

L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE NEL LICEO MATEMATICO

*Un Framework Didattico ed Epistemologico tra la Matematica del '900
e le Nuove Linee Guida del MIM*

A cura del Gruppo di Lavoro sull'Intelligenza Artificiale
In collaborazione con l'Unione Matematica Italiana (UMI)
Sperimentazione Nazionale ed Epistemologia della Didattica
Anno Scolastico 2026/2027

Ilaria Veronesi

Davide Passaro

Francesco Bologna

Giuseppina Gerarda Barbieri

Paola Beneventi

Marina Borghi

Maurizio Casali

Antonio Caserta

Chiara Chirichella

Daniela Cialfi

Paolo De Pelo

Agnese Del Zozzo

Patrizia Di Gironimo

Cecilia Fissore

Luca Grilli

Sonia L'innocente

Paolo Musmarra

Marco Picariello

Michela Piermarini

Camilla Spagnolo

Marinella Vastano

1. Introduzione ed Evoluzione Storica della Matematica

La Matematica si rinnova costantemente: la disciplina che si pratica ed esegue oggi è profondamente diversa non solo dal modello assiomatico di Euclide, ma anche da quella praticata all'inizio del millennio, poiché nel frattempo la società e le tecnologie che la sostengono sono radicalmente mutate. Negli ultimi due secoli, a partire dall'inizio dell'Ottocento fino ad oggi, la ricerca matematica ha dischiuso nuovi, impensabili orizzonti, sia nello sviluppo di teorie puramente astratte sia nelle loro applicazioni concrete. Questa straordinaria evoluzione conferma due principi epistemologici fondamentali: in primo luogo, la Matematica è parte viva, attiva e integrante della cultura umana e della riflessione filosofica, e non un Olimpo isolato destinato a pochi eletti; in secondo luogo, essa non costituisce un sistema chiuso, statico e incartapecorito di conoscenze prefissate ma, al contrario, rappresenta un corpus di saperi in continua espansione ed evoluzione, caratterizzato da un progresso dinamico, instancabile e profondamente connesso alle trasformazioni sociali e scientifiche.

Il Novecento ha rappresentato in questo senso un secolo di eccezionali svolte e di apparenti paradossi. Da un lato, la disciplina ha raggiunto livelli di astrazione formale senza precedenti, spingendosi verso lo studio sistematico delle strutture algebriche generali e della topologia algebrica, come testimoniato dall'opera monumentale del collettivo Bourbaki. Dall'altro, ha vissuto una svolta pragmatica e modellistica che ha consacrato l'era del calcolo automatico e dei modelli matematici applicati. Se prima del XX secolo la modellizzazione era quasi ad esclusivo servizio della Fisica classica (dalla meccanica di Newton all'elettromagnetismo di Maxwell), nel corso del Novecento essa ha esteso il proprio spettro ad ambiti un tempo ritenuti refrattari alla formalizzazione quantitativa, quali la Biologia (con i modelli differenziali di Lotka-Volterra per la dinamica delle popolazioni e i modelli SIR per le epidemie), l'Economia (con la teoria dei giochi e la finanza quantitativa) e, infine, la nascita dell'Informatica stessa.

Questo cammino non è stato lineare. La crisi dei fondamenti di inizio secolo, stimolata dai lavori di Frege, Russell e Hilbert, e culminata con i teoremi di incompletezza di Kurt Gödel, ha ridefinito i limiti logici del pensiero assiomatico. Contemporaneamente, la formalizzazione del concetto di procedimento algoritmico operata da Alan Turing con la sua celebre macchina astratta universale (1936) e la successiva sintesi dell'architettura hardware di John von Neumann (1945) hanno gettato le basi fisiche e teoriche per la nascita dei calcolatori digitali, definiti a buon diritto 'potenzialmente universali'. Oggi, l'avvento dell'Intelligenza Artificiale (IA), nelle sue declinazioni di Machine Learning (ML), Deep Learning e Large Language Models (LLM), rappresenta il naturale e prorompente compimento di questo percorso storico ed epistemologico, ponendo nuove, decisive sfide sia alla ricerca scientifica che ai sistemi educativi di tutto il mondo.

2. La Sperimentazione del Liceo Matematico come Spazio di Innovazione

Nel contesto della didattica scolastica italiana, le Indicazioni Nazionali vigenti per i percorsi liceali raccomandano esplicitamente di superare una visione della Matematica intesa come mero addestramento meccanico e procedurale, invitando a valorizzarne la dimensione culturale, storica e modellistica. Tuttavia, la pratica didattica quotidiana si scontra frequentemente con ostacoli oggettivi: la

rigidità degli orari di lezione e la scarsità del tempo a disposizione spingono spesso i docenti a sacrificare gli approfondimenti epistemologici e le tematiche del Novecento, concentrandosi quasi esclusivamente sulla preparazione alle prove d'esame tradizionali.

È in questa cornice che la sperimentazione del Liceo Matematico — promossa e supportata dall'Unione Matematica Italiana (UMI) e da numerosi atenei nazionali — rivela la sua straordinaria valenza strategica. Le ore aggiuntive e le curvature curriculari concesse dall'autonomia scolastica non sono concepite per ospitare una mera ripetizione di esercizi o complementi di calcolo, bensì per schiudere nuovi, stimolanti orizzonti interdisciplinari. Il Liceo Matematico diventa così l'ambiente ideale per una progettazione didattica di tipo 'ricerca-azione', in cui gli studenti affrontano il sapere in modo attivo, laboratoriale e cooperativo. Attraverso lo studio di problemi reali e l'interazione critica con gli strumenti computazionali, si favorisce una fondamentale transizione cognitiva negli allievi: l'attenzione si sposta dal mero prodotto finale (il risultato numerico o l'applicazione cieca della formula) al processo complessivo, indagando i 'perché' e i 'come' della costruzione della conoscenza matematica.

