utilizzato dai due contendenti?

Confrontando due passi tratti da *Nova methodus* e *Tractatus De Quadratura Curvarum* emergono differenze sia nella struttura sintattica, sia nel lessico e nell'uso dei simboli matematici.

In definitiva, Newton e Leibniz adattano lo strumento linguistico ai loro scopi comunicativi, adottando scelte più e meno “moderne”.

NOVA METHODUS PRO MAXIMIS ET MINIMIS, itemque tangentibus, quæ nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G. G. L.

Sit axis AX, & curvæ plures, ut V V, W W, Y Y, Z Z, quarum ordi^{TAB. XII.} natae, ad axem normales, V X, W X, Y X, Z X, quæ vocentur respective, v, w, y, z; & ipsa A X abscissa ab axe, vocetur x. Tangentes sint V B, W C, Y D, Z E axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Jam recta aliqua pro arbitrio assumpta vocetur dx, & recta quæ sit ad dx, ut v (vel w, vel y, vel z) est ad V B (vel W C, vel Y D, vel Z E) vocetur d v (vel d w, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum w, aut y, aut z) His positis calculi regulæ erunt tales:

Sit a quantitas data constans, erit da æqualis o, & d $\frac{1}{a}$ erit æqu^o a dx: si sit y æqu v (seu ordinata quævis curvæ Y Y, æqualis cuivis ordinatæ respondentis curvæ V V) erit dy æqu^o dv. Jam *Additio & Subtractio*: si sit $z = y \pm w \pm x$ æqu. v, erit $d z = d y \pm d w \pm d x$ seu d v, æqu^o $d z = d y \pm d w \pm d x$. *Multiplicatio*, dx v æqu. x dv \pm v dx, seu posito y æqu. x v, fiet d y æqu^o x dv \pm v dx. In arbitrio enim est vel formulam, ut x v, vel compendio pro ea literam, ut y, adhibere. Notandum & x

Leibniz,
Nova
Methodus

Leibniz, *Nova Methodus*

”Sia dato l’asse AX , e più curve come VV , WW , YY , ZZ , e le ordinate di un loro punto, normali all’asse, siano VX , WX , YX , ZX : queste si dicono rispettivamente v , w , y , z ; ed il segmento AX , tagliato sull’asse, sia detto x . Le tangenti siano VB , WC , YD , ZE , le quali incontrano l’asse rispettivamente nei punti B , C , D , E (v. fig.18b).

Ora un segmento, preso ad arbitrio, sia detto dx ed un segmento (v. fig.18a) che sta a dx , come v (o w , o y , o z) sta a BX (o CX , o DX , o EX) sia detto dv (o dw , o dy , o dz) ossia differenza delle stesse v (o w , o y , o z). Ciò posto, le regole del calcolo saranno queste:

Sia a una quantità data costante, sarà

$$da = 0 \text{ e } dax = adx.$$

Se abbiamo $y = v$ (ossia se un’ordinata qualsiasi della curva YY , è uguale ad una qualsiasi ordinata corrispondente della curva VV),

Tractatus de Quadratura Curvarum

Newton,
Tractatus de
Quadratura
Curvarum

Quantitates indeterminatas ut motu perpetuo crescunt vel +
decrescunt id est ut fluentes vel defluentes in sequentibus con-
sidero designoq; literis z, y, x, v , et earum fluxiones seu +
coloritales crescendi noto iisdem literis punctatis $\dot{z}, \dot{y}, \dot{x}, \dot{v}$,
sunt et harum fluxionum fluxiones seu mutationes magis aut
minus coloros quas ipsarum z, y, x, v fluxiones secundas nomi-
nare licet et sic designare $\ddot{z}, \ddot{y}, \ddot{x}, \ddot{v}$; et harum fluxiones primas
seu ipsarum z, y, x, v fluxiones tertias, sic $\ddot{\dot{z}}, \ddot{\dot{y}}, \ddot{\dot{x}}, \ddot{\dot{v}}$; et Quartas
sic $\ddot{\dot{\dot{z}}}, \ddot{\dot{\dot{y}}}, \ddot{\dot{\dot{x}}}, \ddot{\dot{\dot{v}}}$. Et quemadmodum $\dot{z}, \dot{y}, \dot{x}, \dot{v}$ sunt fluxiones quantitalum

