Liceo Matematico

GRUPPO UMI DEI LICEI MATEMATICI

Unione Matematica Italiana

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapi d’autore

SOLUZIONI DEI 15 QUESITI

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

1

LA CENA CON CAESAR

Liceo Statale "B. RESCIGNO", Roccapiemonte (SA)

A	27	B	33
C	950	D	1050

Girandosi, l’esploratore Math legge ML che in cifre romane corrisponde al numero

SOLUZIONE

D

1050

Girandosi, l'esploratore Math legge ML che in cifre romane corrisponde al numero 1050 in cifre indo-arabiche.

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

2

LA D.S. DEVE SBLOCCARE IL CELLULARE

IIS "E. FERMI", Policoro (MT)

A	367462333764	B	12345678910
C	367426333764	D	51216931365

Le lettere della parola

ENRICOFERMI

infatti, corrispondono a una delle tre o quattro lettere che si trovano sotto ogni numero sulla tastiera alfanumerica del cellulare. Per esempio, la lettera E è una delle tre lettere che si trova sotto il tre, la N sotto il sei… .

Le lettere della parola

ENRICOFERMI

infatti, corrispondono a una delle tre o quattro lettere che si trovano sotto ogni numero sulla tastiera alfanumerica del cellulare. Per esempio, la lettera E è una delle tre lettere che si trova sotto il tre, la N sotto il sei… .

RISPOSTA

C

36742633764

Liceo Matematico

III edizione del "Pomeriggio dei Licei Matematici"

GRUPPO UMI DEI LICEI MATEMATICI

Unione Matematica Italiana

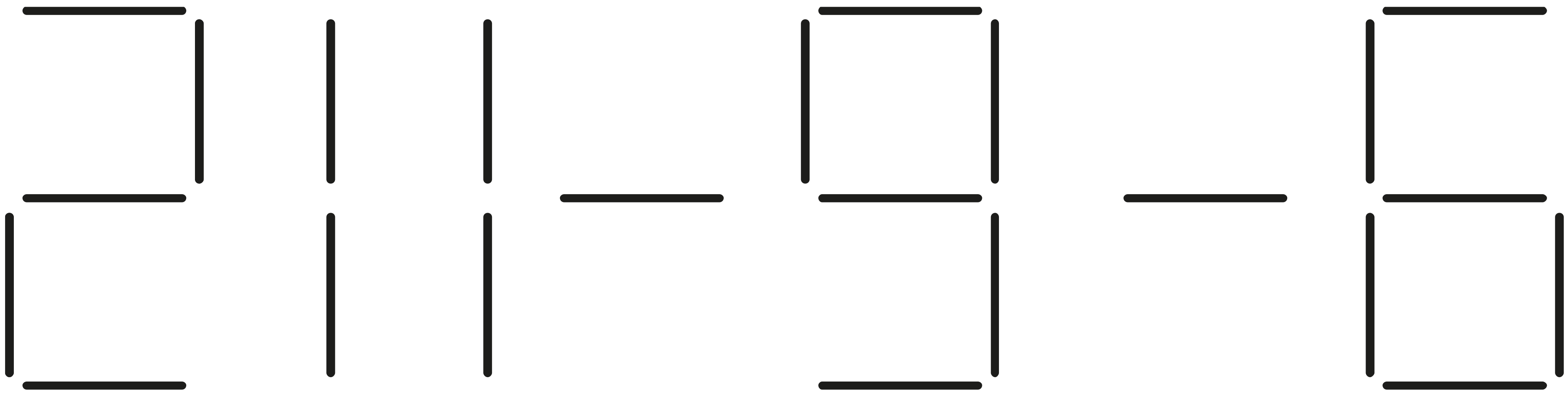
Rompicapo d'autore

3

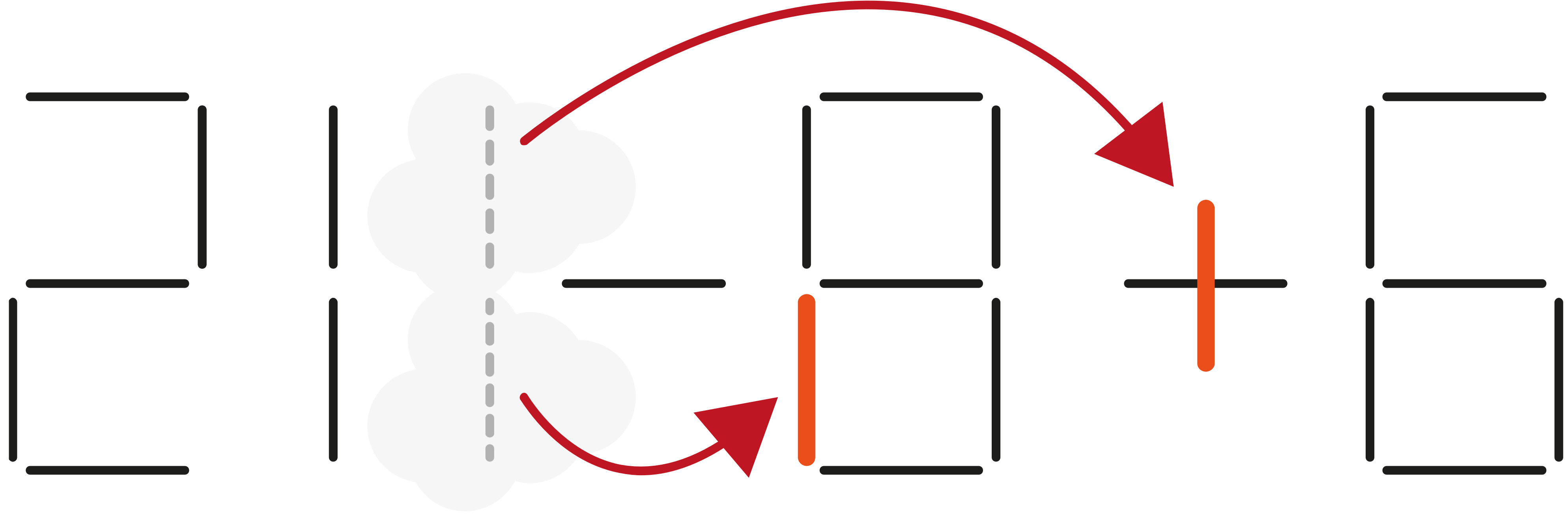
STUZZICA...MENTI

Liceo Scientifico "D. ALIGHIERI", Matera

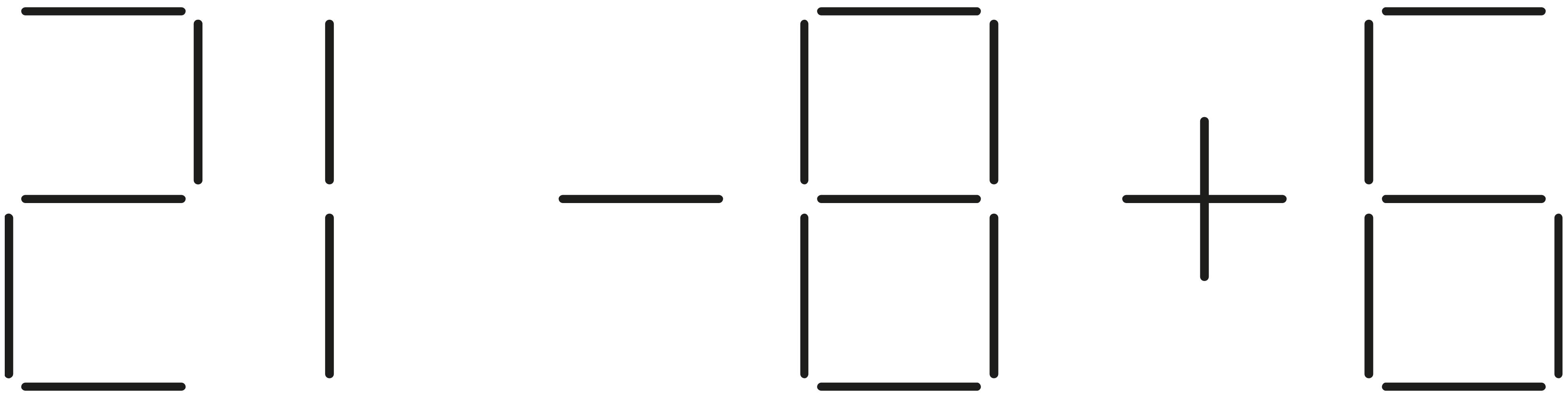
A 17	B 18
C 19	D 152



I due stuzzicadenti che formano l’ultima cifra **1** del 21**1** vanno riposizionati in modo tale che uno trasformi il secondo segno **-** in **+** e l’altro trasformi il numero **9** in **8**.