L'introduzione dell'Intelligenza Artificiale all'interno del Liceo Matematico non si configura, dunque, come l'aggiunta di un contenuto tecnologico isolato o l'addestramento all'uso passivo di un software, ma come una profonda opportunità per ripensare la didattica stessa della matematica. Come evidenziato dai documenti programmatici del gruppo di lavoro, comprendere i fondamenti teorici dell'IA permette di demistificarne il funzionamento, superando la percezione ingenua e oracolare delle macchine per restituire agli studenti la consapevolezza che, dietro la complessità computazionale, operano principi matematici espliciti, rigorosi e storicamente determinati.

3. Il Quadro Normativo: Le Linee Guida del MIM e l'AI Act Europeo

La governance della transizione digitale nella scuola italiana trova un punto di riferimento fondamentale e vincolante nelle recenti 'Linee guida per l'introduzione dell'Intelligenza Artificiale nelle Istituzioni scolastiche' (Versione 1.0, emanate dal Ministero dell'Istruzione e del Merito in data 9 agosto 2025). Questo documento programmatico stabilisce la strategia nazionale per governare l'adozione dei sistemi di IA nelle scuole, in piena coerenza con i documenti europei e nazionali più rilevanti, quali il regolamento europeo sull'IA (AI Act - Regolamento UE 2024/1689), la Convenzione del Consiglio d'Europa su IA e diritti umani (settembre 2024) e il Disegno di Legge nazionale in materia di IA (D.D.L. 1146).

La strategia del MIM persegue l'obiettivo di promuovere un'IA rigorosamente antropocentrica, sicura, affidabile ed eticamente responsabile, che supporti lo sviluppo delle competenze senza mai sostituire la riflessione autonoma, la creatività e l'impegno degli studenti. Allineandosi alle definizioni dell'AI Act, le Linee Guida qualificano l'Istituzione scolastica come 'deployer' (ovvero l'organismo che utilizza un sistema di IA sotto la propria autorità nell'esercizio di un'attività professionale) e strutturano l'introduzione della tecnologia sulla base di una classificazione rigorosa dei sistemi basata sul rischio. Nello specifico, si evidenziano tre categorie essenziali:

- Sistemi ad alto rischio: In conformità con il considerando 56 e l'Allegato III dell'AI Act, nel settore dell'istruzione sono classificati ad alto rischio i sistemi utilizzati per determinare l'accesso o l'ammissione agli istituti, per assegnare le persone a programmi formativi, per valutare i risultati dell'apprendimento delle persone (valutazione e classificazione automatica dei compiti e delle prove) o per monitorare e rilevare comportamenti vietati durante le prove d'esame. L'adozione di questi sistemi impone alle scuole severi obblighi di sorveglianza umana, la presenza di personale adeguatamente formato e l'esecuzione preventiva di una valutazione dell'impatto sui diritti fondamentali (FRIA - Fundamental Rights Impact Assessment), che deve integrare e arricchire la consueta valutazione d'impatto sulla protezione dei dati (DPIA) prevista dall'Articolo 35 del GDPR.
- Sistemi a rischio limitato: Sistemi che interagiscono direttamente con persone fisiche (come i comuni chatbot generalisti, ad esempio ChatGPT, Gemini, Claude). L'AI Act e le linee guida ministeriali impongono precisi obblighi di trasparenza, richiedendo che l'utente sia chiaramente informato di stare interagendo con un sistema automatizzato e non con un essere umano.
- Sistemi a rischio minimo o nullo: Strumenti che non hanno alcun impatto diretto sui diritti o sulla sicurezza, per i quali è promosso l'uso libero da vincoli burocratici al fine di favorire la sperimentazione e l'innovazione didattica, incoraggiando comunque l'adozione di codici di condotta volontari.

È della massima importanza rammentare che l'implementazione dei sistemi di IA nelle scuole deve escludere tassativamente le pratiche vietate dall'Articolo 5 dell'AI Act. In particolare, nel contesto educativo è espressamente vietato l'uso di sistemi di intelligenza artificiale in grado di individuare le emozioni o effettuare la 'sentiment analysis' delle persone fisiche, tranne per eccezionali motivi medici o di sicurezza documentata. Inoltre, la tutela dei minori — considerati dal GDPR come soggetti intrinsecamente vulnerabili — richiede che i trattamenti di dati siano improntati ai principi di minimizzazione, privacy by design e privacy by default. Le Linee Guida del MIM suggeriscono l'adozione di misure tecniche come l'utilizzo preferenziale di dati sintetici o aggregati, la disattivazione della cronologia delle conversazioni e del tracciamento per evitare la profilazione degli studenti, e l'integrazione di sistemi di 'age gate' per escludere l'accesso infratredicenni senza consenso esplicito dei genitori.