Newton,
Tractatus de
Quadratura
Curvarum

SULLA QUADRATURA DELLE CURVE

Considero in ciò che segue quantità indeterminate crescenti o decrescenti come per un moto continuo, cioè fluenti o defluenti e le indico mediante le lettere z, y, x, u , e rappresento le loro flussioni o velocità con cui crescono mediante le stesse lettere puntate $\dot{z}, \dot{y}, \dot{x}, \dot{u}$.

Vi sono anche le flussioni di queste flussioni o mutazioni più o meno celeri, che è lecito chiamare flussioni seconde delle z, y, x, u stesse e indicare con $\ddot{z}, \ddot{y}, \ddot{x}, \ddot{u}$; e le flussioni prime di queste o flussioni terze delle z, y, x, u , vengono indicate così: $\dot{\dot{z}}, \dot{\dot{y}}, \dot{\dot{x}}, \dot{\dot{u}}$, e le flussioni quarte $\ddot{\dot{z}}, \ddot{\dot{y}}, \ddot{\dot{x}}, \ddot{\dot{u}}$.

Che cosa succederebbe se Newton e Leibniz si trovassero oggi l'uno davanti all'altro?

Mediante la tecnica del *role-playing*, gli studenti possono provare a ricreare il contesto della disputa e a immedesimarsi nei due contendenti, riproducendo, in forma scritta o multimediale, i loro aspetti caratteriali e le loro argomentazioni in un'immaginaria intervista doppia o un confronto / scontro diretto.

L'attività può essere anche organizzata nella forma del *debate*.

In alternativa, gli studenti possono restituire le loro impressioni documentate e ragionate in un testo argomentativo relativo alla disputa.

La matematica e il latino sono dunque linguaggi trasversali?



DEL SIG. GALILEI. 25

e forse stima, che la Filosofia sia vn libro, e vna fantasia d'vn uomo, come l'Iliade, e l'Orlando furioso; libri ne' quali la meno importante cosa è, che quello che vi è scritto, sia vero. S. Sarsi la cosa non istà così. La Filosofia è scritta in questo grandissimo libro, che continuamente ci stà aperto innanzi à gli occhi (io dico l'vniuerso) ma non si può intendere se prima non s'impara à intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, & altre figure Geometriche, senza i quali mezi è impossibile à intenderne vmanamente parola; senza questi è vn'aggirarsi vanamente per vn'oscuro laberinto. Ma posto pur'anco, come al Sarsi pare, che l'intelletto nostro debba farsi manci pio dell'intelletto d'vn'altr'uomo (la-

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è iscritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.

La matematica ha un suo vocabolario, le sue regole, i suoi simboli, la sua storia.

Come la grammatica dei linguaggi verbali è quel complesso di regole e segni necessari alla costruzione di parole, sintagmi e frasi di una determinata lingua, così il linguaggio matematico moderno codifica informazioni difficili da scrivere in qualsiasi altro modo mediante simboli riconosciuti in tutto il mondo, la cui evoluzione si comprende tramite lo studio della storia della matematica.

In tale ottica, ha la sua utilità analizzare testi matematici in lingua originale, quindi anche in latino, per comprenderne appieno il significato.

Bibliografia/sitografia

https://minerva.miurprogettopps.unito.it/pluginfile.php/67302/mod_resource/content/0/bonavoglia-analisi-non-standard.pdf

https://web.math.unifi.it/archimede/mostra_calcolo/guida/node13.html

<https://www.vialattea.net/content/515/>

<https://www.newtonproject.ox.ac.uk/view/texts/normalized/NATP00204>

<https://cudl.lib.cam.ac.uk/view/MS-ADD-09597-00002-00018>

https://web.math.unifi.it/archimede/mostra_calcolo/guida/node13.html

<https://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Newton/Quadratura/HarrisIQ.pdf>

<https://matstor.wdfiles.com/local--files/materiali/Newton.pdf>