I due stuzzicadenti che formano l’ultima cifra **1** del 21**1** vanno riposizionati in modo tale che uno trasformi il secondo segno **-** in **+** e l’altro trasformi il numero **9** in **8**.



I due stuzzicadenti che formano l’ultima cifra **1** del 21**1** vanno riposizionati in modo tale che uno trasformi il secondo segno **-** in **+** e l’altro trasformi il numero **9** in **8**.

SOLUZIONE

C

19

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Liceo Matematico

GRUPPO UMI DEI LICEI MATEMATICI

Unione Matematica Italiana

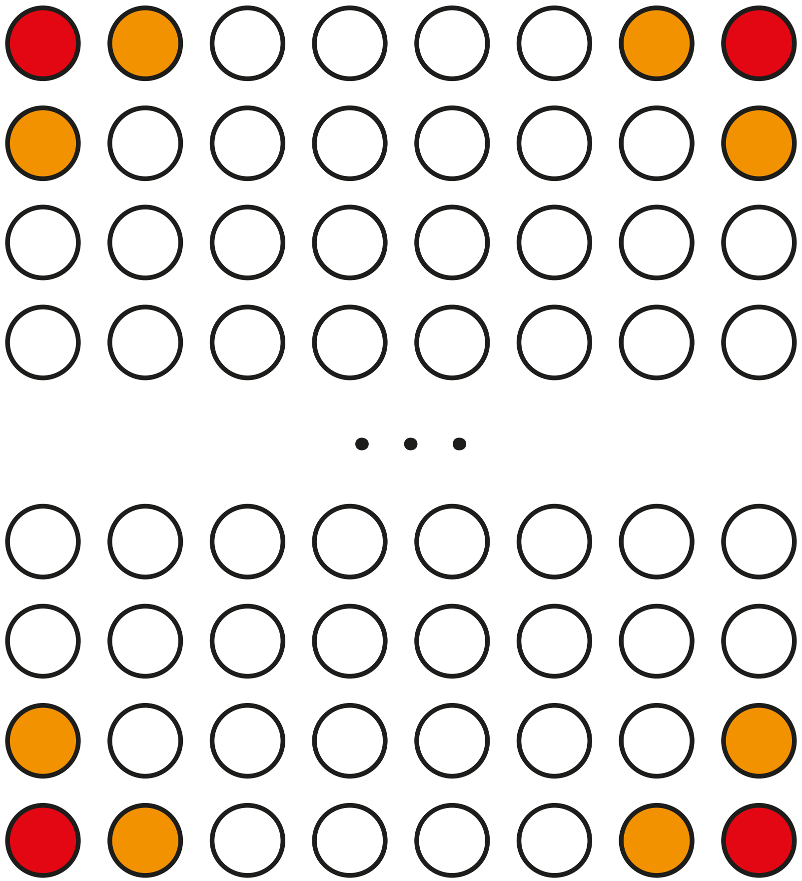
Rompicapo d’autore

4

CAVALIERI E FURFANTI IN FILE

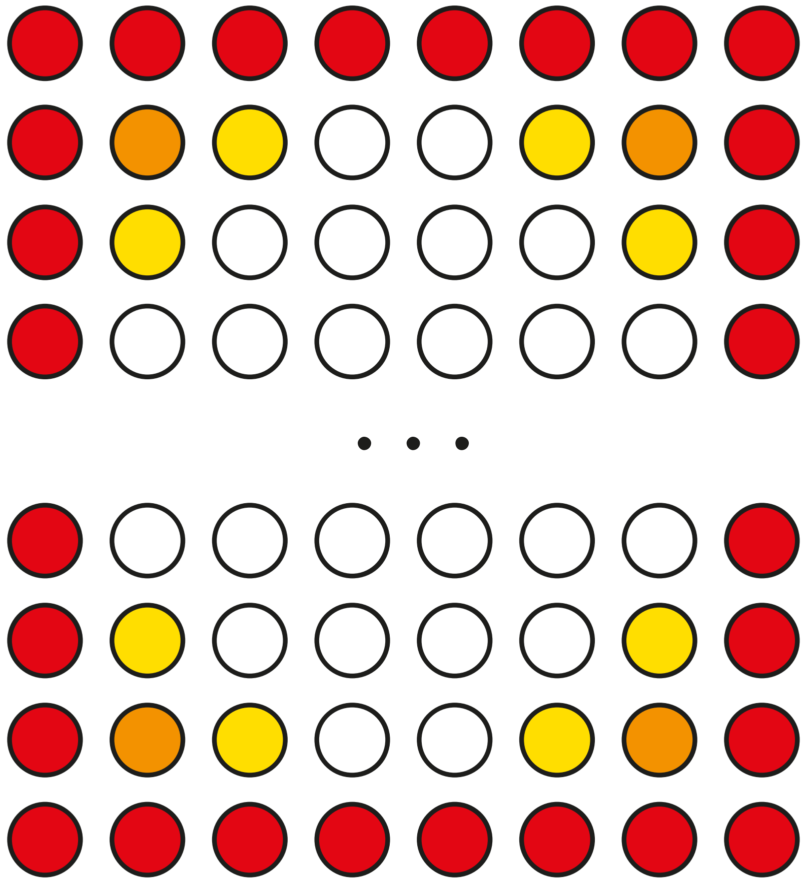
IIS CROCE-ALERAMO, Roma

A	0	B	1012
C	1518	D	2020



Si noti che gli abitanti ai **quattro vertici** del rettangolo hanno solamente **due persone intorno**, quindi non possono dire la verità e sono furfanti.

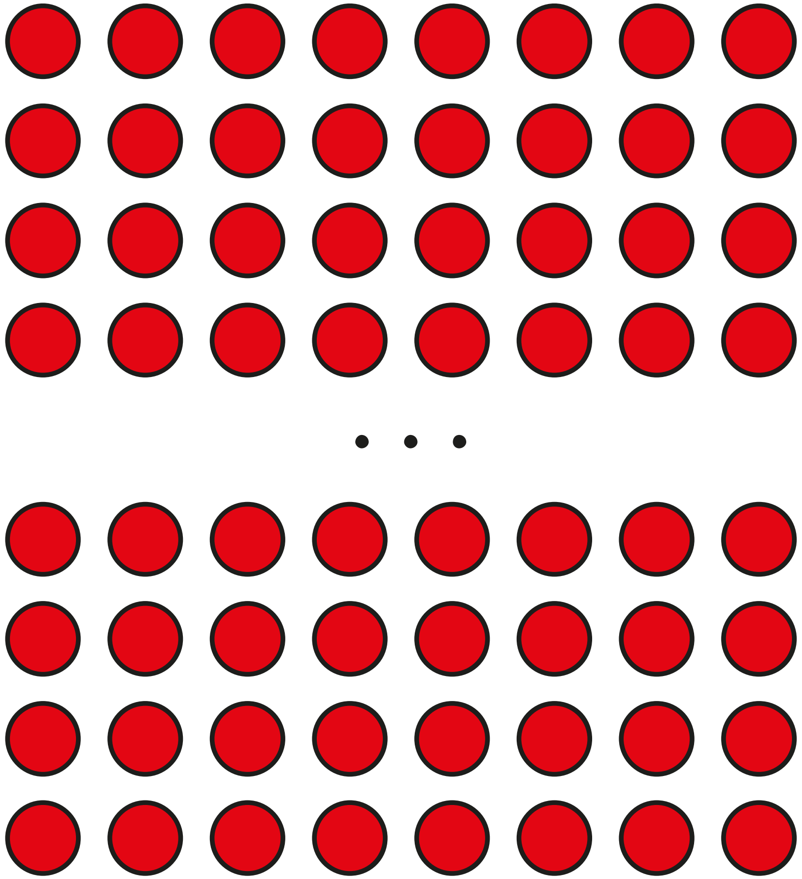
Allora anche gli abitanti sul bordo del "rettangolo" della fila accanto ai furfanti sui vertici hanno solamente due potenziali cavalieri accanto a sé, quindi sono furfanti anche loro.