Per supportare questa transizione, il MIM propone un modello strutturato su quattro pilastri (Principi di riferimento, Requisiti di base, Framework di implementazione, Comunicazione e governance) e un percorso metodologico di adozione suddiviso in cinque fasi successive: Definizione, Pianificazione, Adozione, Monitoraggio, Conclusione. Questo processo deve avvenire sotto la supervisione strategica del Dirigente Scolastico, assistito dal Data Protection Officer (DPO) dell'istituto, e deve garantire un approccio partecipativo e condiviso che coinvolga attivamente gli organi collegiali, i docenti, gli studenti e le famiglie, in linea con il processo di coinvolgimento degli stakeholder (SEP) previsto dalla metodologia internazionale HUDERIA approvata dal Consiglio d'Europa nel novembre 2024.

4. I Due Filoni di Approfondimento del Gruppo di Lavoro

Il Gruppo di Lavoro sull'Intelligenza Artificiale, operante all'interno del Gruppo UMI dei Licei Matematici, ha condotto una riflessione assidua in questi mesi, incontrandosi sia in presenza che in modalità

asincrona. Dal confronto attivo tra docenti delle scuole secondarie di secondo grado e ricercatori universitari sono emersi due filoni di approfondimento fondamentali, strettamente intrecciati tra loro, che delineano le linee programmatiche per l'innovazione didattica:

4.1 Filone 1: La Matematica dell'Intelligenza Artificiale

Questo filone si concentra dichiaratamente sull'esplicitazione della matematica 'nascosta' nei sistemi di intelligenza artificiale. L'obiettivo primario è fornire agli studenti gli elementi concettuali necessari per comprendere il funzionamento degli algoritmi di apprendimento, dotandoli di una sorta di 'patente d'uso' dell'IA che consenta loro di utilizzare questi strumenti in modo critico, consapevole e non puramente ricettivo. Solo gli insegnanti di discipline scientifiche, e in particolare di Matematica, possiedono le competenze e gli strumenti teorici per introdurre i concetti fondanti che governano lo sviluppo di una rete neurale o di un algoritmo di Machine Learning. Questa proposta è stata formalizzata da Marina Borghi in una proposta di 'Framework Didattico Quinquennale per il Liceo Matematico', in cui il Machine Learning non è trattato come una materia informatica a sé stante, ma come un oggetto di modellizzazione matematica che valorizza e unifica i concetti già presenti nel curriculum.

L'inquadramento matematico del Machine Learning viene ricondotto ad alcuni pilastri disciplinari fondamentali: la logica proposizionale e la statistica descrittiva per la rappresentazione e l'analisi esplorativa dei dati (comprensione della sensibilità della media agli outliers, uso della mediana e del range, introduzione di nuove 'features' come indicatori di disuguaglianza); l'algebra lineare e il calcolo matriciale per la rappresentazione dei dati multidimensionali e dello spazio degli embedding (vettori, distanze euclidee come misure di similarità semantica, matrici per le trasformazioni lineari); la probabilità e la statistica inferenziale per la modellizzazione dell'incertezza e dell'apprendimento (teorema di Bayes, probabilità condizionata, regressione lineare, albero di decisione, inferenza bayesiana); e, infine, il calcolo infinitesimale per i processi di ottimizzazione e addestramento (il ruolo della non-linearità introdotto dalle funzioni di attivazione come la sigmoide e la ReLU, l'algoritmo di retropropagazione dell'errore come applicazione della derivata di funzioni composte, e la discesa del gradiente per la minimizzazione delle funzioni di costo).

4.2 Filone 2: Large Language Models e Didattica

Il secondo filone analizza come l'avvento dei sistemi generativi di intelligenza artificiale (LLM) stia modificando profondamente le pratiche di insegnamento e apprendimento, obbligando a un ripensamento del ruolo dei docenti e dei processi di valutazione degli studenti. In questo ambito, la ricerca in didattica della matematica sta sviluppando soluzioni teoricamente fondate per trasformare l'interazione con l'IA in un'occasione di crescita cognitiva e metacognitiva.

5. Il Framework Didattico Quinquennale per il Liceo Matematico

Il gruppo di Lavoro ha provato ad elaborare una proposta di F.D.Q., strutturata sui due filoni complementari che connettono il rigore algebrico-statistico all'interazione critica e consapevole con i Large Language Models.

1. Principi Fondativi e Visione Epistemologica

Il presente framework didattico definisce una progressione curricolare verticale e integrata destinata alla sperimentazione dei Licei Matematici, promossa dal Gruppo di Lavoro sull'Intelligenza Artificiale dell'Unione Matematica Italiana (UMI). L'assunto fondamentale della proposta risiede nel rifiuto di considerare l'Intelligenza Artificiale (IA) e il Machine Learning (ML) come materie meramente tecnologiche o informatiche da affiancare in modo estrinseco al programma scolastico. Al contrario, l'IA viene interpretata come un potente oggetto di modellizzazione matematica e un catalizzatore per lo sviluppo del pensiero critico, della razionalità e della consapevolezza civica degli studenti.

In linea con le recenti riforme educative e con le Linee guida del MIM sull'IA firmate il 9 agosto 2025, il percorso persegue l'obiettivo di fornire agli studenti una solida 'patente all'uso dell'Intelligenza Artificiale', intesa come comprensione dei suoi meccanismi interni e dei suoi limiti epistemologici. Come dimostrato storicamente dall'evoluzione della Matematica del Novecento, l'astrazione concettuale (dagli spazi vettoriali alle strutture algebriche) non è disgiunta dalle applicazioni concrete: i moderni Large Language Models e gli algoritmi di apprendimento automatico non sono altro che la sintesi applicativa di concetti algebrici, probabilistici e di ottimizzazione ben definiti. L'educazione all'IA si configura, in questa prospettiva, come l'evoluzione naturale del curriculum di matematica classica verso le esigenze della società della conoscenza.

L'architettura del framework si articola su due filoni strettamente intrecciati:

- Filone 1 — La Matematica dell'Intelligenza Artificiale: Focalizzato sull'esplicitazione della matematica 'nascosta' nei sistemi di IA. Questo canale affronta i pilastri teorici del machine learning: statistica descrittiva, algebra lineare, spazi vettoriali multidimensionali, probabilità condizionata (teorema di Bayes), funzioni di attivazione e ottimizzazione (discesa del gradiente, retropropagazione). La programmazione in Python viene qui utilizzata come ambiente di modellizzazione e non come addestramento tecnico contingente.
- Filone 2 — Large Language Models e Didattica: Focalizzato sull'interazione persona-macchina e sulla riflessione metacognitiva. Attraverso l'uso regolamentato di dialoghi socratici, prompt engineering strutturati, validazione logica degli output e dibattiti accademici disciplinari (clash points), gli studenti acquisiscono la capacità di confutare errori, riconoscere allucinazioni algoritmiche ed evitare l'atteggiamento passivo o 'oracolare' nei confronti dell'IA.

Nei paragrafi seguenti viene esplicitata una proposta di progressione quinquennale del percorso. Per ciascun anno sono individuati alcuni contenuti disciplinari, competenze operative

e le attività laboratoriali chiave per entrambi i filoni, garantendo una crescita armoniosa e cumulativa delle abilità logico-matematiche degli allievi.

2. Progressione Curricolare Quinquennale

Classe Prima — Logica, Statistica e Primi Passi di Co-Intelligenza

Il primo anno introduce gli studenti alla distinzione fondamentale tra dati, informazioni e modelli, connettendo la logica proposizionale e la statistica descrittiva elementare all'analisi critica dell'origine dei dati. L'obiettivo è sensibilizzare precocemente gli studenti sui bias (pregiudizi) e sul funzionamento degli algoritmi, sperimentando forme di collaborazione uomo-macchina che valorizzino il rigore logico.

Filone 1: La Matematica dell'Intelligenza Artificiale

Competenze Operative: Rappresentare distribuzioni di dati reali; calcolare e interpretare indici di posizione centrale (media, mediana) e di variabilità (range, semidifferenza interquartilica); identificare e isolare valori anomali (outliers); comprendere l'impatto dei dati distorti sull'addestramento dei modelli matematici.

Contenuti Disciplinari: Teoria degli insiemi e logica proposizionale (tabelle di verità, connettivi logici); statistica descrittiva monovariata: frequenze assolute, relative e percentuali; media aritmetica, mediana e proprietà di robustezza agli outliers; range di variazione; introduzione alla sintassi base di Python (variabili, liste, cicli for, costrutti condizionali if/else) tramite Standard Library.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'La Distribuzione delle Ricchezze': Gli studenti analizzano una stanza con 9 persone comuni (con patrimoni tra i 20.000 e i 50.000 €) in cui entra improvvisamente Elon Musk (patrimonio di 800 miliardi di €). Attraverso la scrittura di un semplice script in Python, calcolano come il patrimonio medio salga vertiginosamente a cifre ultra-milionarie, mentre la mediana rimanga stabile a circa 35.000 €. Gli studenti comprendono empiricamente che la media è un indice fragile, fortemente influenzato dagli outliers, mentre la mediana descrive accuratamente il soggetto 'tipico'. Questa scoperta viene traslata al machine learning: se addestriamo un'IA per consigliare quali negozi aprire in un quartiere basandoci sulla media dei redditi, l'IA proporrà di aprire concessionarie di yacht di lusso; basandosi sulla mediana, consiglierà correttamente un supermercato. Si introduce così il concetto di Feature Engineering e l'importanza del pre-processing dei dati per evitare modelli di IA sistematicamente affetti da bias.

Filone 2: Large Language Models e Didattica

Competenze Operative: Utilizzare un modello linguistico come interlocutore dialogico e non come oracolo; verificare la coerenza logica e la veridicità delle asserzioni dell'IA; comprendere la struttura formale di una dimostrazione per assurdo.

Contenuti Disciplinari: Principi di co-intelligenza; regole per la formulazione di prompt strutturati; struttura formale della dimostrazione per assurdo (assunzione della negazione della tesi, deduzione di affermazioni incompatibili, individuazione della contraddizione logica, confutazione dell'ipotesi iniziale).