Attraverso una reazione a catena, si trova che tutti gli abitanti sui bordi **sono furfanti**.

Considerando il rettangolo interno al bordo di furfanti, per gli abitanti su questi vertici si possono trarre le stesse conclusioni, e così per tutto il nuovo bordo.

SOLUZIONE A 0



Andando avanti strato dopo strato, si conclude che tutti gli abitanti sono furfanti. È impossibile che ci sia anche solo un cavaliere.

Il numero massimo di cavalieri è **0**.

Liceo Matematico

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

GRUPPO UMI DEI LICEI MATEMATICI

Unione Matematica Italiana

Rompicapo d’autore

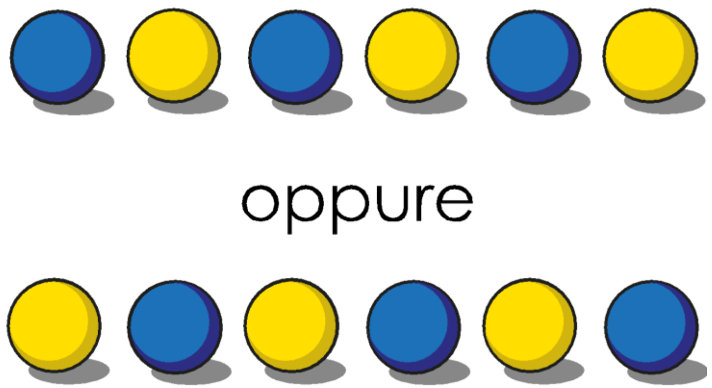
5

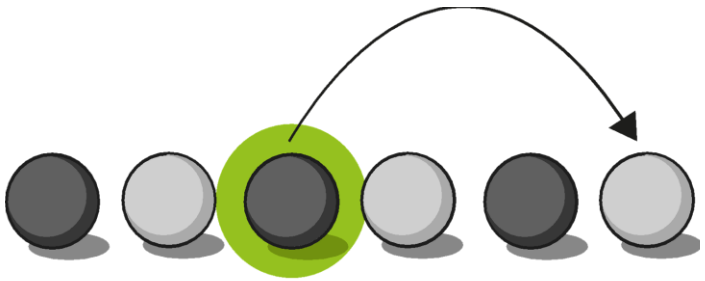
SEI BIGLIE IN FILA

Liceo Statale “E. MAJORANA”, Roma

A 10	B 12
C 60	D 360

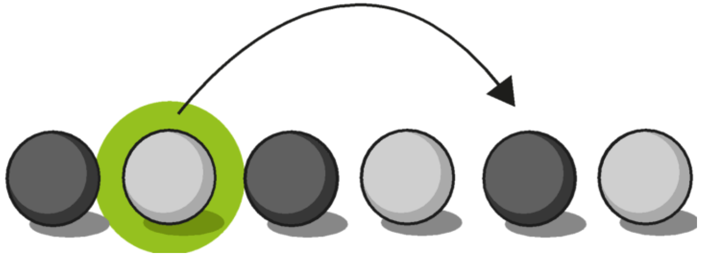
Affinché la configurazione sia ammissibile, i colori delle biglie devono necessariamente alternarsi, come mostrato a fianco (→).

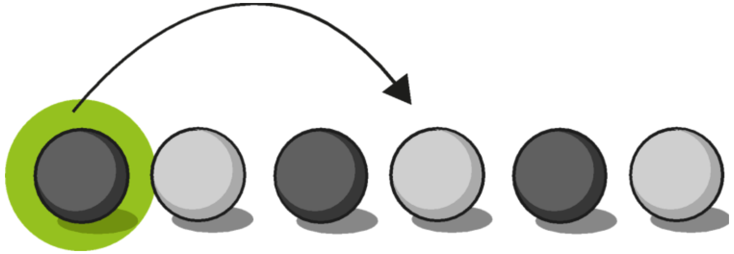




Supponiamo quindi d'ora in avanti che i colori siano alternati e concentriamoci sulla terza biglia: la sua «gemella» (cioè la biglia con lo stesso numero ma di colore diverso) dovrà necessariamente essere l'ultima, perché, tra le biglie non adiacenti, è l'unica di tinta diversa.

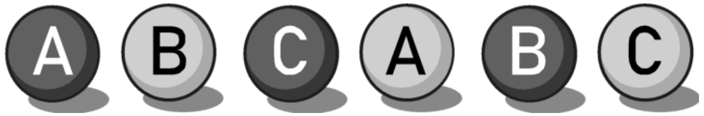
Per lo stesso motivo, la «gemella» della seconda biglia deve essere la penultima…





…e, per esclusione, la «gemella» della prima sarà l'ultima rimasta: la quarta.

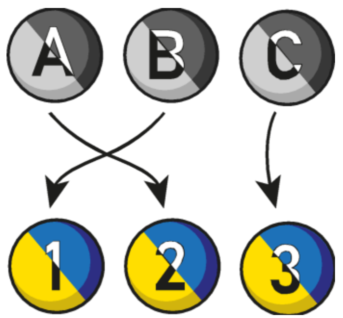
Le uniche configurazioni ammissibili seguono quindi tutte lo schema mostrato accanto: colori alternati e numerazione del tipo A,B,C,A,B,C.



SOLUZIONE

B

12



Si è osservato all’inizio che esistono 2 colorazioni possibili. Per quanto riguarda le associazioni lettera↔numero (← accanto è mostrato un esempio), basta considerare che esistono 3 scelte per associare la A, dopodiché ne restano 2 per la B e infine 1 per la C: complessivamente si hanno quindi 3·2·1=6 associazioni diverse.

Riassumendo, il numero di configurazioni compatibili con le condizioni poste dal problema è…