Esempio di Attività Laboratoriale — 'Capire una Dimostrazione per Assurdo: Il caso di $\sqrt{2}$ ': Prima di affrontare la dimostrazione di irrazionalità, il docente coordina una discussione orchestrata (Inquiry-Based Learning) sul problema: 'Esiste il numero naturale più grande?'. Sfruttando la struttura del Think-Pair-Share, gli studenti formalizzano collettivamente i passi della dimostrazione per assurdo (supponiamo esista N , allora $N+1$ è un naturale più grande di N , contraddizione). Successivamente, gli studenti sfidano un chatbot appositamente configurato con un system prompt che 'crede' che ogni numero possa essere scritto come frazione (a/b) ridotta ai minimi termini. Attraverso tentativi numerici successivi, gli studenti scoprono che l'IA li trascina in un ciclo infinito di approssimazioni. Gli studenti invertono i ruoli e attuano un 'Prompt-Engineering Logico': impongono alla macchina di fare passaggi algebrici astratti guidati da loro (elevamento al quadrato, derivazione della parità di a , sostituzione, derivazione della parità di b) dimostrando che sia a sia b dovrebbero essere contemporaneamente pari, violando l'ipotesi di frazione ridotta. La macchina si blocca davanti alla contraddizione logica da loro orchestrata, regalando agli studenti il gusto di aver 'programmato' la verità.

Classe Seconda — Algebra Lineare, Isometrie e Modellizzazione Storica

Nel secondo anno, il curriculum si apre alle strutture multidimensionali elementari. Il concetto di coordinate cartesiane e vettori nel piano viene utilizzato per inquadrare geometricamente la similarità dei dati e introdurre i primi algoritmi di classificazione. Sul fronte dei modelli linguistici, si sperimenta l'IA come mediatore storico per riscoprire le radici geometriche dell'algebra classica.

Filone 1: La Matematica dell'Intelligenza Artificiale

Competenze Operative: Rappresentare dati in forma vettoriale in spazi multidimensionali; calcolare distanze euclidee tra vettori; implementare e comprendere algoritmi di classificazione geometrica; analizzare la separabilità lineare dei dati sul piano cartesiano.

Contenuti Disciplinari: Geometria analitica del piano (punti, rette, equazioni parametriche e implicite); calcolo vettoriale elementare (somma, prodotto per uno scalare, prodotto scalare); distanza euclidea in più dimensioni; algebra matriciale di base; algebra di Boole e porte logiche (AND, OR, XOR); algoritmo k-Nearest Neighbors (k-NN) per la classificazione dei dati. Sviluppo in Python con le librerie NumPy e Matplotlib.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'La classificazione geometrica k-NN e la barriera dello XOR': Gli studenti lavorano sul dataset Iris o su un altro dataset bidimensionale semplificato.

Imparano a mappare i dati reali come punti sul piano cartesiano, scoprendo che la vicinanza geometrica riflette una similarità semantica o strutturale. Implementano in Python l'algoritmo k-Nearest Neighbors (k-NN), classificando nuovi campioni in base alla classe prevalente dei punti più vicini (neighbors). Successivamente, gli studenti rappresentano sul piano cartesiano le quattro combinazioni degli input delle porte logiche AND e XOR. Verificano visivamente che, mentre per l'AND è possibile tracciare una retta che separa i risultati positivi (1) da quelli negativi (0), per lo XOR non esiste alcuna retta in grado di effettuare tale separazione. Gli studenti comprendono così, fin dal secondo anno, perché il Percettrone semplice di Minsky e Papert (1969) fallisse sui problemi non linearmente separabili e perché l'Intelligenza Artificiale moderna richieda l'introduzione di strati nascosti (hidden layers) e reti neurali multistrato.

Filone 2: Large Language Models e Didattica

Competenze Operative: Configurare e istruire un LLM tramite system prompt avanzati; analizzare criticamente testi storici matematici; tradurre problemi geometrici in espressioni algebriche moderne e viceversa.

Contenuti Disciplinari: Sintassi del system prompt (assegnazione di ruolo, contesto, vincoli operativi, tono comunicativo, obiettivi pedagogici); storia dell'algebra classica (il califfato abbaside a Baghdad nell'820 d.C., l'opera 'Al-Kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wal-muqabala'); metodo geometrico del completamento del quadrato per la risoluzione delle equazioni di secondo grado.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'Gioco di Ruolo con il Maestro Al-Khwarizmi': Gli studenti affrontano il problema storico di ridisegnare i confini di un terreno agricolo di 39 cubiti quadrati, formato da un campo perfettamente quadrato di lato x e da un canale rettangolare adiacente lungo 10 cubiti. Gli studenti non conoscono la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado. Scrivono un system prompt per istruire ChatGPT/Gemini a interpretare il ruolo del matematico persiano Al-Khwarizmi del IX secolo, vietandogli rigorosamente l'uso del formalismo algebrico moderno e dei segni meno. Sotto la guida saggia e socratica del 'Maestro' virtuale, gli allievi scoprono il metodo geometrico del completamento del quadrato: immaginano x^2 come un quadrato di lato x , e $10x$ come due rettangoli di lati 5 e x da appoggiare ai lati del quadrato. Capiscono visivamente che aggiungendo un piccolo quadrato di lato 5 (area 25) si completa un 'super-quadrato' di area totale 64 ($39 + 25$), il cui lato deve essere 8, da cui deducono la soluzione positiva $x = 3$. L'attività si conclude con una riflessione storica sull'esclusione dello zero e delle soluzioni negative nel IX secolo, confrontando il metodo antico con l'efficacia (ma freddezza) della formula risolutiva moderna.

Classe Terza — Probabilità, Incertezza e Conversazione con i Concetti

Il terzo anno affronta il pilastro dell'incertezza e della probabilità, intesi come strumenti essenziali per modellizzare i sistemi decisionali complessi. Gli studenti affrontano dal punto di

vista matematico e computazionale gli algoritmi probabilistici di classificazione e scoprono l'uso dei modelli linguistici come strumenti di esplorazione concettuale interattiva.

Filone 1: La Matematica dell'Intelligenza Artificiale

Competenze Operative: Calcolare probabilità condizionate in contesti reali; applicare il teorema di Bayes per aggiornare la probabilità alla luce di nuove evidenze; implementare classificatori bayesiani semplici; valutare l'accuratezza di un modello predittivo.

Contenuti Disciplinari: Definizione assiomatica di probabilità (Kolmogorov, 1933); probabilità condizionata e composta; teorema di Bayes e inferenza bayesiana; classificatore Naive Bayes (assunzione di indipendenza condizionale delle variabili e sue applicazioni pratiche); gestione dei dati strutturati in Python tramite le librerie Pandas e Scikit-learn.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'Naive Bayes e l'inferenza diagnostica': Gli studenti analizzano come l'Intelligenza Artificiale prenda decisioni in condizioni di incertezza (es. identificazione di messaggi di spam, diagnosi cliniche). Sviluppano in Python un classificatore Naive Bayes per categorizzare testi o dati medici semplificati, calcolando la probabilità a priori delle classi e le probabilità condizionate dei diversi attributi (es. la presenza di specifiche parole chiave nel testo o di specifici sintomi clinici). Discutono il significato dell'assunzione 'ingenua' (naive) di indipendenza reciproca dei caratteri, comprendendo che, nonostante l'estrema semplificazione matematica, l'algoritmo si rivela incredibilmente efficace e robusto nella classificazione in tempo reale di grandi dataset.

Filone 2: Large Language Models e Didattica

Competenze Operative: Strutturare sessioni di studio interattivo basate su scambi dialettici con l'IA; validare e correggere spiegazioni concettuali; progettare ed eseguire test di autovalutazione mediati da chatbot; analizzare i limiti argomentativi dell'IA generativa.

Contenuti Disciplinari: Strutturazione del dialogo socratico persona-macchina; metodi di riformulazione testuale e parafrasi scientifica; tecniche di validazione incrociata delle risposte (cross-validation linguistica); analisi di bias, allucinazioni e semplificazioni eccessive negli output dei modelli generativi.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'Oggi parliamo con il radiante': Gli studenti sperimentano l'uso attivo e critico dell'IA per la comprensione profonda di un concetto matematico astratto (es. il radiante). L'attività si articola in tre momenti sequenziali. In primo luogo, interrogano un LLM generalista chiedendo 'Che cos'è il radiante?'. Raccolgono la risposta e scoprono che l'IA tende a fornire definizioni slegate o puramente procedurali (il rapporto arco/raggio), sorvolando sul perché tale rapporto sia indipendente dal raggio scelto e consenta di esprimere l'ampiezza di un angolo in modo puro. In secondo luogo, gli studenti riformulano il concetto con parole proprie e chiedono all'IA di validare la loro spiegazione, evidenziando imprecisioni logiche o

lacune argomentative. Infine, gli allievi istruiscono il chatbot a generare un test personalizzato di 5 domande per verificare la loro comprensione, valutando criticamente l'adeguatezza del feedback fornito dalla macchina. L'attività mostra che l'IA è efficace solo se interrogata da un utente preparato, capace di guidare la conversazione verso la comprensione semantica autentica.

Classe Quarta — Modellistica, Alberi Decisionali e Creatività Interdisciplinare

Il quarto anno si concentra sulla modellistica avanzata e sull'interpolazione dei dati. Gli studenti scoprono algoritmi di decisione non parametrici e riflettono sui concetti di entropia e informazione, connettendo la matematica all'etica e alla fisica. Inoltre, sperimentano l'IA generativa in contesti interdisciplinari ad alta creatività tecnologica.

Filone 1: La Matematica dell'Intelligenza Artificiale

Competenze Operative: Modellizzare relazioni bi-variate tramite regressione lineare semplice; calcolare e interpretare il coefficiente di correlazione di Pearson; distinguere formalmente tra correlazione e causalità; implementare e strutturare alberi decisionali basati sul calcolo dell'entropia e del guadagno di informazione; comprendere i principi logici della logica fuzzy.

Contenuti Disciplinari: Analisi di distribuzioni doppie e tabelle a doppia entrata; regressione lineare semplice e metodo dei minimi quadrati; coefficiente di correlazione e sue limitazioni; algoritmi di alberi decisionali (ID3, C4.5); concetto di entropia di Shannon come misura di impurità dei dati; logica fuzzy (gradi di appartenenza, variabili linguistiche, regole inferenziali). Sviluppo in Python con Pandas, Seaborn e Scikit-learn.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'Alberi Decisionali, Entropia e Logica Fuzzy': Gli studenti affrontano problemi di classificazione complessi costruendo alberi decisionali. Imparano a calcolare l'entropia per misurare la purezza delle classi e il guadagno di informazione per selezionare lo 'split' ottimale dei dati ad ogni nodo. Discutono il problema dell'overfitting negli alberi decisionali profondi. Parallelamente, partecipano a un laboratorio sulla logica fuzzy di Lotfi Zadeh (1965), analizzando concetti quotidiani privi di confini netti (es. 'alto rischio', 'temperatura moderata'). Gli studenti definiscono variabili linguistiche e regole inferenziali, scoprendo che la logica fuzzy supera la rigidità dicotomica del vero/falso della logica classica, consentendo alle macchine di prendere decisioni in presenza di ambiguità o informazioni incomplete, con evidenti ricadute nell'analisi etica ed economica dei modelli decisionali.