$$2 \times 6 = 12$$

possibili schemi di colore

possibili associazioni L↔N

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

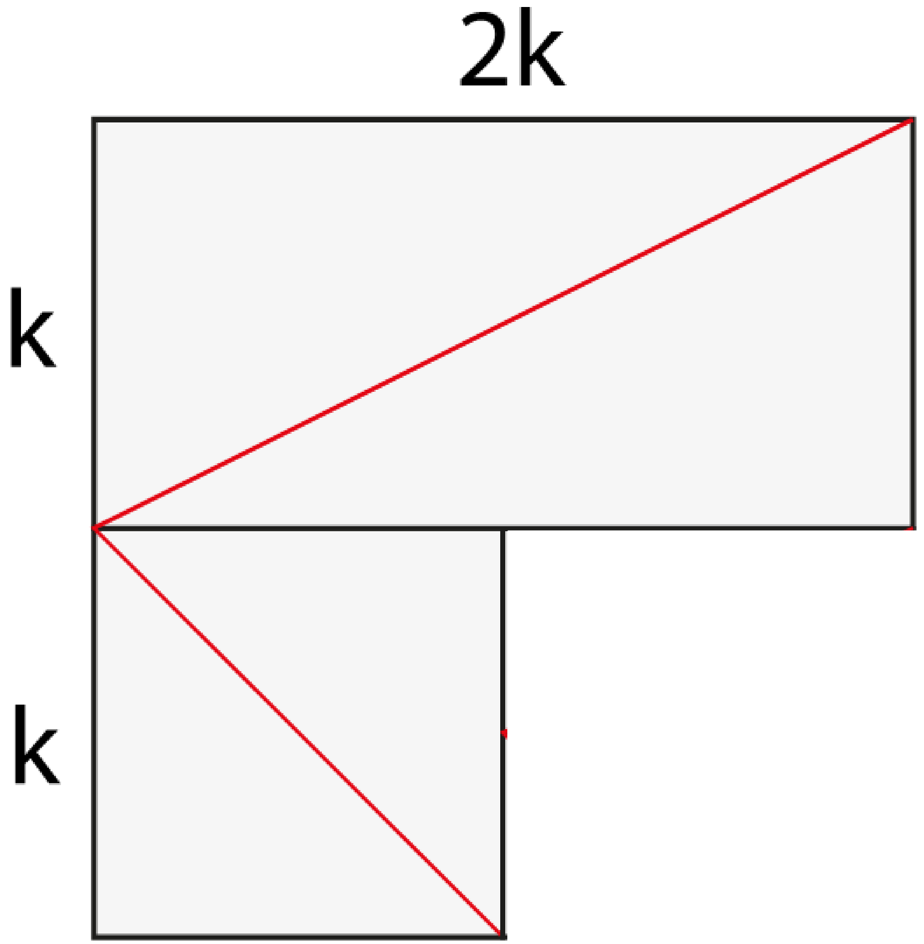
6

SOMMA INFINITA

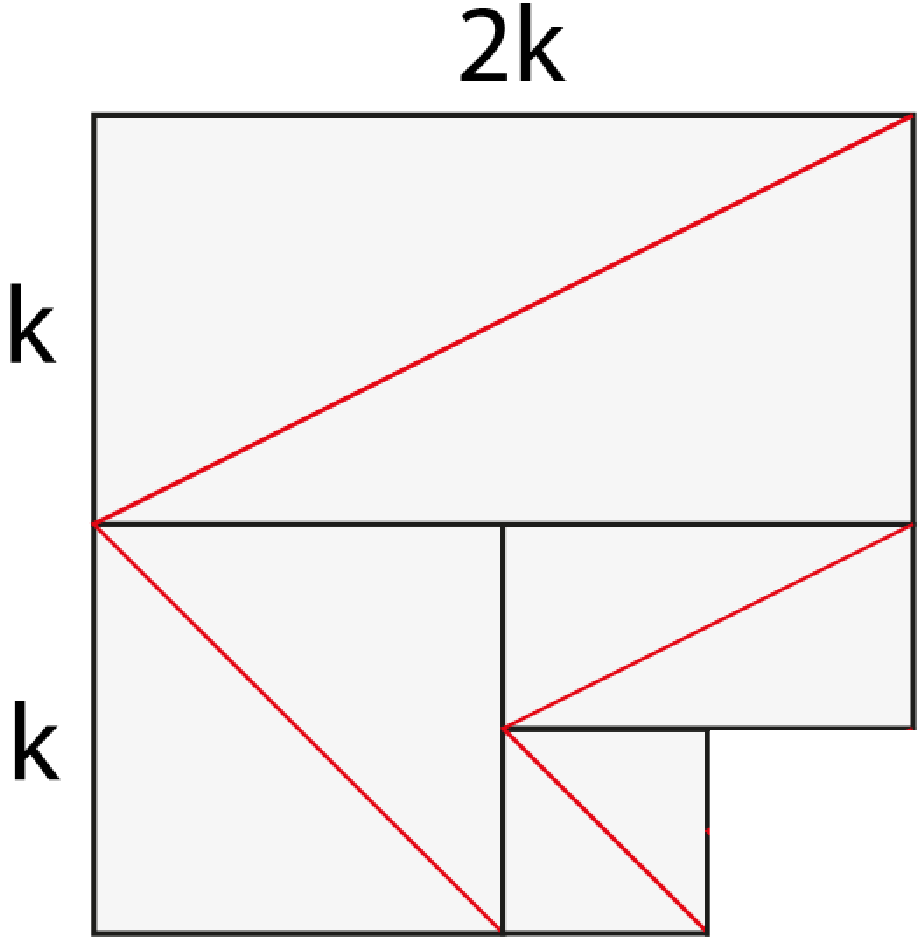
Liceo Scientifico Statale "G.B.QUADRI", Vicenza

A 1	B $4k^2$
C $+\infty$	D $(\sqrt{10})k^2$

Questo problema, apparentemente dalla difficile interpretazione, ha una risoluzione molto semplice se guardato nel modo giusto.
Infatti se disposti correttamente questi quadrati e rettangoli, ci si accorgerà che la somma tende ad una figura ben definita: un quadrato di lato 2k. Per arrivarci prima si dovrà rappresentare il quadrato e il rettangolo iniziali e poi quelli con la diagonale dimezzata (e quindi area che diventa 4 volte più piccola).



Questo problema, apparentemente dalla difficile interpretazione, ha una risoluzione molto semplice se guardato nel modo giusto.
Infatti se disposti correttamente questi quadrati e rettangoli, ci si accorgerà che la somma tende ad una figura ben definita: un quadrato di lato 2k. Per arrivarci prima si dovrà rappresentare il quadrato e il rettangolo iniziali e poi quelli con la diagonale dimezzata (e quindi area che diventa 4 volte più piccola).

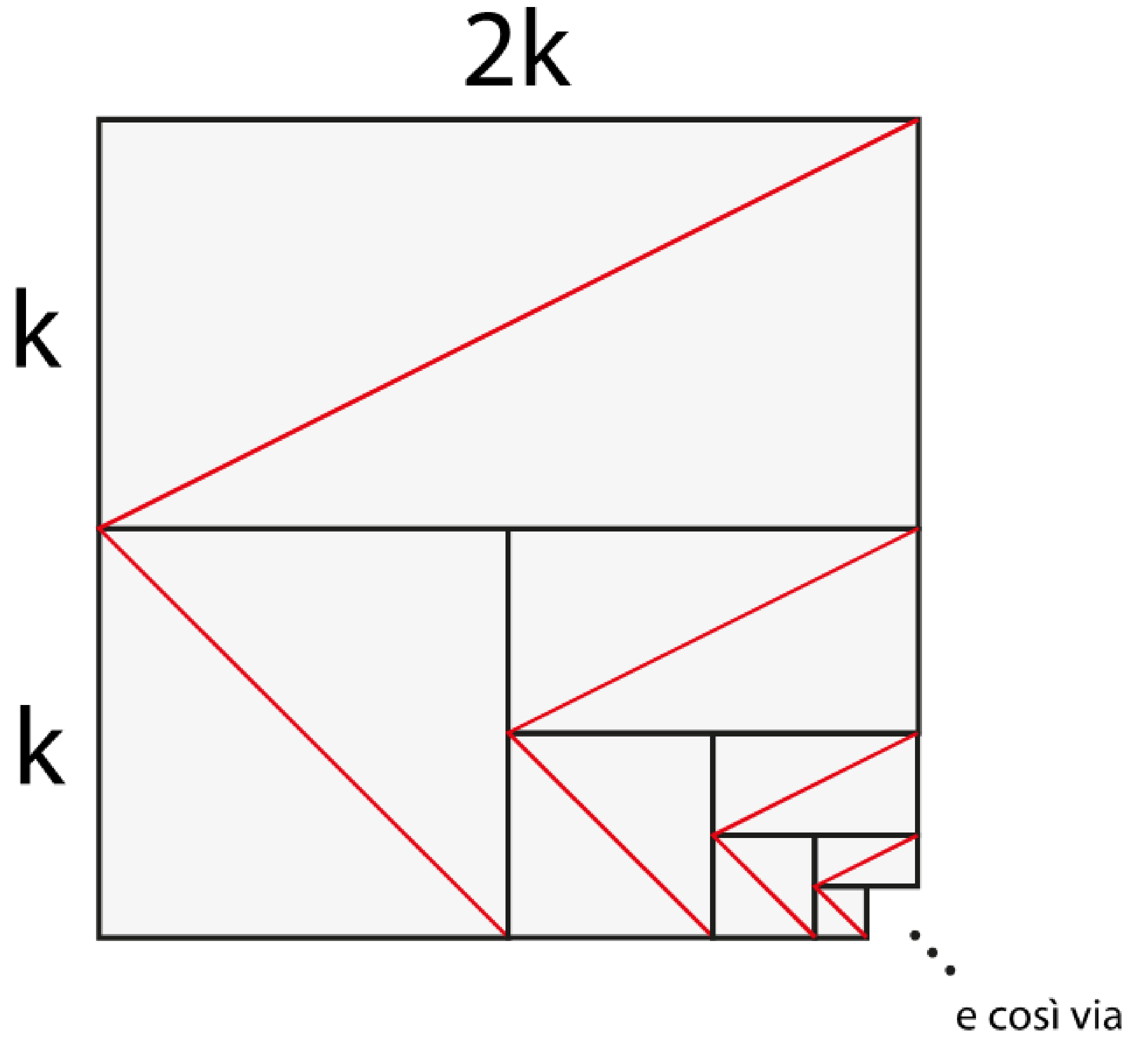


SOLUZIONE

B

$4k^2$

Questo problema, apparentemente dalla difficile interpretazione, ha una risoluzione molto semplice se guardato nel modo giusto.
Infatti se disposti correttamente questi quadrati e rettangoli, ci si accorgerà che la somma tende ad una figura ben definita: un quadrato di lato 2k. Per arrivarci prima si dovrà rappresentare il quadrato e il rettangolo iniziali e poi quelli con la diagonale dimezzata (e quindi area che diventa 4 volte più piccola). Se si ha un occhio attento ci si accorge che queste figure tendono ad un quadrato di lato 2k e quindi l'area si trova facilmente come $4k^2$.



Liceo Matematico

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

GRUPPO UMI DEI LICEI MATEMATICI

Unione Matematica Italiana

Rompicapo d’autore

7

TRE PUNTI E UNA CIRCONFERENZA

Istituto d'Istruzione Superiore “IL PONTORMO”, Empoli (FI)

A $\frac{1}{8}$

B $\frac{1}{3}$

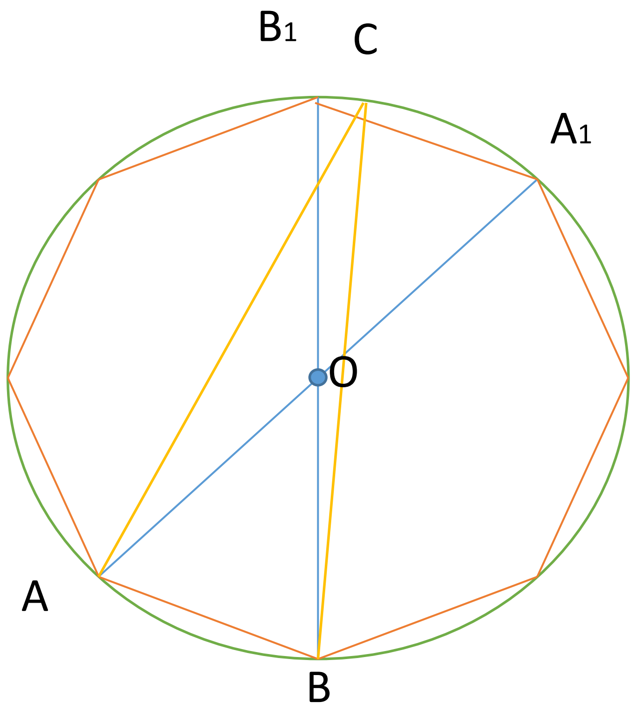
C $\frac{1}{4}$

D indeterminabile

Dato che la corda AB è il lato di un ottagono regolare, l'arco AB è 1/8 della circonferenza.

Tracciati i diametri AA_1 e BB_1, affinché il centro O appartenga a ABC, il punto C dovrà cadere nell'arco A_1B_1 .

Poiché gli archi AB e A_1B_1 sono tra loro congruenti e congruenti a 1/8 della circonferenza

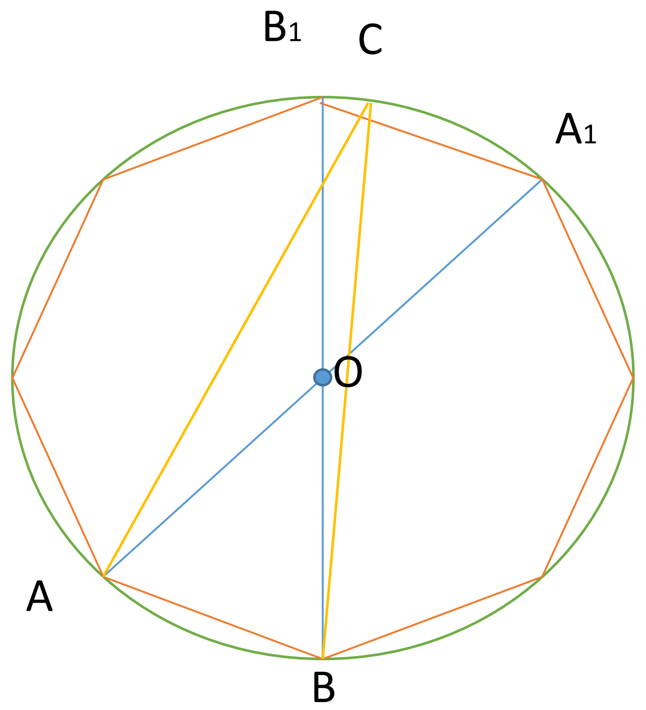


SOLUZIONE **A** $\frac{1}{8}$

Dato che la corda AB è il lato di un ottagono regolare, l’arco AB è 1/8 della circonferenza.

Tracciati i diametri AA_1 e BB_1, affinché il centro O appartenga a ABC, il punto C dovrà cadere nell’arco A_1B_1 .

Poiché gli archi AB e A_1B_1 sono tra loro congruenti e congruenti a 1/8 della circonferenza, **la probabilità richiesta è 1/8**.



III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

8

L’ANNIVERSARIO MISTERIOSO

Liceo scientifico " L. RESPIGHI", PIACENZA

A Lunedì	B LMdì
C Giovedì	D Venerdì

Innanzitutto è necessario contare il numero di giorni trascorsi dalla fondazione della città di Geometria:

SOLUZIONE

$$1 + 2 + \cdots + 199 = \frac{(199 + 1) \cdot 199}{2} = 19900$$

Successivamente si deve comprendere in quale giorno della settimana cade l’ultimo giorno dell’anno 199, cioè il 19900-esimo giorno dalla fondazione.

Dunque si divide 19900 per 8 e si considera il resto:

$$19900 = 2487 \cdot 8 + 4$$

SOLUZIONE **C** Giovedì

Considerando la classe di resto modulo 8, si può dedurre che l’ultimo giorno dell’anno 199 è LMdì. Quindi:

SOLUZIONE

il primo giorno dell’anno 200 è **giovedì**

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

9

IL PORTALE DELLA CONOSCENZA

Liceo Scientifico Statale "V. VECCHI", Trani (BT)

A 3972	B 6378
C 6873	D 9531

PREMESSA: Non è necessario seguire gli indizi in ordine, quindi nel processo risolutivo si prende in considerazione il quarto indizio.

Considerando il **IV indizio**, escludiamo le cifre 0 e 5 poiché non divisori di 54, escludiamo poi anche il 9 perché confrontando il IV indizio e il I, dovrebbe trovarsi in entrambi i casi nella posizione corretta, ma ovviamente questo non è possibile in quanto si trova in posizioni diverse; quindi si ha ora la certezza che il **6 occupa la prima posizione e che 9, 5 e 0 sono cifre non presenti nel codice**

Considerando il **III indizio**, siamo sicuri che il numero giusto nella posizione sbagliata sia il 6, di conseguenza il 2,1 e 4 non sono corretti; considerando ora i doppi delle cifre dell'inizio essi sono: 2,12,4 e 8, essendo il 12 a doppia cifra e avendo escluso precedentemente 2 e 4, **l'unica cifra accettabile è l'8** di cui però non si conosce la posizione.