Filone 2: Large Language Models e Didattica

Competenze Operative: Integrare la lingua inglese e la terminologia scientifica in progetti multimediali (approccio CLIL); collaborare in contesti tecnologici ibridi; tradurre concetti matematici astratti in metafore visive e acustiche; valutare criticamente la qualità dei prodotti generati tramite IA.

Contenuti Disciplinari: Metodologia CLIL (Content and Language Integrated Learning); tecniche di composizione multimediale aumentata dall'IA; isometrie del Tangram, criteri di similitudine, densità dei numeri reali; prompt design per la generazione di immagini, suoni e video.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'Thinking Outside the Formula': Il laboratorio si propone come un percorso cooperativo di apprendimento attivo (Matematica, Musica, Inglese e Storia della Matematica) in cui gli studenti, divisi in piccoli gruppi, utilizzano un ecosistema di strumenti di IA generativa (Gemini, Suno, Canva AI, Popvid) per trasformare i concetti teorici della disciplina in canzoni rap o eurodance e video musicali. Durante l'attività, la classe affronta e rielabora su un piano creativo ed espressivo precisi nodi concettuali: i criteri di similitudine geometrica introdotti a partire dalla loro radice storica con la leggenda del Teorema di Talete, le isometrie e l'invarianza dell'area analizzate attraverso la scomposizione geometrica del Tangram, e il salto nel continuo rappresentato dalla densità dei numeri reali e dalle regole di calcolo con i radicali. Queste tematiche vengono destrutturate e ricomposte attraverso metafore visive e acustiche, integrando l'approccio CLIL con sezioni esplicative in lingua inglese per unire rigore scientifico e competenza linguistica globale. Sperimentando direttamente sul campo, gli allievi scoprono che le tecnologie di IA generativa non sono una comoda scorciatoia, ma un sofisticato amplificatore del proprio ingegno. I ragazzi comprendono che la macchina restituisce risultati di eccellenza solo se guidata da un prompt design formulato con assoluto rigore terminologico e scientifico, dimostrando concretamente che la qualità dell'output digitale è lo specchio fedele della preparazione teorica umana.

Classe Quinta — Ottimizzazione, Reti Neurali e Dibattito Metacognitivo

L'anno finale rappresenta il coronamento del percorso, in cui gli strumenti del calcolo infinitesimale vengono applicati direttamente per comprendere il meccanismo di apprendimento profondo (Deep Learning) delle reti neurali. Sul piano didattico-argomentativo, si attua una metodologia dialettica formale per esaminare e validare in modo collaborativo soluzioni matematiche complesse.

Filone 1: La Matematica dell'Intelligenza Artificiale

Competenze Operative: Ottimizzare funzioni di costo multidimensionali; calcolare gradienti di errore; implementare algoritmi di discesa del gradiente in una dimensione; comprendere il ruolo della regola della catena (chain rule) nella retropropagazione dell'errore; analizzare criticamente il funzionamento di una rete neurale multistrato.

Contenuti Disciplinari: Analisi infinitesimale (limiti, derivate, derivata di funzioni composte); ottimizzazione matematica; algoritmo di discesa del gradiente (gradient descent) e tasso di apprendimento (learning rate); algoritmo di retropropagazione dell'errore (backpropagation);

modellizzazione dinamica (sistemi differenziali Lotka-Volterra e modelli epidemiologici SIR). Sviluppo in Python con Scikit-learn, PyTorch e Matplotlib.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'La discesa del gradiente e la backpropagation': Gli studenti applicano le conoscenze sulle derivate per comprendere l'apprendimento delle reti neurali. Sviluppano uno script in Python per simulare l'algoritmo di discesa del gradiente applicato a una funzione di costo monodimensionale (es. $y = x^2 + 5x + 6$), visualizzando graficamente la convergenza dei punti verso il minimo assoluto al variare del tasso di apprendimento (learning rate) e delle epoche di addestramento. Successivamente, analizzano la struttura logica del Perceptrone con pesi, bias e funzione di attivazione sigmoidea. Attraverso la derivazione di funzioni composte (regola della catena), comprendono come l'errore calcolato allo strato di output venga propagato all'indietro (backward propagation) attraverso la rete, determinando di quanto correggere i singoli pesi sinaptici. Questa comprensione demistifica la 'magia' percepita dietro all'IA, riconducendo il Deep Learning a un preciso e rigoroso processo di ottimizzazione matematica.

Filone 2: Large Language Models e Didattica

Competenze Operative: Eseguire analisi e validazioni rigorose di passaggi matematici complessi generati da modelli linguistici; redigere mozioni di dibattito disciplinare basate su controversie irrisolte; argomentare e sostenere posizioni dialettiche secondo un protocollo formale stabilito; esercitare la sorveglianza umana (human-in-the-loop) sui sistemi ad alto rischio.

Contenuti Disciplinari: Metodologia del Dibattito Regolamentato (Salerno Model); tassonomia delle mozioni metamatematiche ('worst error', 'comparative analysis', 'best explanation'); principi di argomentazione razionale (logos) rispetto a retorica (pathos, ethos); requisiti di trasparenza e spiegabilità logica ai sensi dell'AI Act europeo.