Considerando il **II indizio**, grazie alle deduzioni precedenti escludiamo il 5 e il 2, il 6 abbiamo verificato essere corretto nella giusta posizione, **quindi il 3 è una cifra presente nel codice ma non occuperà la quarta posizione**

PREMESSA: Non è necessario seguire gli indizi in ordine, quindi nel processo risolutivo si prende in considerazione il quarto indizio.

Considerando il **I indizio**, grazie alle deduzioni precedenti, escludiamo 9, 5 e 4, sappiamo ora che il **7 è presente nel codice e occupa la terza posizione**

SOLUZIONE

B

6378

Considerando il **I indizio**, grazie alle deduzioni precedenti, escludiamo 9, 5 e 4, sappiamo ora che il **7 è presente nel codice e occupa la terza posizione**

Ora sappiamo che le cifre sono 6,8,3 e 7. Inoltre il 6 occupa la prima posizione, il 7 la terza posizione e il 3 non occupa la quarta posizione quindi l'unica posizione che può occupare è la seconda. Di conseguenza l'8 occupa la quarta posizione e il codice corretto è 6378

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

10

GOKU E L’ENIGMA DELLE 7 SFERE MATEMATICHE

Liceo Russell, Roma

A Carnot	B De l'Hôpital
C Eratostene	D Non è possibile determinarlo univocamente

Determiniamo inizialmente quante sfere vi sono in ogni città/paese:

- La somma dei numeri (compresi tra 1 e 7) nella città di Carnot è 18 e tale numero si può ottenere solo con la somma 5+6+7 (i tre numeri più elevati);
- di conseguenza le altre due località possiederanno 2 sfere ciascuna.

Ragioniamo adesso sulle altre due città:

- a De l'Hôpital il prodotto di due numeri (compresi tra 1 e 4, poiché 5, 6 e 7 si trovano a Carnot) è 12, che può essere ottenuto da: 2*6 o 3*4 e tra le due opzioni l’unica possibile è la seconda;
- di conseguenza gli unici numeri rimanenti sono 1 e 2, il cui rapporto (2/1) è effettivamente 2.

SOLUZIONE

C Eratostene

Ragioniamo adesso sulle altre due città:

- a De l'Hôpital il prodotto di due numeri (compresi tra 1 e 4, poiché 5, 6 e 7 si trovano a Carnot) è 12, che può essere ottenuto da: 2*6 o 3*4 e tra le due opzioni l’unica possibile è la seconda;
- di conseguenza gli unici numeri rimanenti sono 1 e 2, il cui rapporto (2/1) è effettivamente 2.

La sfera n°2 si trova nel paese di Eratostene

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

11

I NUMERI ‘’PERFETTINI’’ DI ENRICO

Liceo Scientifico Statale "E. FERMI", Cosenza

A 20	B 23
C 26	D 29

I numeri ''perfettini'' sono numeri composti da tre cifre, quindi saranno compresi fra 100 e 999. Per trovare la soluzione si procede con ordine iniziando a trovare i numeri ''perfettini'' più piccoli:

Quelli che iniziano per 1 (compresi fra 100 e 199)

Sapendo che 1 è divisore di tutte le cifre da 1 a 9 (visto che la terza cifra deve essere divisibile per la prima), possiamo contare **9 numeri "perfettini"** che iniziano per 1:

1. **111**
2. **122**
3. **133**
4. **144**
5. **155**
6. **166**
7. **177**
8. **188**
9. **199**

Quelli che iniziano per 2
(numeri compresi fra 200 e 299)

Sapendo che 2 è divisore delle cifre 2, 4, 6 e 8, possiamo contare **4 numeri "perfettini"** che iniziano per 2:

1. **212**
2. **224**
3. **236**
4. **248**

Quelli che iniziano per 3
(numeri compresi fra 300 e 399)

Sapendo che 3 è divisore delle cifre 3,6 e 9, possiamo contare **3 numeri "perfettini"** che iniziano per 3:

1. **313**
2. **326**
3. **339**

Quelli che iniziano per 4
(numeri compresi fra 400 e 499)

Sapendo che 4 è divisore delle cifre 4 e 8, possiamo contare **2 numeri "perfettini"** che iniziano per 4:

1. **414**
2. **428**

SOLUZIONE

B **23**

Quelli che iniziano per 5, 6, 7, 8 e 9
(numeri compresi fra 500 e 999)

Sapendo che 5, 6, 7, 8 e 9 sono divisori solo di loro stessi (tra le cifre fra 1 e 9), possiamo contare **5 numeri "perfettini"** che iniziano per 5, 6, 7, 8 e 9:

1. **515**
2. **616**
3. **717**
4. **818**
5. **919**

Infine, sommando quanti sono i numeri "perfettini" che abbiamo trovato, abbiamo la soluzione:

9+4+3+2+5 = 23

Liceo Matematico

III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

GRUPPO UMI DEI LICEI MATEMATICI

Unione Matematica Italiana

Rompicapo d’autore

12

CALCOLI “INFERNALI”

Liceo Scientifico "P.S. MANCINI ", Avellino

A	6π	B	9π
C	15π	D	18π

Calcoliamo AO:

se LAB = 60° allora CAO = 30° (CAL=90°)

AO = $\frac{\sqrt{3}}{2}$r = 10 $\sqrt{3}\cdot$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = 15

Applicando il teorema di Talete al triangolo AOL impostiamo la proporzione:

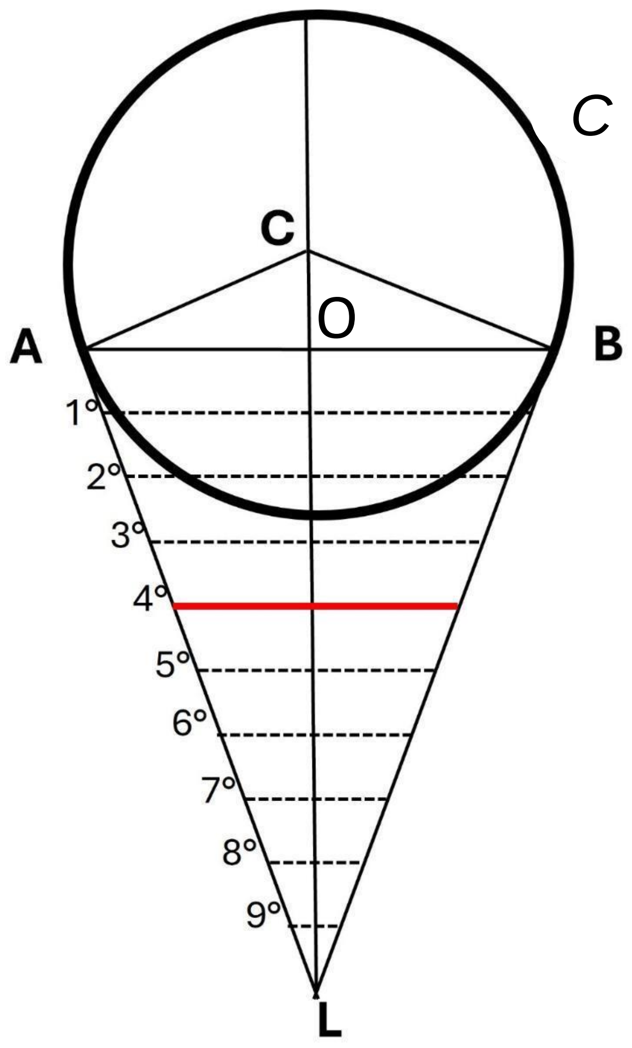
15 : 10 = x : 6 (la base del triangolo la cui altezza è divisa in 10 parti uguali è 15,

mentre la base del triangolo la cui altezza è divisa in 6 parti uguali è x)

x = $\frac{15\cdot 6}{10}$ = 9

Trovato x, ovvero il raggio della circonferenza del quarto cerchio,

calcoliamo la lunghezza della semicirconferenza $\mathcal{C}_4$ che risulta: π x = 9 π



SOLUZIONE → **B** **9π**

Calcoliamo AO:

se LAB = 60° allora CAO = 30° (CAL=90°)

$AO = \frac{\sqrt{3}}{2} r = 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15$

Applicando il teorema di Talete al triangolo AOL impostiamo la proporzione:

15 : 10 = x : 6 (la base del triangolo la cui altezza è divisa in 10 parti uguali è 15,

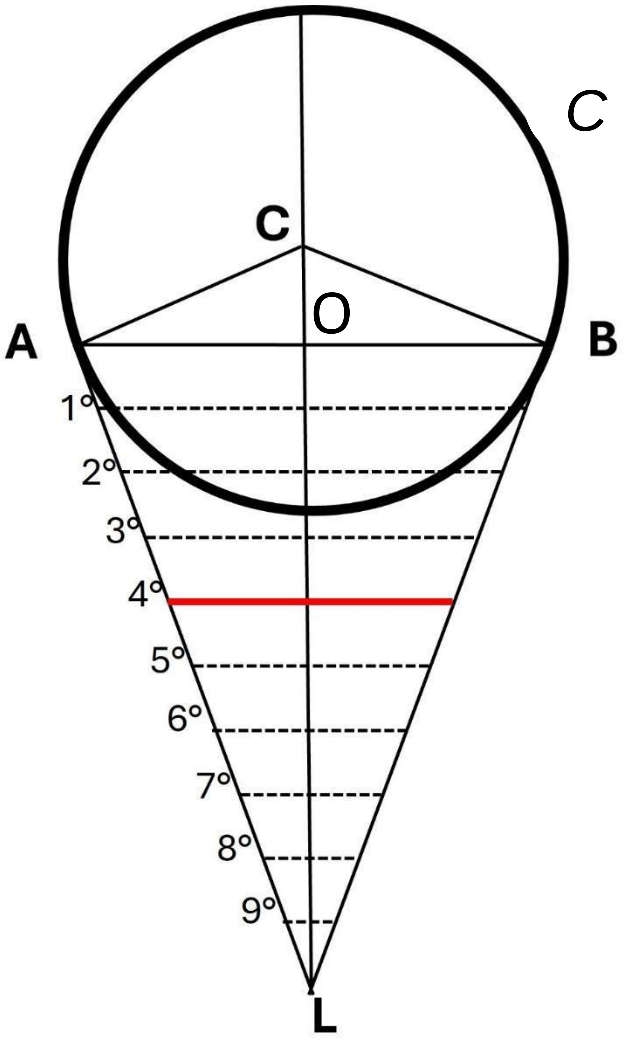
mentre la base del triangolo la cui altezza è divisa in 6 parti uguali è x)

$x = \frac{15 \cdot 6}{10} = 9$

Trovato x, ovvero il raggio della circonferenza del quarto cerchio,

calcoliamo la lunghezza della semicirconferenza $\mathcal{C}_4$ che risulta: $\pi x = 9\pi$

La risposta corretta è la B.



III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

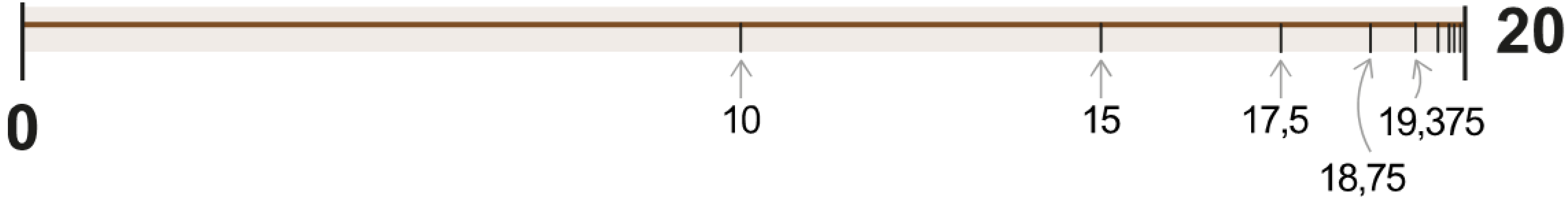
13

GLI ALBERI DEL PIANETA LM 20-24

Istituto Internazionale “E. AGNELLI”, Torino

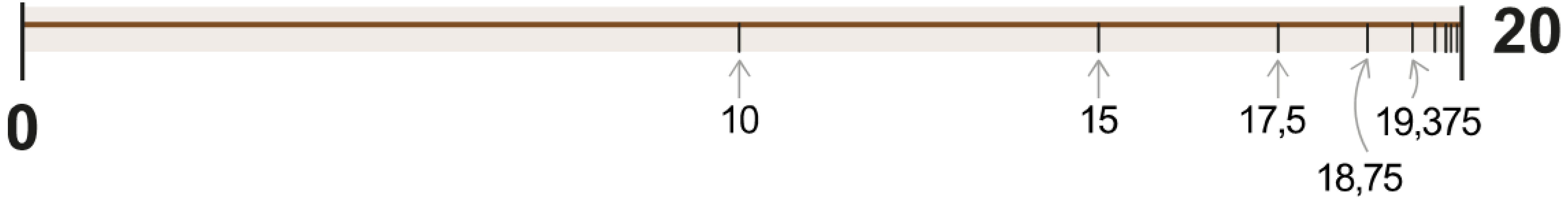
A 3	B 8
C 57	D Mai

Si è usato un segmento per rappresentare la crescita dell'albero, partendo da zero fino a 20 metri. All'anno 0, l'altezza è 0 metri. Alla fine del primo anno l'albero raggiunge i 10 metri di altezza. Negli anni successivi l'albero continua a crescere di un'altezza pari a metà dell'altezza precedente. Quindi a fine del secondo anno l'altezza sarà **15 metri (10 + 5 metri)**, alla fine del terzo anno, l'altezza sarà **17,5 metri (15 + 2,5 metri)**. E così via.



SOLUZIONE **D** **Mai**

Si è usato un segmento per rappresentare la crescita dell’albero, partendo da zero fino a 20 metri. All’anno 0, l’altezza è 0 metri. Alla fine del primo anno l’albero raggiunge i 10 metri di altezza. Negli anni successivi l’albero continua a crescere di un’altezza pari a metà dell’altezza precedente. Quindi a fine del secondo anno l’altezza sarà **15 metri (10 + 5 metri)**, alla fine del terzo anno, l’altezza sarà **17,5 metri (15 + 2,5 metri)**. E così via. Malgrado si aggiunga sempre qualcosa, l’**altezza totale dell’albero non raggiungerà mai i 20 metri,** perchè ad ogni anno si aggiunge sempre e solo la metà di quanto servirebbe per raggiungere la quota richiesta.



III edizione del “Pomeriggio dei Licei Matematici”

Rompicapo d’autore

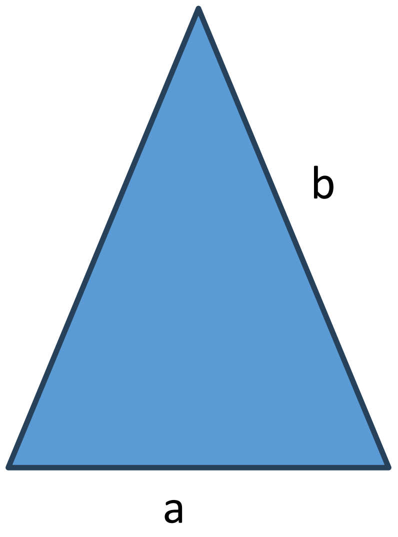
14

TRIANGOLO AUREO… CHE PASSIONE!

Liceo Art. Mus. Cor. "GROPIUS", Potenza

A	Paola	B	Pietro
C	Silvia	D	Luca

Il triangolo (acut)aureo è per definizione un triangolo isoscele acutangolo tale che:
$\frac{b}{a} = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$=1,618…
È noto, per definizione di sezione aurea, che : $\frac{b}{a} = \frac{a}{b-a} = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$=1,618…
Segue che a=(b-a)· $\Phi \simeq$20,2 cm
Applicando nuovamente la proporzione:
b=a· $\Phi \simeq$32,7 cm
Si conclude che:
2p= a+2b $\simeq$85,6 cm.



SOLUZIONE **B** **Pietro**

Il triangolo (acut)aureo è per definizione un triangolo isoscele acutangolo tale che:

$\frac{b}{a} = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$=1,618...