Esempio di Attività Laboratoriale — 'Il Modello del Dibattito Regolamentato applicato alla validazione dell'IA': Il docente propone a un chatbot un problema matematico ad alta complessità (es. una dimostrazione sulle equazioni alle derivate parziali PDEs, o la risoluzione di un sistema non lineare) e ne distribuisce l'output agli studenti. A casa, gli allievi esaminano criticamente la soluzione sulla base di criteri predefiniti (correttezza, completezza, efficacia, generalizzabilità, chiarezza). In classe, sotto la guida del docente, gli allievi discutono le proprie valutazioni per raggiungere un consenso. Le questioni controversie rimaste irrisolte vengono tradotte dal docente in precise mozioni di dibattito (es. *'Questa dimostrazione nasconde un errore metodologico irreparabile'* oppure *'La soluzione B è più generale ed efficace della soluzione A'*). Gli studenti, divisi a gruppi, debuttano le mozioni secondo un protocollo formale di ordine, tempi e cross-examination, indipendentemente dalle proprie opinioni personali. L'attività si conclude con un debriefing del docente e una discussione metacognitiva finale. Gli studenti scoprono che, mentre l'IA è straordinariamente abile nel generare testi sintatticamente

plausibili e formalmente convincenti, solo il controllo logico e disciplinare umano (Human Intelligence) è in grado di individuarne errori, omissioni di ipotesi o passaggi privi di rigore scientifico.

3. Criteri di Valutazione e Metacognizione

L'introduzione dell'Intelligenza Artificiale nella didattica della matematica impone una profonda ridefinizione delle pratiche di valutazione degli apprendimenti. Se uno studente può delegare la risoluzione meccanica di un esercizio o la stesura di un programma in Python a un chatbot, il focus della valutazione deve spostarsi dal prodotto (il risultato finale dell'esercizio o il codice funzionante) al processo (la capacità di analizzare, validare, giustificare e argomentare criticamente la soluzione).

I docenti coinvolti nella sperimentazione sono invitati a strutturare prove di valutazione autentiche basate su:

- Qualità delle domande (Prompt Engineering): Valutare la competenza matematica di uno studente attraverso la sua capacità di formulare prompt precisi, rigorosi e logicamente strutturati per dialogare con la macchina. Saper porre le domande corrette all'IA è, a tutti gli effetti, un processo di modellizzazione concettuale.
- Capacità di validazione (Debunking e Debugging): Sottoporre agli studenti soluzioni errate o allucinazioni generate intenzionalmente dall'IA, valutandoli sulla loro capacità di scovare l'errore logico, dimostrare perché è scorretto e proporre la correzione motivata basata sui teoremi.
- Riflessione metacognitiva (Spiegabilità): Valutare l'autonomia dello studente nella redazione di relazioni a commento delle attività, in cui si esplicitano le lezioni apprese, l'evoluzione delle proprie domande durante il dialogo con la macchina e le differenze strutturali tra ragionamento sintetico-meccanico (IA) e comprensione semantica autentica (Umana).

Questo approccio trasforma la valutazione da mero strumento di controllo delle risposte esatte a un dispositivo pedagogico di crescita e di consapevolezza, allineando pienamente il Liceo Matematico ai principi di un'educazione antropocentrica ed eticamente responsabile promossa dall'AI Act e dalle Linee Guida ministeriali.

7. Conclusioni ed Epistemologia del Rapporto Uomo-Macchina

L'analisi complessiva dei documenti, delle esperienze didattiche e delle linee guida ministeriali converge verso un principio epistemologico fondamentale: l'avvento dell'Intelligenza Artificiale non riduce il valore dell'intelligenza umana ma, al contrario, ne rende ancora più evidente e insostituibile il ruolo critico nella comprensione, nella validazione e nella costruzione del sapere.

Come dimostrato dalla relazione di Patrizia Di Gironimo sulla verifica di risultati di ricerca nell'ambito delle equazioni alle derivate parziali (PDE), i sistemi di IA generativa tendono a produrre risposte linguisticamente impeccabili e formalmente convincenti anche quando mancano di rigore o contengono errori logici. Il controllo finale del rigore e della correttezza logica rimane interamente affidato alla competenza e al giudizio dell'essere umano.

In questa prospettiva, l'educazione all'Intelligenza Artificiale coincide pienamente con l'educazione al pensiero critico. La macchina agisce come uno 'specchio della competenza di chi la interroga': un prompt generico, formulato da una mente impreparata, non può che produrre un output mediocre e potenzialmente fallace; solo la precisione del linguaggio matematico, la solidità delle conoscenze teoriche e la capacità di strutturare il dialogo (prompt engineering) consentono di governare lo strumento tecnologico per ottenere risultati di eccellenza.

Il modello dell'interazione 'human-in-the-loop' promosso dal MIM e sperimentato con successo nei Licei Matematici rappresenta una risposta efficace alle sfide della società democratica. La scuola non deve vietare o subire passivamente le tecnologie emergenti, ma deve formare cittadini capaci di interrogarle, comprenderne i limiti intrinseci, valutarne l'affidabilità e assumersi la piena responsabilità delle decisioni. La matematica del Novecento, con la sua eccezionale sintesi di astrazione e modellizzazione, fornisce il linguaggio unificante e la cornice teorica indispensabile per compiere questo cammino, assicurando che la tecnologia rimanga sempre uno strumento al servizio della persona umana e del bene comune.