È noto, per definizione di sezione aurea, che : $\frac{b}{a} = \frac{a}{b-a} = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$=1,618...

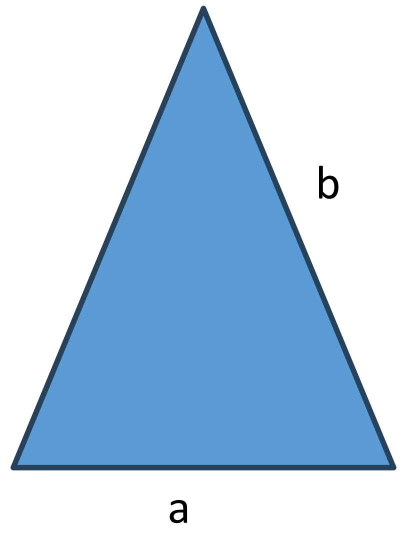
Segue che a=(b-a)$\cdot$ $\Phi \simeq$20,2 cm

Applicando nuovamente la proporzione:

b=a$\cdot$ $\Phi \simeq$32,7 cm

Si conclude che:

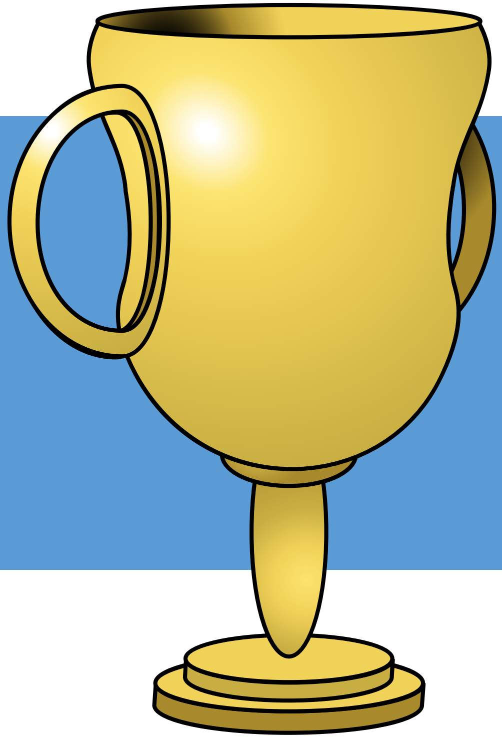
2p= a+2b $\simeq$85,6 cm.



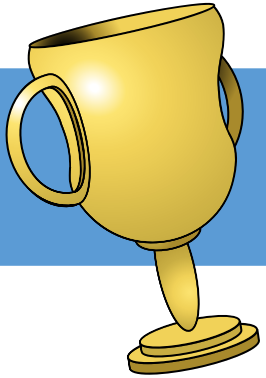
HA RAGIONE PIETRO. LA RISPOSTA CORRETTA È B

Osservazioni:

- nel testo del quesito è stato inserito «acutaureo» perché, come è noto, in letteratura le nomenclature di triangolo aureo e gnomone aureo non sono universalmente accettate, l'aggettivo pertanto evidenzia la proprietà geometrica del triangolo preso in esame;
- nei calcoli gli studenti hanno utilizzato il valore di Φ approssimato alla terza cifra decimale e la misura dei lati è stata espressa con approssimazione alla prima cifra decimale

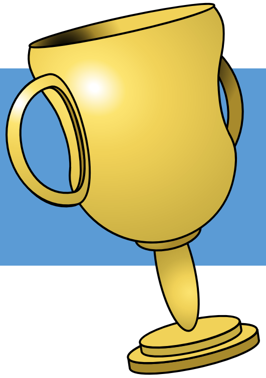


PREMIO per il
MIGLIOR ROMPICAPO



PREMIO per il MIGLIOR ROMPICAPO

Secondo posto (a parimerito)

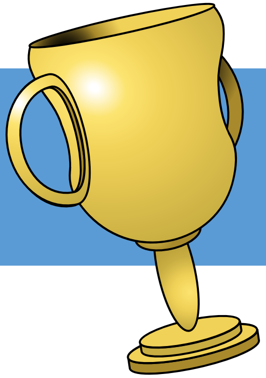


PREMIO per il MIGLIOR ROMPICAPO

Secondo posto (a parimerito)

IIS CROCE-ALERAMO, Roma

(Cavalieri e furfanti in file)



PREMIO per il MIGLIOR ROMPICAPO

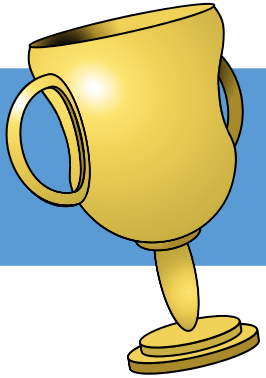
Secondo posto (a parimerito)

IIS CROCE-ALERAMO, Roma

(Cavalieri e furfanti in file)

IIS "E. FERMI", Policoro (MT)

(La D.S. deve sbloccare il cellulare)



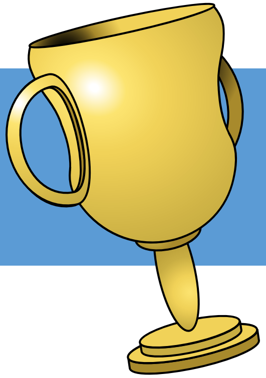
PREMIO per il MIGLIOR ROMPICAPO

Secondo posto (a parimerito)

IIS CROCE-ALERAMO, Roma
(Cavalieri e furfanti in file)

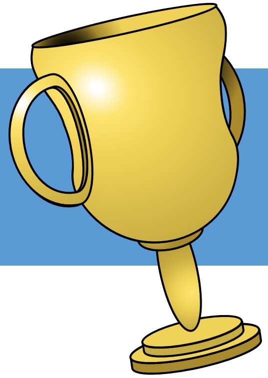
IIS "E. FERMI", Policoro (MT)
(La D.S. deve sbloccare il cellulare)

Liceo Scientifico "D. ALIGHIERI", Matera
(Stuzzica…menti)



PREMIO per il MIGLIOR ROMPICAPO

LA SCUOLA VINCITRICE È…



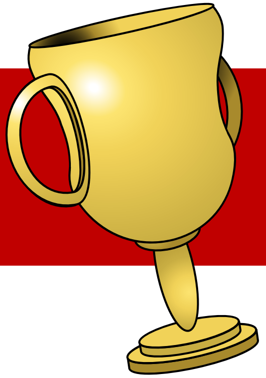
PREMIO per il MIGLIOR ROMPICAPO

LA SCUOLA VINCITRICE È…

Liceo Statale "B. RESCIGNO", Roccapiemonte (SA)

(La cena con Caesar)

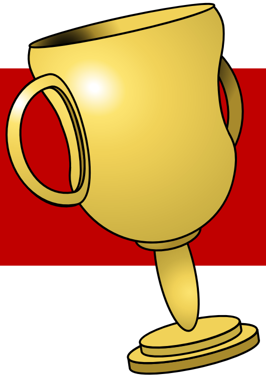
PREMIO ai RISOLUTORI



PREMIO ai RISOLUTORI

Liceo Pacinotti,
Cagliari

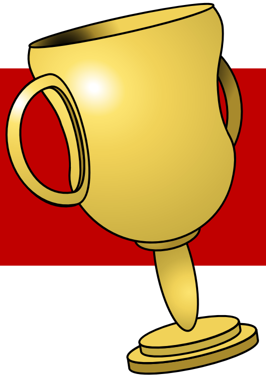
(15 risposte corrette, ora di consegna 15:29)



PREMIO ai RISOLUTORI

ISIS A. MALIGNANI,
Udine

(15 risposte corrette, ora di consegna 15:09)



PREMIO ai RISOLUTORI

Liceo Scientifico T.C. ONESTI, Fermo (AP)

(15 risposte corrette, ora di consegna 14:58)

Liceo Matematico

Arrivederci a novembre 2024

GRUPPO UMI DEI LICEI MATEMATICI

Unione Matematica Italiana